

## Mikrowellen - Halbleitersbauelemente

### Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
1. Besonderheiten im Mikrowellenverhalten	1
2. Festkörperphysikalische Grundlagen	2
2.1. Elektronenbandstruktur	2
2.2. Phononenbandstruktur	14
2.3. Streuprozesse	17
2.3.1. Streuung an akustischen Phononen	17
2.3.2. Streuung an optischen Phononen	18
2.3.3. Inzident- und Reflexionsstreuung	18
2.3.4. Störballenstreuung	18
2.3.5. Temperaturabhängigkeit der Reflexivität	19
2.3.6. Heiße Elektronen	19
2.3.7. Sättigungsdriftgeschwindigkeit	20
2.3.8. Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen	20
3. Bauelemente mit homogenem Halbleiter - Das Gunn-Element	21
3.1. $v$ - $E$ -Kennlinie von $n$ -GaAs	22
3.2. Raumladungswellen und Stabilität: Kleinwinkelbeobachtung	23
3.3. Raumladungswellen und Stabilität: Großwinkelbeobachtung	24
3.4. Domänenmechanik	36
3.5. Oszillatorbetrieb im Domänenmodus	40
3.5.1. Domänenverstopfungsmodus	40
3.5.2. Domänenauflösungsmodus	41
3.6. Oszillatorbetrieb im LSA-Modus	41
3.7. Leistungs-Frequenz-Freeres	43
3.8. Gunn-Verstärker	44
4. Bauelemente mit Sperrschichten	45
4.1. $pn$ -Flächendiode mit konventioneller Dotierung	45
4.2. Rückwärtsdiode (Backward Diode)	46
4.3. Tunneldiode (Esaki-Diode)	47
4.4. Schottky-Diode (Schottky-barrier, hot carrier diode)	48
4.5. $pin$ -Diode	56
4.6. Speichervaraktor (Ladungsspeicherdiode, step-recovery-diode)	61
4.7. Sperrschichtvaraktor	67

## Inhaltsverzeichnis (Fortsetzung)

Seite

4.8. Lawinenschaltzdiode (IMPATT-Diode)	69
4.8.1. Lawineneffekt	69
4.8.2. Read-Diode	71
4.8.3. Misawa-Diode	76
4.8.4. TRAPATT-Betrieb der Lawinenschaltzdiode	79
4.9. Barriereninjektionsdiode (BARITT-Diode)	80
4.10. Mikrowellentransistor	82
4.10.1. Bipolarttransistor	83
4.10.2. Feldeffekttransistor	85
5. Vergleich des Verstärker mit Mikrowellen-Halbleitern	86

Bei der Anarbeitung dieser Vorlesung wurde folgendes Schrifttum verwendet:

### Vorlesung:

Bosch, B.G., Mikrowellen - Halbleitertechnik. gehalten an der Universität Karlsruhe im WS/SS 1970/71.

### Bücher:

Unger, H.-G., Harth, W., Hochfrequenz - Halbleitertechnik. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1972.

Möselwitzer, A., Lunze, K., Halbleitertechnik (Lehrbuch). Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg 1973.

Kittel, C., Introduction to solid state physics. John Wiley & Sons, Inc., New York 1966.

Bulman, P.J., Hobson, G.S., Taylor, B.C., Transferred electron devices. Academic Press, London 1972.

Carroll, J.E., Hot electron microwave generators. Edward Arnold (Publishers) Ltd., London 1970.

### Zeitschriftenaufsätze:

Bosch, B.G., Gunn - Effekt - Elektronik. Die Telefunken - Röhre (1967), H. 47, 13-102.

Heinke, W., Principles of a phenomenological theory of Gunn-effect domain dynamics. Sol. St. El. 11 (1968), 583-598.

Thim, H., Stability and switching in overcritically doped Gunn-diodes. Proc. IEEE 59 (1971), 1285-1286.

Gärtner, W.W., Tunnel-Dioden. Elektron. Rundschau (1960), H. 7, 265-271.

Moll, J.L., Krakauer, S., Shen, R., P-n junction charge-storage diodes. Proc. IRE (1962), 43-53.

Krakauer, S., Harmonic generation, rectification, and lifetime evaluation with the step recovery diode. Proc. IRE (1962), 1665-1676.

Hamilton, S., Hall, R., Shunt-mode harmonic generation using step recovery diodes. The microwave journal (1967), Apr., 69-78.

Read, W.T., A proposed high-frequency negative-resistance diode. Bell Syst. Techn. J. 37 (1958), 401-446.

Misawa, T., Negative resistance in p-n junctions under avalanche breakdown conditions, part I + II. IEEE Trans. ED-13 (1966), 137-151.

Zeitschriftenaufsätze (Fortsetzung):

Se PuanYu, Wirojana Tantraporn, Device physics of a new TRAPATT-oscillator. IEEE Trans. ED-22 (1975), 140-145.

Rüegg, H.W., A proposed punch-through microwave negative-resistance diode. IEEE Trans. ED-15 (1968), 577-585.

Coleman, Jr., J.D., Transit-time oscillations in BARITT-diodes. J. Appl. Phys. 43 (1972), 1812-1972.

Chu, J.L., Sze, S.D., Microwave oscillations in pnp reach-through BARITT diodes. Sol. St. El. 16 (1973), 85-91.

Anastassion, A., Hartmann, K., Kotyczka, W., Transistoren als Bauelemente der Mikrowellentechnik. Neue Zürcher Zeitung, Mikropause Nr. 99, Montag, 28.2.1972, 19-20.

Hartmann, K., Stratt, J.O., Scattering and noise parameter of four recent microwave bipolar transistors up to 12 GHz. Proc. IEEE 61 (1973), 133-135.

Statz, H., v. Münch, W., Silicon and gallium arsenide field-effect transistors with Schottky-barrier gate. Sol. St. El. 12 (1969), 111-117.

## 1. Besonderheiten von Mikrowellenhalbleitern

Als Mikrowellen bezeichnet man elektromagnetische Wellen im Frequenzbereich ab 300 MHz ( $\lambda_{\text{Vakuum}} = 1\text{m}$ ) bis 300 GHz ( $\lambda_{\text{Vakuum}} = 1\text{mm}$ ). Dabei sind die Laufzeiten von Ladungsträgern in Festkörpern für typische Driftgeschwindigkeiten von  $v_d = 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  in der Größenordnung einer Periodendauer. Sollen nicht gerade Laufzeiteffekte ausgenutzt werden, so sind damit die maximalen Abmessungen der aktiven Halbleitersonen festgelegt; einer Frequenz von 10 GHz entspricht die Ladungsträgerlaufstrecke  $l = v_d T = 10\mu\text{m}$ .

Erhebliche Probleme wirft die Ableitung der durch Elektronenstoß mit dem Kristallgitter erzeugten Wärme auf, da die wärmeerzeugenden Bereiche außerordentlich klein sind. Die Stromdichte beträgt z.B. bei einem GaAs-Element mit einem aktiven Querschnitt von  $100\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}$  ungefähr  $20\text{ A/mm}^2$  und die Leistungsdichte bei einer Dicke des Halbleiterplättchens von  $10\mu\text{m}$  ungefähr  $50\text{ kW/mm}^3$ . Bei einer Lawinenlaufzeitdiode sind typische Zahlenwerte  $2\text{ A/mm}^2$  und  $100\text{ kW/mm}^3$ .

Die Energieversorgung ist, wie üblicherweise bei Halbleitern, weitaus anspruchsvoller als die von Vakuumröhren, da mit Ausnahme der Lawinenlaufzeitdiode die benötigten Spannungen in der Größenordnung von 10V liegen und die Kathodenheizung entfällt.

## 2. Festkörperphysikalische Grundlagen

### 2.1. Elektronenbandstruktur

In einer Reihe von Experimenten zeigt das Elektron nicht Korpuskular-, sondern Wellencharakter, wie z.B. bei der Abbildung eines Objektes im Elektronenstrahlmikroskop. Die für gewöhnlich wellenförmig angenommene Ausbreitung elektromagnetischer Vorgänge dagegen kann in manchen Versuchsanordnungen besser durch ein Korpuskularbild, die Photonen, beschrieben werden. Ein Beispiel hierfür ist der Compton-Effekt, bei dem Licht an ein Elektron Impuls überträgt. Diese einander ausschließenden Beschreibungsformen derselben Phänomene werden in der Formulierung der Quantentheorie widerspruchsfrei vereinigt.

Kup in einem Experiment dem Elektron der Charakter einer ebenen Welle zugeordnet werden, so ist es nicht sinnvoll, von seinem Ort zu sprechen. Diese Aussage entspricht der Unschärferelation. Daher wird das Elektron quantenmechanisch-relativistisch durch Angabe eines Wellenpakets für eine abstrakte, nicht observable (= nicht meßbare) komplexe Größe  $\Phi(x,t)$ , genannt Wahrscheinlichkeitsamplitude, beschrieben, deren Betragsquadrat

$$P(x \leq x < x+dx) = |\Phi(x,t)|^2 dx \quad (2-1)$$

der Wahrscheinlichkeit  $P$  proportional ist, das Teilchen im Intervall  $x \dots x+dx$  zur Zeit  $t$  anzukreffen, was natürlich meßbar ist.

Quantentheoretische Überlegungen führen zur Schrödinger-Gleichung für die Wahrscheinlichkeitsamplitude  $\Phi$ ,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Phi(x,t)}{\partial x^2} + V(x) \Phi(x,t) = i \hbar \frac{\partial \Phi(x,t)}{\partial t}, \quad (2-2)$$

welche die Form der Telegraphengleichung hat.  $\hbar = h/2\pi$  ist das Planck'sche Wirkungsquantum  $h$  bezogen auf  $2\pi$ ,  $m$  die (Ruhe-)Masse des Elektrons und  $V(x)$  die potentielle Energie des Elektrons in Abhängigkeit von Ort  $x$ . Der Separationsansatz  $\Phi(x,t) = u(x) \cdot v(t)$  führt nach Division durch  $\Phi$  von Gl. (2-2) zur Beziehung

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + V(x)u(x) \right] \frac{1}{u(x)} = j\hbar \frac{1}{v(t)} \frac{dv(t)}{dt} \quad (2-3)$$

Da die linke Seite von Gl. (2-3) eine reine Funktion von  $x$ , die rechte Seite dagegen eine reine Funktion von  $t$  ist, müssen beide Seiten gleich einer sogenannten Separationskonstanten sein, die hier  $E = \text{const.}$  genannt wird und gleich der Gesamtenergie des Elektrons ist. Man erhält also die beiden DGLn

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} - [E - V(x)]u(x) = 0, \quad (2-4)$$

$$j\hbar \frac{dv(t)}{dt} - Ev(t) = 0. \quad (2-5)$$

Daraus resultieren sofort die Lösungen für das freie Elektron  $V(x) = V_0$

$$u(x) = Ae^{jkx} + Be^{-jkx}, \quad (2-6)$$

$$v(t) = e^{-j\frac{E}{\hbar}t} \quad (2-7)$$

$$\psi(x,t) = A e^{j(kx - \omega t)} + B e^{-j(kx + \omega t)} \quad (2-8)$$

für eine rechts- und eine linkslaufende  $\psi$ -Welle des Elektrons. Die kinetische Energie

$$E - V_0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{und die Gesamtenergie } E = \hbar\omega \quad (2-9)$$

definieren die Fortpflanzungskonstante  $k$  und Kreisfrequenz  $\omega$  des Vorgangs.

Es wurde die genaue Kenntnis der Integrationskonstanten  $E$ , der Gesamtenergie des Elektrons, vorausgesetzt. Dann ist offenbar nicht viel über den Aufenthaltswort des Elektrons keine Aussage mehr möglich, da als Ergebnis für die Wahrscheinlichkeitsamplitude eine unendlich ausgedehnte ebene Welle herauskommt.

Ist aber  $E$  um  $\Delta E$  unsicher, so erhält man als Lösung eine Superposition ebener Wellen verschiedener Konstanten  $E$ , die eine Wellengruppe bilden und entsprechend ein Maximum der Aufenthaltswahrscheinlichkeit  $P \propto |\psi|^2$  liefern. Dann ist auch ein wahrscheinlichster Ort des Elektrons definiert entsprechend der Unschärferelation, wonach das Produkt von Orts- und Energieunsicherheit eine sehr kleine Konstante in der Größenordnung  $\hbar$  ist.

Die Phasengeschwindigkeit

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\hbar} \frac{E}{k} = \frac{E}{\sqrt{2m(E - V_0)}} \quad (2-10)$$

wird energie- und damit frequenzabhängig, d.h. dispersiv,

und die Gruppengeschwindigkeit

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{p}{m} \quad (2-11)$$

entspricht der Information über die Geschwindigkeit des Elektronenkorpuskels. Sie ist daher mit dem mechanischen Impuls  $p$  verknüpft.

Folglich gilt die de-Broglie-Beziehung

$$p = mv_{gr} = \frac{m}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \left\{ E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right\} = \hbar k = \frac{h}{\lambda} \quad (2-12)$$

die den mechanischen Impuls eines Teilchens mit der zugehörigen Wellenlänge  $\lambda$  verknüpft.

Den Ausdruck  $E - V_0 = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$  der Gl. (2-9) nennt man Dispersionsrelation. Er beschreibt (hier für ein freies Elektron), wie die Wellenlänge ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ) mit der Frequenz ( $E = \hbar\omega$ ) zusammenhängt, Bild 2-1.

(Das  $E-k$ -Diagramm des freien Photons ist linear!)

Das Verhältnis von  $E$  und  $k$  ist der Phasengeschwindigkeit proportional und die Steigung der Kurve der Gruppengeschwindigkeit. Der Ast mit  $k < 0$  bedeutet Ausbreitung in negative  $x$ -Richtung.

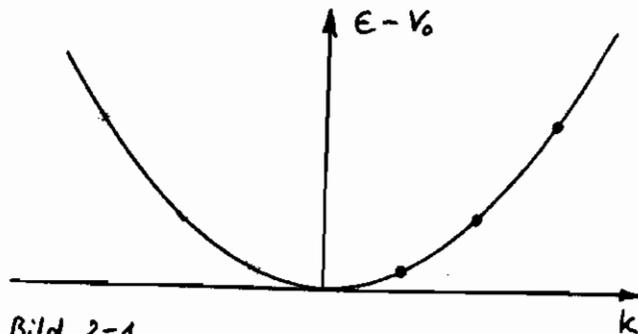


Bild 2-1

Würde man das Elektron in einem Potentialtopf derart einsperren, dass es unendlich hohe Energie braucht, um herauszukommen, so verhält sich die Größe  $\psi(x)$  wie eine elektromagnetische Welle in einem Leiterschwingkreisresonator, der an beiden Enden der Leitung einen Kurzschluss und damit die elektrische Feldstärke Null zur Bedingung hat:

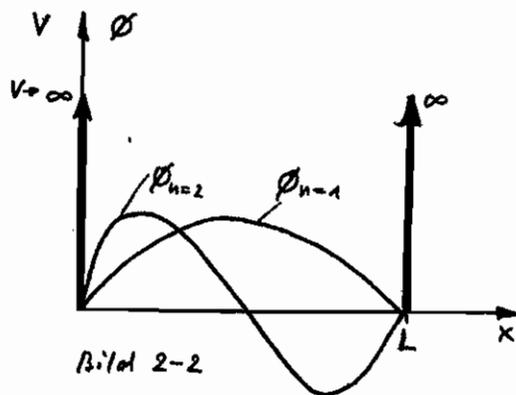


Bild 2-2

Die Wahrscheinlichkeit, das Elektron außerhalb des Potentialbarrieren anzutreffen, ist Null. Der mögliche Verlauf der Funktion  $\psi(x)$  ist, da sie der Wellengleichung gehorcht, äquivalent dem möglichen Spannungsverläufen eines Leiterschwingkreisresonators der Länge  $L$ . Die Wellenlänge kann nur ganzzahlige Bruchteile von  $L$  betragen, folglich wird

(k kann nur positive Werte annehmen, da negative k nur die Schwingungsmodus führen: bei stehenden Wellen Überlagerung von ununterscheidbaren Vor- u. Rückwärtigen)

$$\frac{k_n}{2} = \frac{n}{L} \quad \text{und} \quad k_n = \frac{n\pi}{L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2-13)$$

und die Energie kann nur noch diskrete Werte  $E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2$  annehmen, die als Punkte in Bild 2-1 eingezeichnet sind.

Macht man die Potentialwände nicht unendlich hoch, so besteht eine endliche Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Elektron in den Außenraum dringt, und wenn es im klassischen Sinne dazu nicht in der Lage wäre, Bild 2-3.

Da das quantenmechanisch betrachtete Elektron in der Lage ist, mit einer Energie  $E < V_0$  durch einen Potentialberg hindurch zu dringen, nennt man dieses Phänomen den Tunneleffekt, der bei der Tunnel- und Zenerdiode eine wesentliche Rolle spielt. Dazu gibt es ein klassisches Analogon aus der Lichttheorie.

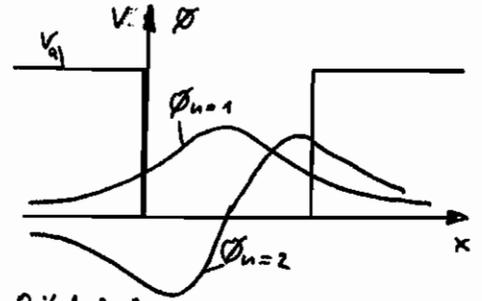


Bild 2-3

Das E-k-Diagramm einer idealen Leuchtleitung zeigt dieselbe Abhängigkeit wie der freie Raum: Die Frequenz ist der Wellenlänge umgekehrt proportional. Die Leitung ist dispersionsfrei. Die Phasengeschwindigkeit ist gleich der Gruppengeschwindigkeit.

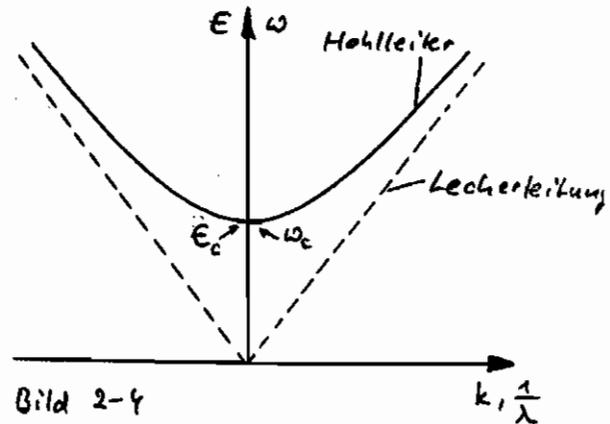


Bild 2-4

Bei einem Hohlleiter (Bild 2-4) tritt eine untere Grenzfrequenz  $\omega_c$  auf, bei der eine Wellenausbreitung nicht mehr möglich ist, sondern die Feldstärken exponentiell mit dem Ort abzunehmen, da die Fortpflanzungskonstante imaginär wird. Werden bei hohen Frequenzen die Lateralabmessungen des Hohlleiters groß gegen die Wellenlänge, so wird der Hohlleiter

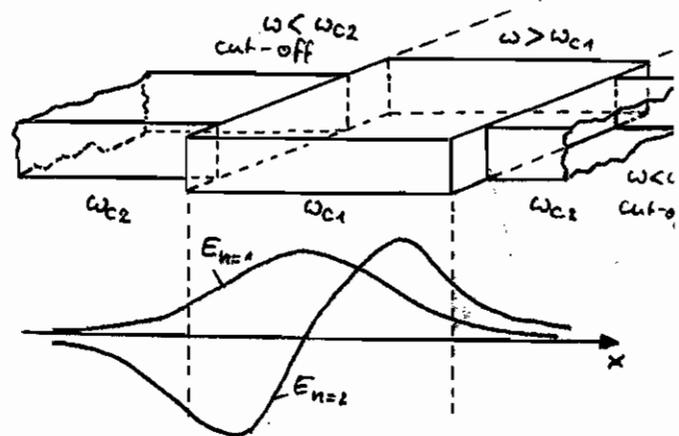


Bild 2-5

dispersionsfrei (Taschenlampe!).

Um ein elektrisches Analogon zum Tunneleffekt zu konstruieren, wird bei einer gegebenen Anregungsfrequenz  $\omega$  ein Hohlleiterstück im  $H_{10}$ -Modus beidseitig mit unendlich langen Hohlleitern im cut-off abgedehnt (Bild 2-5).

In den kleineren Hohlleitern ist keine Wellenausbreitung dieser Frequenz möglich, folglich wird die elektrische Feldstärke  $E$  exponentiell gedämpft: die "tunnelt" in diese Leitungsstücke. Bei der "Total"-Reflexion an einer Glasplatte "tunnelt" die Welle exponentiell gedämpft auch in das Innere der Platte. Kann sie dünn genug gemacht werden, wird das Licht trotz Totalreflexions-Einfallswinkel wenig gedämpft durchgelassen.

Bewegt sich ein Elektron im Festkörper, so werden die Verhältnisse komplizierter. Die positiv geladenen Atomrümpfe ziehen Elektronen an, diese können in einem Atomrümpf "hineinfallen" und dabei potentielle Energie verlieren, Bild 2-6 oben.

Da der Kristall periodisch ist, sind auch die Felder und damit das Potential des Elektrons periodisch mit der Gitterkonstanten  $a$ . Als einfaches Beispiel wird ein linearer Kristall betrachtet und das periodische Potential  $V$  mit einem Rechteckpotential angenähert. Die

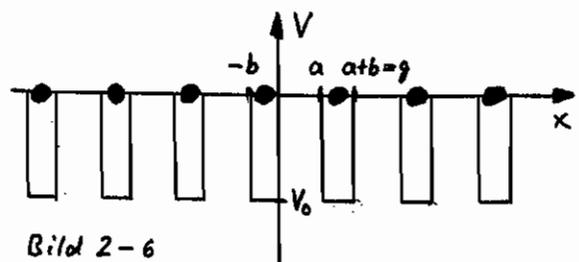
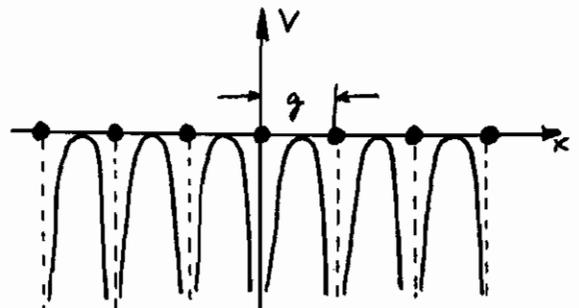


Bild 2-6

Lösung der Schrödinger-Gleichung Gl. (2-4) mit stückweise konstantem Potential kann sofort in den jeweiligen Intervallen aufgeschrieben werden mit den Fortpflanzkonstanten

$$k(0 < x \leq a) = \alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{und} \quad k(-b \leq x < 0) = \beta = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}},$$

(Rechnung nur Vereinfachung mit  $V_0 > 0$ !)

$$\begin{aligned}
 0 \leq x \leq a &: u_1(x) = A_1 e^{j\alpha x} + B_1 e^{-j\alpha x} \\
 -b \leq x \leq 0 &: u_2(x) = A_2 e^{j\beta x} + B_2 e^{-j\beta x} \\
 a \leq x \leq g &: u_3(x) = A_3 e^{j\beta(x-g)} + B_3 e^{-j\beta(x-g)} \\
 &= e^{jk_g} (A_2 e^{j\beta(x-g)} + B_2 e^{-j\beta(x-g)})
 \end{aligned} \tag{2-13*}$$

Die Koeffizienten  $A_2$  und  $A_3$  bzw.  $B_2$  und  $B_3$  werden im allgemeinen verschieden sein. Wegen der Periodizität des Potentials  $V(x) = V(x-g)$  bleibt aber die DGL (2-4) und damit die Lösung bei Translation um  $g$  unverändert. Dann können sich aber  $u_2(x)$  und  $u_3(x)$  nur um einen konstanten Faktor unterscheiden,  $u(x+ng) = c^n u(x)$ , der, damit die Gleichstromwelle voraussetzungsgemäß nicht ungedämpft und ohne auszuwachen ausbreitet, ein reiner Phasenfaktor  $c^n = e^{jkn_g}$  im  $n$ -ten Intervall sein muß. Die Struktur der Lösung ist also die einer ebenen Welle, die sich über dem Ort  $ng$  mit der Ausbreitungskonstanten  $k$  fortplant und gemäß mit dem Klammersausdruck der (2-13\*) moduliert ist.

Zur Anpassung der Lösungsabschnitte müssen Funktionswert  $u$  und Ableitung  $u'$  stetig sein, d.h.  $u_1(0) = u_2(0)$ ,  $u_1(a) = u_2(a)$ ,  $u_2'(0) = u_2'(a)$  und  $u_2'(0) = u_3'(a)$ . Das sind vier Bedingungen (Periodische Randbedingungen) für die vier Koeffizienten  $A_1, B_1, A_2, B_2$ . Sie bilden ein homogenes Gleichungssystem. Damit eine Lösung existiert, muß die Koeffizientendeterminante  $D$

$$D \sim \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ \beta & -\beta & -\alpha & \alpha \\ -e^{j(kg-\beta b)} & -e^{j(kg+\beta b)} & e^{j\alpha a} & e^{-j\alpha a} \\ -\beta e^{j(kg-\beta b)} & \beta e^{j(kg+\beta b)} & \alpha e^{j\alpha a} & -\alpha e^{-j\alpha a} \end{vmatrix} \stackrel{!}{=} 0$$

gleich Null sein, was wegen  $0 \leq E \leq V_0$ ,  $V_0 > 0$  der Bedingung

$$-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \sin \beta b + \cos \alpha a \cos \beta b = \cos k_g \tag{2-14}$$

äquivalent ist. (2-14) ist die Dispersionsbeziehung des beschriebenen Modells. Sie gibt die Abhängigkeit der Gesamtenergie  $E$ , enthalten in  $\alpha = \alpha(E)$  und  $\beta = \beta(E)$  von der Ausbreitungskonstanten  $k$  an. Man sieht, daß nicht alle  $E$ -Werte zulässig sein können, da für jedes  $k$ , d.h. für

Ausbreitung einer Elektronenwelle, der Wellenbereich der rechten Seite von Gl. (2-14) auf das Intervall  $-1 \dots +1$  beschränkt ist. Wird  $k$  imaginär, so ist die Welle evaneszent, d.h. sie klingt exponentiell wie beim Totalreflexion ab.

Zur Vereinfachung der Diskussion wird der Grenzfalle  $V_0 \rightarrow \infty$ ,  $b \rightarrow 0$ ,  $\beta^2 \rightarrow \infty$  mit  $\beta^2 b = \text{const.}$  durchgeführt, wobei  $\beta b \rightarrow 0$  und  $a \rightarrow g = a + b$  streben. Mit den Definitionen für  $P$  und  $\mu$

$$P = \frac{\beta^2 a b}{2} = \alpha g \tan \mu \quad (2-15)$$

erhält man als Dispersionsrelation aus Gl. (2-14)

$$P \frac{\sin \alpha g}{\alpha g} + \cos \alpha g = \cos k g$$

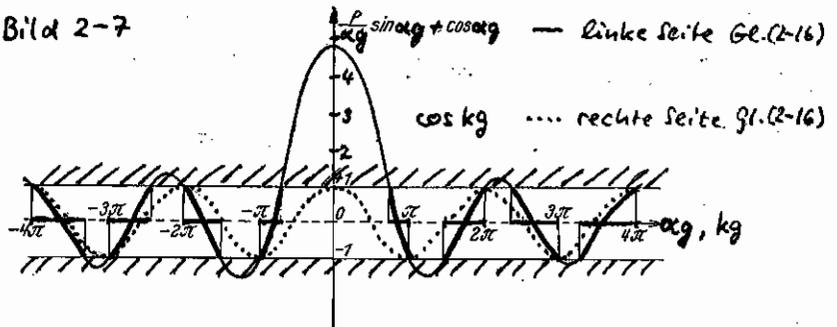
oder

$$\frac{\cos(\alpha g - \mu)}{\cos \mu} = \cos k g \quad (2-16)$$

$P$  ist dabei ein Maß für die Höhe der periodischen Potentialwände am Ort der Atomrümpfe. Für  $P \rightarrow 0$  liegt der Fall der ungebundenen Elektronen vor mit  $\alpha = k$  bzw.

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ . Die Funktionswerte der rechten und der linken Seite von Gl. (2-16) in Bild 2-7 definieren mögliche Werte - Kombinationen von  $\alpha$  und  $k$ , welche in Bild 2-8 normiert in Form sogenannter Energiebänder aufgetragen sind.

Bild 2-7



$f(\alpha g) = P \frac{\sin \alpha g}{\alpha g} + \cos \alpha g$  als Funktion von  $\alpha g$  für  $P = \frac{3\pi}{2}$  nach KRONIG.  $\alpha$  ist gleich  $\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ , wo  $E$  die Energie ist. Die erlaubten Energiebänder ( $|f(\alpha g)| < 1$ ) sind auf der  $\alpha g$ -Achse durch Verstärkung hervorgehoben.

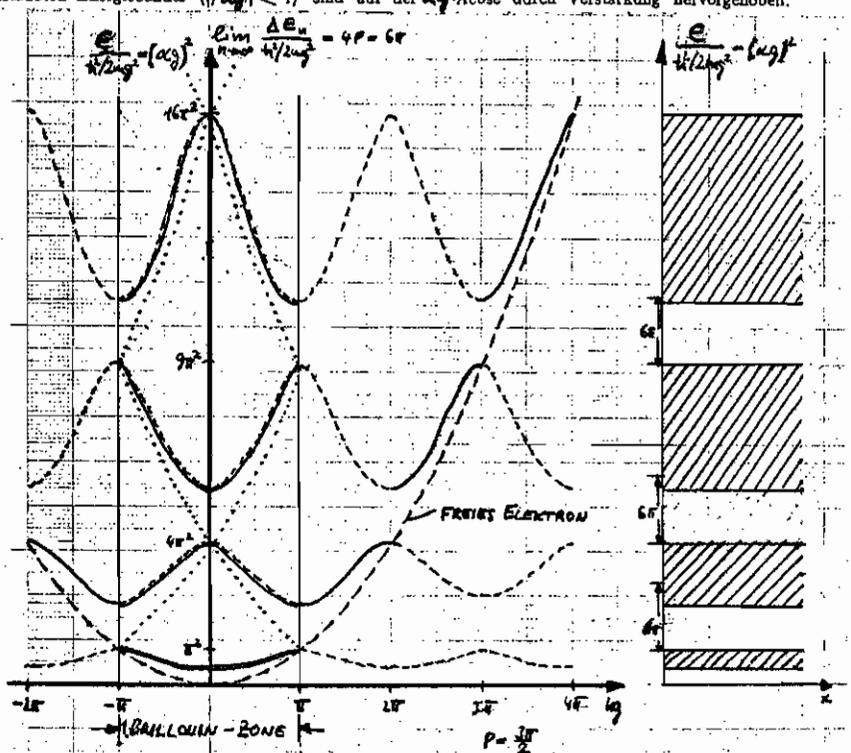


Bild 2-8

Das Diagramm ist periodisch mit der Gitterkonstanten, so daß die gesamte Information im Bereich  $-\frac{\pi}{g} \leq k \leq \frac{\pi}{g}$  enthalten ist. Dieser Bereich wird erste Brillouin-Zone genannt. Die Funktion  $u(k)$  lautet im Intervall  $ng < x < (n+1)g$

$$\varphi(x) \sim u(x) = e^{ikng} \cdot 2A_1 \left[ e^{+i\alpha(x-ng)} + \frac{2P \sin \alpha(x-ng)}{\alpha g (1 - e^{-i(k+\alpha)g})} \right] \quad (2-17)$$

Da  $kng$  als Exponentialfaktor vorkommt, ist es ein laienhaftes, daß der Exponentialfaktor  $kng$  dieselbe Beschreibung liefert wie die Konstante  $kng + m \cdot 2\pi$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , so daß trotz der Mehrdeutigkeit der mathematischen Formulierung eine eindeutige physikalische Tatsache beschrieben wird.

Wie nach Gl. (2-14) oder Gl. (2-16) zu erwarten, existieren in Bild 2-8 verbotene Energiebereiche oder Bandlücken (energy-gap), für die kein solches  $k$  definiert und folglich auch nicht eine abhängende Elektronenwelle möglich ist. Dabei sind die Bandgrenzen für  $0 < \mu < \infty$  durch die Bedingung

$$\cos(\alpha g - \mu) = (-1)^m \cos \mu \quad (2-18)$$

fixiert, wenn  $m$

$$(\alpha g)_0 = n\pi, \quad E_{n0} = (n\pi)^2 \frac{\hbar^2}{2mg^2} \quad (2-19)$$

für die obere Bandgrenze und  $m$

$$(\alpha g)_m = (n-1)\pi + 2\mu, \quad E_{nm} = [(n-1)\pi + 2\mu]^2 \frac{\hbar^2}{2mg^2} \quad (2-20)$$

für die untere Bandgrenze fixiert, wenn  $n = 1, 2, 3, \dots$  die Nummer des Bandes, geordnet nach wachsender Energie, ist. Die Breite des verbotenen Zone  $\Delta E_n = E_{nm} - E_{n0}$  wächst also für große  $n$  mit  $\alpha g \approx n\pi$  und  $\mu \approx \frac{P}{n\pi}$  asymptotisch auf den Wert

$$\Delta E_n \rightarrow 2 \frac{\hbar^2}{mg^2} P \quad (2-21)$$

an, der unabhängig von der Energie wird.

Zunächst ist die Energie eines freien Elektrons einzusetzen, das sich im Potential  $V_0 = 0$  bewegt. Nach Gl. (2-9) ist das eine Parabel. Sie schneidet die Energiebänder des Kristallelektrons an den oberen Bandgrenzen. Für hohe Energien verhält sich das Kristallelektron in reinem Verhalten dem freien Elektron.

An den Bandkanten wird die Gruppengeschwindigkeit der Elektronenwelle nach Gl. (2-11) Null. Das ist durch Bragg-Reflexion

erklärbar. Totalreflexion tritt nämlich bei Einfallen einer ebenen Welle auf einen Kristall gerade dann auf, wenn  $n\lambda = 2g$  ist, also für  $k = \frac{n\pi}{g}$ .



Bild 2-9

Setzt man in Gl. (2-17) die Energiewerte der Bandgrenzen ein, so erhält man an der oberen Bandgrenze des  $n$ -ten Bandes für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi|^2$  mit dem Anfangswert  $u(x=x_0)$

$$|\psi|_{n0}^2 \sim |u_{n0}(x)|^2 = \left[ \frac{u_{n0}(x=x_0)}{\sin \alpha_n x_0} \sin \alpha_n x \right]^2 \sim 1 - \cos 2\alpha_n x \quad (2-22)$$

und an der unteren Bandgrenze des  $(n+1)$ -ten Bandes

$$|\psi|_{n+1u}^2 \sim |u_{n+1u}(x)|^2 = \left[ \frac{u_{n+1u}(x=x_0)}{\cos \alpha_{n+1} x_0} \cos \alpha_{n+1} x \right]^2 \sim 1 + \cos 2\alpha_{n+1} x, \quad (2-23)$$

also stehende Wellen, die natürlich die Gitterperiodizität (erst Null haben).

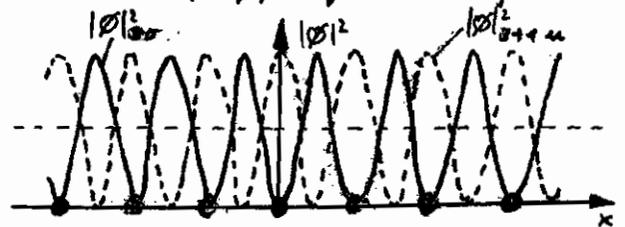


Bild 2-10  $V_0 > 0, n \gg 1$  Gl. (2-19, 20)

Die Existenz zweier Energiewerte an den Bandkanten wird durch den Unterschied der mittleren

potenziellen Energien erklärt: An der oberen Bandkante des  $n$ -ten Bandes ist der wahrscheinlichste Aufenthaltsort des Elektrons nach Gl. (2-22) und Bild 2-10 zwischen den Atommüpfen, wo im Mittel die potentielle Energie kleiner ist (für  $V_0 > 0$ !)

An der unteren Bandkante des  $(n+1)$ -ten Bandes ist der wahrscheinlichste Aufenthaltsort des Elektrons nach Gl. (2-23) und Bild 2-10 bei den Atommüpfen, wo die potentielle Energie positiver ist. Die Differenz beider potentieller Energien (die kinetische Energie ist am Rande des Brillouin-Raum Null!) ergibt gerade die Breite des Energieklüfches.

In der Nähe der Bandkanten können die Energiebänder durch Taylorentwicklung der in  $k_0 = n\frac{\pi}{g}$  symmetrischen Funktion mit einer Parabel approximiert werden,

$$E(k) = E(k_0) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 E(k_0)}{\partial k^2} (k-k_0)^2 + \dots \quad (2-24)$$

$E(k_0)$  ist die minimale Teilchenenergie, wenn  $k=k_0$  und somit die Teilchengeschwindigkeit Null ist, und stellt folglich die potentielle Energie dar. Der zweite Term ist dann notwendigerweise die kinetische Energie. Verfügt man mit der kinetischen Energie eher

freien Elektrons,  $E_{kin, frei} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , so hat die reziproke Bandkrümmung die Bedeutung einer effektiven Masse

$$m_{eff} = \frac{\hbar^2}{\partial^2 E(k_0) / \partial k^2} \quad (2-25)$$

die einem freien Elektron derselben kinetischen Energie und desselben Impulses  $\hbar k_{frei} = \hbar(k - k_0)$  zuzuordnen wäre. Die effektive Masse kann je nach Energie  $E_0$  Werte zwischen  $m_{eff} > 0$  an der unteren Bandkante über  $m_{eff} = \pm \infty$  am Wendepunkt bis  $m_{eff} < 0$  an der oberen Bandkante annehmen. Da die Bandstruktur im allgemeinen in der kristallographischen Richtung abläuft, ist die effektive Masse bei realen Kristallen ein richtungsabhängiger Tensor.

Ein Band, bei dem alle erlaubten Werte besetzt sind, trägt zur Leitfähigkeit nicht bei, da die Elektronen keine zusätzliche Energie mehr tragen können. Ist daher ein Band vollständig besetzt, so führt man im Gedanken so viele Elektronen mit negativer Ladung und negativer effektiver Masse  $m_{eff} < 0$  hinzu, so daß alle Plätze besetzt sind. Dann müssen aber auch zusätzliche Teilchen, sogenannte Löcher, mit  $m_{eff} = -m_{eff} > 0$  und gleichgroßer positiver Ladung, damit der Kristall unverändert bleibt. Zum Studium der Leitfähigkeit betrachtet man nicht mehr sehr viele Elektronen stark unterschiedlicher Massen, sondern nur wenige Löcher mit einheitlicher Masse an der oberen, sogenannten Valenzbandkante.

In Bild 2-8 wurde für die erlaubten Energiebereiche das verteilte Bänderdiagramm als Kontinuum von  $E$ -Werten aufgeschildert. Wie nach Gl. (2-13) erwähnt, ist ein Kontinuum nur bei  $\infty$  ausgebreiteten Kristall möglich. Hat der Kristall die endliche Linearabmessung  $L$ , so sind auch nur endlich viele  $E-k$ -Werte möglich.

Für  $L = s a$  ( $s \gg 1$ ) trägt unter Vorgabe fester Randbedingungen nach Gl. (2-13) jedes Atom der Kette im Intervall  $0 \dots \frac{\pi}{a}$  gerade ( $\frac{\pi}{a} / \frac{\pi}{L} = s$ ) einen  $k$ -wert bei, die im Abstand  $\Delta k_1 = \frac{\pi}{L}$  liegen. Zählt man dagegen bei Annahme periodischer Randbedingungen  $\psi(x) = \psi(x+L) \Rightarrow A e^{ikx} + B e^{-ikx} = A e^{ik(x+L)} + B e^{-ik(x+L)} \Rightarrow \Delta k_2 = \frac{2\pi}{L}$  die möglichen  $k$ -Werte ab, so erhält man die gleiche Anzahl, aber im Intervall  $-\frac{\pi}{a} < k \leq \frac{\pi}{a}$  verteilt, so daß  $\Delta k_2 = 2\Delta k_1$  wird. In einem Intervall  $dk$  gibt es folglich  $\frac{dk}{2\pi/L}$  erlaubte  $k$ -Werte. Bei Berücksichtigung der drei Kristalldimensionen ist die Gesamtzahl möglicher Werte gleich dem Produkt der möglichen pro Dimension, also

$$N_k(k) dk^3 = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 dk^3 \quad (2-26)$$

In der Nähe des Bandbeginns gilt für die Energie im dreidimensionalen Falle,

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{eff}} \quad \text{mit } k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad (2-27)$$

daß ein sphärisches Band vorliegt, wobei einem Energieintervall  $E \dots E+dE$  ein  $k$ -Volumen  $\frac{4}{3}\pi [(k+dk)^3 - k^3] \approx 4\pi k^2 dk$  korrespondiert. Infolgedessen enthält ein Energieintervall  $E \dots E+dE$  pro Volumeneinheit  $L^3$  des Kristalls

$$N_E(E) dE = \frac{1}{8\pi^3} \int_k^{k+dk} d^3k = \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} dk, \quad (2-28)$$

Plätze, was mit Hilfe der Gl. (2-27) als

$$N_E(E) dE = \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \cdot \frac{2m_{eff} E}{\hbar^2} \cdot \frac{2m_{eff} dE}{\hbar^2} \cdot \frac{\hbar}{\sqrt{2m_{eff} E}}, \quad (2-29)$$

$$N_E(E) dE = 2\pi \left( \frac{2m_{eff}}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2} dE$$

angedrückt werden kann. Integriert man von  $E=0$  bis  $E=kT$ , so erhält man die Anzahl der erlaubten Plätze pro Energieintervall  $kT$ ,

$$N_{kT} = 2\pi \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{2m_{eff} kT}{\hbar^2} \right)^{3/2}, \quad (2-30)$$

was mit dem in der Vorlesung "Halbleitersysteme" verwendeten Bandgericht  $N_0$  über

$$N_0 = 2 \cdot N_{kT} \cdot \frac{3\sqrt{\pi}}{4} = 2 \left( \frac{2\pi m_{eff} kT}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} = 1,33$$

besetzt ist. Der Faktor 2 stammt von der bisher nicht berücksichtigten Spin-Entartung des Elektrons: Im selben Energieniveau bei gleichem  $k$ -Wert haben in Übereinstimmung mit dem Pauli-Verbot zwei Elektronen mit unterschiedlichem Spin Platz.

Reale Kristalle zeigen eine wesentlich komplexere Bandstruktur als die des besprochenen Modells.

Man unterscheidet zwischen indirekten und direkten Halbleitern, Bild 2-11. Beim indirekten Halbleiter (Si, Ge) liegen die minimale Energie des Leitungsbandes ( $L$ ) und die maximale Energie des Valenzbandes ( $V$ ) bei verschiedenen Fortpflanzungskonstanten. Beim direkten Halbleiter (GaAs, InP) ist der prinzipielle Bandabstand beim selben  $k$ -Wert zu beobachten.

Von großer Bedeutung bei den III-V-Verbindungen (GaAs, InP) ist die Existenz eines sogenannten Zentraltalles  $z$  und eines energetisch höher liegenden Satellitentalles  $s$ , dessen Abstand vom Zentraltal kleiner ist als des Bandabstand. Es können also Elektronen durch Energiezufuhr um  $0,36 \text{ eV}$  auf Plätze im Satellitentall gebracht werden, ohne daß Valenzelektronen ins Leitungsband gelangen. Wegen der geringeren Bandkrümmung des Satellitentalles haben die Elektronen dort eine höhere effektive Masse, so daß mit wachsendem Beschleunigungsfeld  $E$  am Kristall die Beweglichkeit  $\mu = \frac{eE\tau}{m_{eff}}$  und damit die Driftgeschwindigkeit  $|v| = \mu|E|$  und die Stromdichte  $j = ev$  abnimmt. Dabei ist  $\tau_k$  die mittlere freie Flugzeit zwischen zwei Stößen des Elektrons mit dem Gitter. Da das Bandgewicht im Zentraltal  $N_z = N_s \left(\frac{m_z}{m_s}\right)^{3/2}$  um den Faktor  $\left(\frac{m_z}{m_s}\right)^{3/2}$  kleiner ist als das Bandgewicht  $N_s$  der Satellitentale sind daher im Zentraltal weniger Plätze verfügbar und findet nur eine geringfügige Rückstreuung statt.

Bemerkenswert ist, daß Stöße der Elektronen untereinander nicht ins Satellitentall führen, da an der Bandkante des Zentraltals der Impuls  $p = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \approx \hbar k$  nicht mit dem Impuls an der Bandkante der Satellitentale übereinstimmt. Es muß also ein Stoßpartner existieren, der gerade diesen Impulsdifferenz liefert. Diese Rolle übernehmen die Gitterschwingungen, so genannt Phononen.

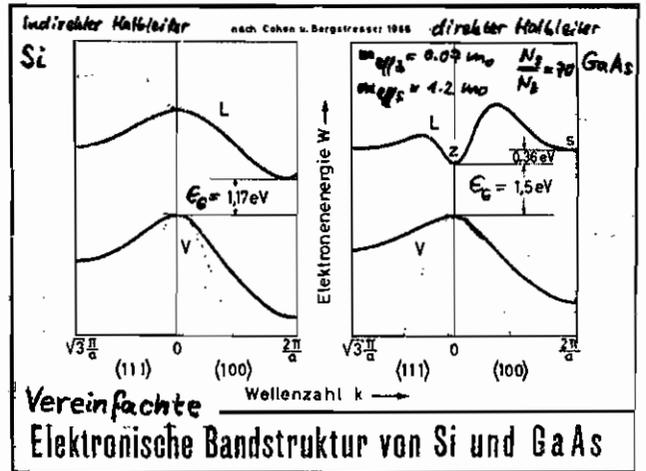


Bild 2-11

## 2.2. Phononenbandstruktur

Die Energie der Gitterschwingungen eines Kristalls ist in Quanten portioniert. Ein solches Energiequant nennt man, da es sich um eine Schallschwingung handelt, Phonon. Es wird durch seine Energie  $E = h\omega$ , bzw. Frequenz  $\omega$ , und seine Fortpflanzungskonstante  $k$  definiert. Reizt ein Elektron bei Wechselwirkung mit dem Gitter eine bestimmte Gitterschwingungsform an, so sagt man, es habe ein Phonon emittiert. Hat das Gitter Energie an das Elektron abgegeben, so hat das Elektron ein Phonon absorbiert. Bewegt sich ein Phonon durch den Kristall, so bedeutet das, daß sich eine Schallschwingung fortbewegt mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ , was einem Impuls  $p = \hbar k$  entspricht.

Bei den Schallwellen einer Atomkette un-  
scheidet man zwischen longitudinalen (Atomauslenkung parallel zur Ausbreitungsrichtung) und transversalen (Atomauslenkung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) Phononen, wobei jeder transversale Schwingungsmodus in zwei voneinander unabhängige, senkrecht auf einander stehende Moden zerlegt werden kann.

Schwingen <sup>die Moleküle</sup> der Nachbaratome in Phase, so spricht man von akustischen Phononen, schwingen benachbarte Atome in Gegenphase, so spricht man von optischen Phononen. Bild 2-12 illustriert den Sachverhalt. Bei den Darstellungen ist zu beachten, daß Longitudinale oder transversale Auslenkungen auf der Ordinate aufgetragen sind, es sind also um Atomverdichtungen bzw. -verdünnungen sowohl als auch um eine Normalan-

ansicht der Schwingung in der Atomkette handeln kann. Einige Informationen über das Dispersionsverhalten von Phononen sind unmittelbar Bild 2-12 zu entnehmen.

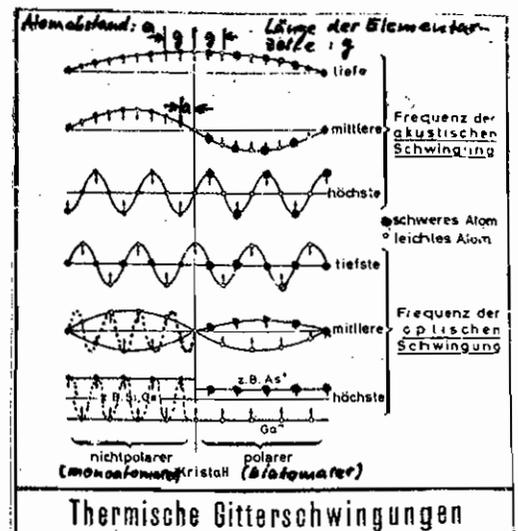
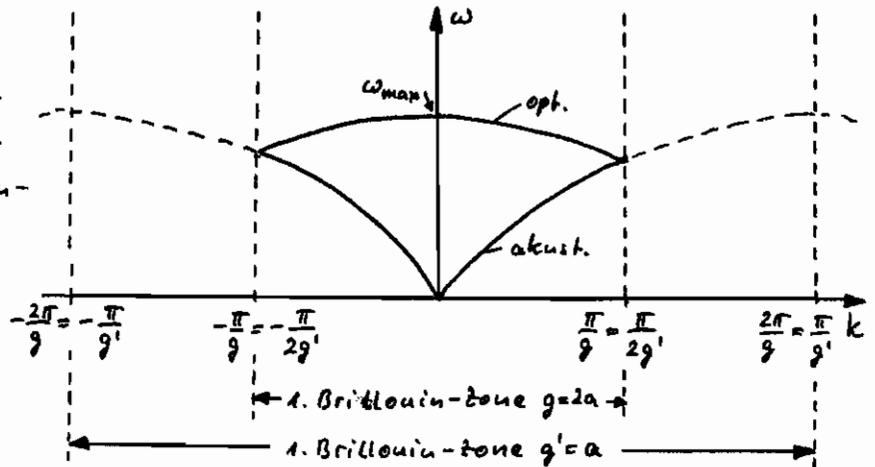


Bild 2-12 Longitudinale Moden

legt man willkürlich fest, daß die Periodizität der monoatomaren Gitter  $g = 2a$  sei, also gleich dem doppelten Atomabstand, so befinden sich in einer Elementarzelle des Gitters zwei gleiche Atome, die sich in ihrer relativen Lage (eines "rechts", eines "links") unterscheiden. Da die Rechnung, welche man Dispersionsdiagrammen führt, aber jeweils an gleichen Plätzen der einzelnen Elementarzellen zu einem Schwingungsmodus zusammenfaßt, sind entsprechend der Anzahl der Plätze pro Elementarzelle zwei Äste im periodischen Dispersionsdiagramm zu erwarten. Nach

den Betrachtungen über die Elektronenbewegung im periodischen Potential verändert sich auch nicht, wenn die periodische Atomkette für die Schallausbreitung eine obere Frequenzgrenze hat, Bild 2-13



bei der die Gruppengeschwindigkeit Null wird. Hätte man als Periodizität  $g' = a$  gewählt, so wäre nur ein Modus aufgetreten, nämlich der getriebene Fortpflanzungs akustische Zweig.

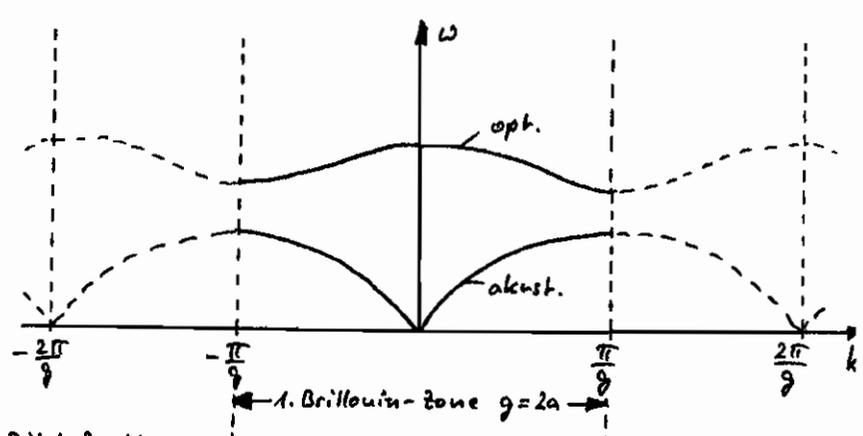
Mit der Physik hat die willkürliche Wahl der Elementarzelle nichts zu tun. Die Gitterschallwelle ist ja nur an diskreten Punkten, nämlich am Ort der Atome, definiert. Demzufolge beschreibt in Bild 2-12 sowohl die durchgezogene Linie für den Fall  $g = 2a$ , als auch die gestrichelte Linie für den Fall  $g' = a$  die Auslenkungen der Atome aus der Ruhelage in gleicher Weise. Bei der Wahl  $g = 2a$  klappt die Hälfte des akustischen Zweigs um und wird zum optischen Zweig.

Die Bezeichnung "akustischer Zweig" erklärt sich daraus, daß für kleine Frequenzen bzw. Fortpflanzungswerten das Dispersionsdiagramm nahezu linear ist, also keine Dispersion vorliegt, und  $v_{\text{phase}} = v_{\text{Gruppe}} = c_{\text{Schall}}$ , die Gruppengeschwindigkeit gleich der konstanten Schallgeschwindigkeit ist.

Die Bezeichnung "optischer Zweig" rührt daher, daß bei biatomaren polaren Kristallen verschieden geladene Partikel gegen einander schwingen können und dabei starke elektrische Felder auftreten. Die Maximalfrequenzen für Phononenanregung liegen bei  $10^{12}$  Hz, also bei Freiraumwellenlängen einer elektromagnetischen Schwingung von 30  $\mu$ m, so daß in diesem infraroten optischen Bereich eine starke Kopplung zwischen Phononen einer äußeren Feldes und Phononen des optischen Zweigs auftreten kann.

Für das biatomare gilt es in Bild 2-12 zu sehen, daß der höchste Frequenzwert des akustischen Phononen und der tiefsten Frequenz des optischen Phononen nicht identische Schwingungsbilder wie beim monoatomaren Kristall inprunde liegen, daß infolge dessen bei gleicher Wellenlänge die Frequenz der optischen Phononen einen anderen, höheren Wert annehmen muß als die der akustischen Phononen. Für  $k = \pi/g$  (akustische Phononen) schwingen die schweren Atome mit niedrigerer Frequenz, bei optischen Phononen schwingen die leichten Atome mit höherer Frequenz. Dazwischen ist kein Frequenzwert möglich. Es liegen ähnliche Verhältnisse wie bei einer elektronischen Bandlücke vor, bei der potentielle Energie in die Elektronenwelle ge-  
leitet werden muß, um von einer Bandoberkante auf die nächstgelegene Bandunterkante zu springen, Bild 2-14.

Es ist einrichtig, daß die Dispersionskurven für longitudinale und für die beiden transversalen Moden, die aus Symmetriegründen meist entartet



(identisch) sind, Bild 2-14

im allgemeinen verschieden werden. Gemessene Werte für einen nichtpolaren Li-Kristall und einen polaren GaAs-Kristall zeigen die Aufspaltung in einen longitudinalen (L) und einen entartet transversalen Teil (T) des Dispersionsdiagramms im Bereich der

ersten Brillouin-Zone in  $\langle 100 \rangle$ -Richtung. In andere kristallographische Richtungen nehmen die Kurven anders aus, da die Kristalle richtungsanisotrop sind.

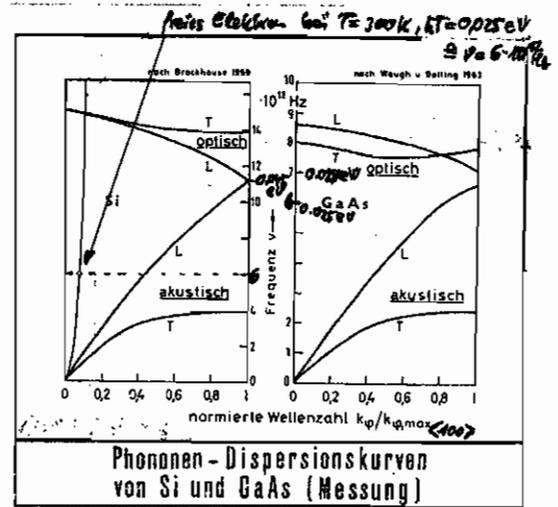


Bild 2-15

### 2.3. Streuprozesse

Ein Elektron kann sich durch einen streng periodischen Kristall ungestört mit energieabhängiger effektiver Masse bewegen. Wird jedoch die Kristallperiodizität durch statische thermische Bewegungen der Gitteratome oder durch Störstellen gestört, so kann sich das Elektron auf reinem Weg durch das Gitter Energie und Impuls mit dem Kristall aus. Da sich dabei seine Fortpflanzungsrichtung ändert (es wird im Raum "verstreut"), spricht man von Streuprozessen.

#### 2.3.1. Streuung an akustischen Phononen

Zur thermisch schwingenden Gitter sind entsprechend den Dispersionskurven Phononen präsent. Ein klassisch angeregtes Elektron auf Zimmertemperatur  $T=300\text{K}$  hat eine Wellenlänge  $\lambda = h / (m_{\text{eff}} \cdot v_{\text{therm}})$ , die mindestens um eine Größenordnung größer ist als übliche Gitterkonstanten ( $\sim 2 \cdot 10^{-8}\text{cm}$ ) sind. Da beim Stoß mit Gitteratomen der Energie- und Impulserhaltungssatz gelten muß, kann ein Elektron mit  $E = k \cdot 300\text{K}$  bei Verbleib im selben  $k$ -Raum niemals seine gesamte Energie ans Gitter abgeben, da es nicht über den dazu benötigten Impuls verfügt, sondern nur einen Bruchteil so, daß  $E'_{\text{e}} + E_{\text{ak}} = E_{\text{e}}$ ,  $p'_{\text{e}} + p_{\text{ak}} = p_{\text{e}}$  gilt. Die Streuung durch Emission akustischer Pho-

nonen ist daher weitgehend elastisch.

### 2.3.2. Streuung an optischen Phononen

Elektronen genügend hoher Energie können beim Stoß mit dem Gitter optische Phononen emittieren und dabei unter Umständen ihre gesamte Energie verlieren, da sich im Schnittpunkt beider Dispersionskurven (Bild 2-15 links) bei  $E \neq 0$  emittiert. Diese Streuung ist also weitgehend inelastisch. Sie ist besonders bei polaren Kristallen effektiv, da das starke elektrische Dipolfeld optischer Phononen in intensive Wechselwirkung mit dem geladenen Elektron treten kann.

### 2.3.3. Innestal- und Zwischenbandstreuung

Innestalstreuung nennt man den Mechanismus, bei dem Elektronen gestreut werden, aber im selben Bandminimum verbleiben. Die Änderung der Fortpflanzungskonstanten ist klein, folglich können nur Phononen großer Wellenlänge beteiligt sein. Sind diese akustisch, ist der Stoß elastisch. Sind sie optisch, ist der Stoß unelastisch.

Zwischenbandstreuung nennt man einen Stoß, bei dem ein Elektron von einem Zustand des Zentralbands in einen Zustand eines Satellitenbands, oder umgekehrt, gestreut wird. In diesem Falle ist die Änderung der Fortpflanzungskonstanten  $k$  groß. Folglich sind Phononen an der Obergrenze der akustischen oder an der Untergrenze des optischen Zweiges beteiligt. Diese Streuung ist stark inelastisch, da die Energie der emittierten Phononen in der Größenordnung der Elektronenenergie liegt.

### 2.3.4. Störstellenstreuung

Ionisierte Störstellen im Kristall streuen Elektronen durch Coulomb-Wechselwirkung, die am wirkungsvollsten bei niedrigen Elektronenenergien ist. Auch Streuungen an neutralen Störstellen und Gitterbaupfehlern sind möglich.

### 2.3.5. Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit

Die Beweglichkeit  $\mu$  ist bei Verschiebung von Diffusions-  
effekten Proportionalitätsfaktor zwischen Beschleunigung der  
elektrischen Feldstärke  $E$  und der Driftgeschwindigkeit  $v_{dr}$  von  $E$   
der Ladungsträger.  $\mu$  ist ein Maß dafür, wie frei sich ein  
Elektron im Kristall bewegen kann. Bei niedrigen Tempera-  
turen kann das Elektron keine wesentliche Energie mit  
atomaren Phänomenen, sondern nur mit Störatomen aus-  
tauschen. Bei zunehmender Temperatur hat das Elektron  
höhere thermische Energien und die Störstellenstreuung  
wird schwächer. Dafür nimmt die Wechselwirkung mit  
optischen Phänomenen  $\omega$ , die sehr viel Energie aufnehmen  
können. Mit wachsender Temperatur ist also zunächst ein  
Anstieg der Beweglichkeit zu erwarten und nach Errei-  
chen eines Maximumwertes ein Abnehmen. Für GaAs  
liegt dieses Beweglichkeitsmaximum bereits bei 100 K, für  
Si bei höheren Temperaturen wegen der höheren Anregungsenergie  
optischer Phänomene im Vergleich zu GaAs, Bild 2-15.

### 2.3.6. Heiße Elektronen

Abbildungsweise wird vorausgesetzt, daß externen angelegte elek-  
trische Felder ( $E < 100 \frac{V}{cm}$ ) nur eine kleine Störung der ther-  
mischen Elektronenbewegung verursachen, so daß die Elek-  
tronentemperatur  $T_e$  nach  $\frac{1}{2} m \overline{v_{ee}^2} = \frac{3}{2} k T_e$  gleich der Gitter-  
temperatur  $T_g$  bleibt und dem Elektronenensemble eine  
geringe Driftgeschwindigkeit  $v < 10^6 \frac{cm}{s} \ll \sqrt{v_{ee}^2} \approx 10^7 \frac{cm}{s} /_{100K}$  auf-  
geprägt wird.

Ist das angelegte Feld bedeutend größer ( $E > 1 \frac{kV}{cm}$ ), so errei-  
chen bei typischen Elektronenbeweglichkeiten bei GaAs  
von  $\mu = 8000 \frac{cm^2}{Vs}$  Driftgeschwindigkeiten von  $v = 0,8 \cdot 10^7 \frac{cm}{s}$ ,  
die bereits in der Größenordnung der thermischen Driftgeschwin-  
digkeiten liegen. Das Konzept einer kleinen Störung der Elek-  
tronenensemble ist dann keinesfalls mehr gültig. Die  
mittlere Energie der Elektronen wird deutlich erhöht (dies  
ist wegen der geringen Wechselwirkung mit akustischen Phä-  
nomenen möglich!) und die äquivalente Elektronentempe-  
ratur steigt über die der Gitter an,  $T_e > T_g$ . Solche Elektronen  
nennt man "heiß".

### 2.3.7. Sättigungsdriftgeschwindigkeit

Das Anheizen und die Zunahme der Driftgeschwindigkeit des Elektronenstromes ist nicht unbeschränkt möglich, da mit wachsender Energie zunehmend Stöße mit optischen Phänomenen stattfinden. Dadurch findet eine Begrenzung der Driftgeschwindigkeit statt, so daß sie schließlich unabhängig von der Feldstärke wird. Die Sättigungsdriftgeschwindigkeit liegt bei  $10^7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  und wird bei Feldstärken von  $10^4 \dots 10^5 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$  erreicht.

### 2.3.8. Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen

Zur Berechnung einer Driftgeschwindigkeits - Feldstärke - Charakteristik ist die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen wichtig. Im Intervall  $\vec{k} \dots \vec{k} + d\vec{k}$  befinden sich gerade  $f(\vec{k}) d^3k$  Elektronen.  $f(\vec{k})$  ist die Verteilungsfunktion. Eine Änderung der Verteilungsfunktion durch eine elektrische Feldstärke wirkt die Thermalisierung durch Streuprozesse entgegen,

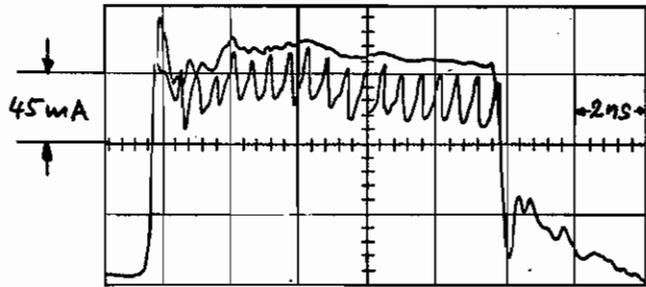
$$\frac{\partial f(\vec{k})}{\partial E} \frac{dE}{dt} = \frac{\partial f(\vec{k})}{\partial t} \Big|_{\text{Stoß}}$$

Die Lösung dieser Boltzmann - Gleichung ist wegen der Komplexität des Stoßkerns außerordentlich schwierig (vgl. Vorlesung: "Verstärkungsmechanismen bei hohen Frequenzen") und soll hier nicht weiter verfolgt werden.

Die folgenden Erörterungen setzen eine errechnete oder gemessene  $v-E$  - Kennlinie bereits voraus.

### 3. Bauelemente mit homopolem Halbleiter - Das Gunn-Element

J. B. Gunn machte 1963 die Entdeckung von Instabilitäten des Stroms durch eine GaAs-Probe, wenn ein bestimmtes Schwellwert des Stroms überschritten wurde, Bild 3-1. Die beobachteten Stromoszillationen hatten eine Frequenz



Typical current oscillation as observed by Gunn. The non-oscillating current pulse is for a bias field just below threshold, the oscillating curve is for a bias just above threshold. The scales are 45 mA and 2 nsec per division.

von ungefähr 1,8 Bild 3-1

GHz. Kröner

(1959), Ridley und Watkins (1961) und Hilsen (1962) hatten schon Jahre vorher in theoretischen Arbeiten erkannt, daß negative differentielle Leitfähigkeit einer Probe erreicht werden könnte, wenn Ladungsträger aus einem Zustands höher in einen Zustand niedriger Beweglichkeit durch Resonanzstreuung mit einem elektrischen Feld gebracht werden könnten, und sie stellten Betrachtungen über die dafür notwendige Bandstruktur bei III-V-Verbindungen an. Obwohl diese Elektronentransfereffekt eine gute Beschreibung von Gunn's Beobachtungen geliefert hätte, hatte er doch den Nachteil, nur ein hypothetischer Effekt zu sein, so daß Gunn andere, bekannte Halbleitersysteme für die Stromoszillationen verantwortlich machen wollte. Erst 1965 wurde durch Experimente von Hobson et al. unter Anwendung von hydrostatischem Druck zur Veränderung der Schwellfeldstärke unabhängig geklärt, daß der Gunn-Effekt ein Elektronentransfermechanismus der von Ridley und Watkins beschriebenem Art zugeordnet lag.

Im folgenden werden Eigenschaften von n-leitenden GaAs besprochen. Die Ergebnisse können jedoch im Prinzip auf eine Vielzahl von III-V-Verbindungen angewandt werden.

### 3.1. v-E-Kennlinie von n-GaAs

Bei niedrigen Feldstärken zeigt GaAs ohmsches Verhalten, d.h. Proportionalität der Driftgeschwindigkeit  $v$  und der elektrischen Feldstärke  $E$ , da die Ladungsträger im wesentlichen elastisch an akustischen Phononen gestreut werden. Kommt das aufgezehrte Elektronengas in solche Energiebereiche, daß eine Streuung der Leitungsbandelektronen vom Zentral- ins Satellitenband möglich wird, so nimmt die Anzahl von Trägern geringerer Beweglichkeit stark zu, d.h. die effektive Beweglichkeit nimmt ab. Unter Vernachlässigung der Diffusion kann man schreiben

$$|v| = \mu_{eff}(E) |E| = \left( \frac{n_z(E)}{n} \mu_z(E) + \frac{n_s(E)}{n} \mu_s(E) \right) |E|, \quad (3-1)$$

wobei der Index  $z$  für Zentralband und der Index  $s$  für Satellitenband steht.  $n = n_z + n_s$  ist die (konstante) Gesamtkonzentration. Im Bereich abnehmender Driftgeschwindigkeit existiert also ein Bereich negativer Leitfähigkeit,

$$\sigma = en \mu_{eff}(E). \quad (3-2)$$

Dieses Phänomen nennt man den Elektronen-Transfer-Mechanismus (Transferred Electron, TE Mechanism) oder Fern-Effekt. Damit er auftritt, muß die elektronische Bandstruktur von GaAs die Bedingungen  $\mu_{effs} \gg \mu_{effz}$ ,  $E_s > E_z$ ,  $E_s - E_z < E_{gap}$  erfüllen, vgl. Bild 2-11.

Im Bild 3-2 ist eine typische v-E-Charakteristik dargestellt. Der ohmsche Niederfeldbereich wird bei einer Schwellfeldstärke  $E_p$  (p wie peak) abgelöst von einem Hochfeldbereich mit negativer differentieller Beweglichkeit, die bei der sogenannten Talfeldstärke  $E_v$  (v wie valley) im Minimum der Driftgeschwindigkeit Null wird. Der weitere Verlauf der

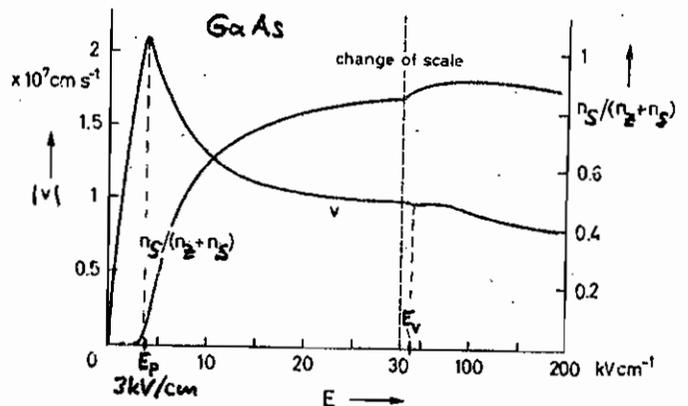


Bild 3-2

v-E-Kennlinie ist noch nicht eindeutig gelöst. In Bild 3-2 ist ebenfalls die Trägerkonzentration in Satellitenband,  $n_s$ , bezogen auf die Gesamtträgerzahl  $n_2 + n_s$  über der Energie dargestellt. Bemerkenswert ist das abrupte Wachstum von  $n_s$  bei Feldstärken  $E > E_p$ , weil wegen  $N_{D_1} \gg N_{D_2}$  keine Rückströmung. Die angegebene Charakteristik gilt für den unendlich ausge-dehnten homogenen Kristall. Sie kann nicht ohne Schwierig-keiten an den Anschlüssen eines realen Kristalls gemessen werden, da lokale mikroskopische Ladungsträger-Konzentrations-schwankungen zu Instabilitäten führen können. Ein stabiler negativer Widerstand wird also nicht beobachtet.

### 3.2. Raumladungswellen und Stabilität: Kleinwinkelnäherung

Aus den Fundamentalsgleichungen des Halbleitersplasmas (vgl. die Vorlesung "Verstärkungsmechanismen bei hohen Frequenzen") er-hält man im eindimensionalen Fall mit den Annahmen

- Bewegliche Ladungsträger sind nur Elektronen
- Betrachtung isolierender Körper, d.h. die Änderung der Drift-geschwindigkeit während der freien Flugzeit  $\tau_k$  der Elektronen zwischen zwei Stößen klein ist,  $\frac{dv}{dt} \ll v_d / \tau_k \Rightarrow j \omega v \ll v_d / \tau_k \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau_k} = \omega_k$ .  $\omega_k$  wird Kollisionsfrequenz genannt. Sie liegt im Halbleiterbereich bei  $2\pi \cdot 160$  GHz.
- Kein äußeres magnetisches Feld ist vorhanden. Innere mag-netische Felder sind vernachlässigbar gegen den Einfluss elektrischer Felder.
- Keine Generation und Rekombination

als relevante Beziehungen die Poisson-Gleichung

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad \vec{v}_{ec} = -\mu \vec{E} \quad \text{für Elektronen} \quad (3-3)$$

die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div } \vec{j}_k \quad (3-4)$$

und die Transportgleichung für die Konvektionsstromdichte  $\vec{j}_k$

$$\vec{j}_k = en\mu \vec{E} + e \text{grad}(Dn), \quad \vec{j}_c = -en\vec{v}_e + e \text{grad}(Dn), \quad (3-5)$$

welche sich aus dem Feldstrom  $en\mu \vec{E}$  und dem Diffusions-strom  $e \text{grad}(Dn)$  mit der Beweglichkeit  $\mu = \frac{e\tau_k}{m_{eff}}$  und dem

Diffusionskoeffizienten  $D = \frac{kT}{e} \mu = U_T \mu$  zusammensetzt. Da  $\rho$  die Diffusion verallgemeinert werden, erhält man das bekannte ohmsche Gesetz

$$\vec{j}_k = e n \mu \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad \vec{j}_k = -e n v_d = e n \mu \vec{E} \quad (3-6)$$

mit der Leitfähigkeit  $\sigma$  wie in Gl. (3-2). Zusammenfassung der Gleichungen (3-3), (3-4) und (3-6) liefert die Bewegungsgleichung der Raumladung  $\rho$

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\tau_R} \rho = 0 \quad (3-7)$$

mit der sogenannten dielektrischen Relaxationszeit

$$\tau_R = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1}{\omega_R} \quad (3-8)$$

bzw. Relaxationsfrequenz.

Wird die Gleichgewichtsdichte  $\rho_0$  im Kristall zur Zeit  $t=0$  auf die Dichte  $\rho(t=0) = \rho_0 + \rho_1$  angehoben, so kehrt die Störung nach Lösung der Gl. (3-7) entsprechend der Funktion

$$\rho(t) = \rho_1 e^{-\frac{t}{\tau_R}} + \rho_0 \quad (3-9)$$

ab. Die charakteristische Abklingzeit ist die Relaxationszeit und liegt in der Größenordnung  $\tau_R \left\{ \begin{array}{l} \sigma = 10^2 \text{ cm}^{-1} \\ \epsilon_{\text{GaAs}} = 12.6 \end{array} \right\} \approx 10^{-12} \text{ s}$ .

Wird in dem homogen angenommenen Halbleiterkristall durch Einbringen einer ortsfesten Ladung  $+e$  eine Störung eingebaut, so nähern sich einige Portionen des Elektronengases dem positiven Ion solange, daß durch die Abschirmwirkung weitere Elektronen nicht mehr beeinflusst werden. Allerdings entsteht eine ortsabhängige Potentialänderung  $\varphi(x)$  in der Umgebung der Störstelle. Für das Elektronengas wird eine Boltzmann-Verteilung angenommen, wobei  $\varphi(x) \ll U_T$  vorausgesetzt ist, also für die gesamte Raumladung mit  $n_0 \approx N_D$

$$\rho(x) = -e n_0 e^{\frac{\varphi(x)}{U_T}} \approx -e n_0 \left( 1 + \frac{\varphi(x)}{U_T} \right), \quad (3-10)$$

welche zusammen mit der Poisson-Gleichung Gl. (3-3) zur Ortsabhängigkeit der Raumladung führt

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{e n_0}{\epsilon U_T} \varphi \quad (3-11)$$

mit der Lösung

$$\varphi(x) = A e^{-\frac{x}{L_D}} + B e^{\frac{x}{L_D}}, \quad (3-12)$$

Die Konstante  $l_D$  ist die Debye-Länge,

$$l_D = \sqrt{\frac{\epsilon U_T}{en_0}} = \left\{ \begin{array}{l} en_0 \mu = \sigma \\ \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1}{\omega_R} \\ U_T \mu = D \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{D}{\omega_R}} \quad (3-13)$$

welche ein Maß dafür ist, wie weit das Feld eines geladenen Teilchens seine Umgebung beeinflusst, bzw. in welchem Abstand ein individuelles Teilchen nicht mehr an reinem Feld erkennbar ist.

Um mit Hilfe der Nyquist-Theorems Aussagen über die Stabilität des Kristalls machen zu können, wird eine Kleinignal-betrachtung angestellt.

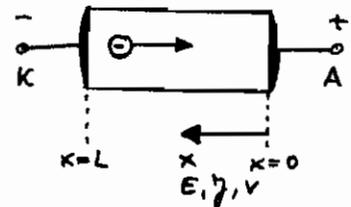


Bild 3-3

Kombination von Gl. (3-3), (3-4) und (3-5) liefert im eindimensionalen Falle ( $\vec{E} = E \vec{e}_x$ ,  $\vec{v} = v \vec{e}_x$ ,  $\vec{j} = j \vec{e}_x$ )

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} - env(E) + e \frac{\partial}{\partial x} (Dn) \right] = 0 \quad (3-14)$$

Nach  $x$  integriert erhält man mit der üblich konstanten Gesamtstromdichte  $j(t)$  als Integrationsfunktion mit  $en(x,t) = eN_D - \epsilon \frac{\partial E(x,t)}{\partial x}$

$$j(t) = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} - v(E) (eN_D - \epsilon \frac{\partial E}{\partial x}) + e \frac{\partial}{\partial x} [Dn(x,t)] \quad (3-15)$$

Zur Kleinignalnäherung verwendet man den Ansatz

$$\begin{aligned} j(t) &= j_0 + j_1(t) \\ E(x,t) &= E_0(x) + E_1(x,t) \\ D(E) &= D_0(E_0) + D_d(E_0) E_1(x,t) \quad , \quad D_d(E_0) = \left. \frac{dD(E)}{dE} \right|_{E=E_0} \\ v(E) &= -v_0(E_0) - \mu_d(E_0) E_1(x,t) \quad , \quad \mu_d(E_0) = \left. \frac{dv(E)}{dE} \right|_{E=E_0} \\ n(x,t) &= n_0(x) + n_1(x,t) \end{aligned} \quad (3-16)$$

und erhält

$$\begin{aligned} j_0 + j_1(t) &= \epsilon \frac{\partial E_1(x,t)}{\partial t} + [v_0(E_0) + \mu_d(E_0) E_1(x,t)] \left[ eN_D - \epsilon \frac{dE_0(x)}{dx} - \right. \\ &\quad \left. - \epsilon \frac{\partial E_1(x,t)}{\partial x} \right] + e \frac{\partial D(E)}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial x} n(x,t) + e D(E) \frac{\partial n(x,t)}{\partial x} \end{aligned} \quad (3-17)$$

Die Zusammenfassung der zeitunabhängigen Terme ergibt nach Einsetzen von Gl. (3-16) für  $n(x,t)$

$$j_0 = v_0(E_0) [eN_D - \epsilon \frac{dE_0(x)}{dx}] - eD_d(E_0) \frac{dE_0(x)}{dx} n_0(x) + eD_0(E_0) \frac{dn_0(x)}{dx} \quad (3-18)$$

was bei homogenem Feld, also für  $\frac{dE_0(x)}{dx} = -e \frac{n_0(x) - N_D}{\epsilon} \approx 0$  mit  $n_0(x) = N_D$  in der bekannten Beziehung

$$j_0 = eN_D v_0(E_0) \quad (3-19)$$

folgt.

Die Zusammenfassung der verlustfreien Terme unter Vernachlässigung von Produkten der Störgrößen ergibt nach Einsetzen in Gl. (3-16) für  $n(x,t)$  mit  $n(x,t) \approx n_0(x) \approx N_D$

$$j_1(t) = \epsilon \frac{\partial E_1(x,t)}{\partial t} - \epsilon D_0(E_0) \frac{\partial^2 E_1(x,t)}{\partial x^2} - \epsilon [v_0(E_0) - \frac{eN_D}{\epsilon} D_d(E_0)] \frac{\partial E_1(x,t)}{\partial x} + eN_D \mu_d(E_0) E_1(x,t) \quad (3-20)$$

Der harmonische Ansatz

$$j_1(t) = j_1 e^{j\omega t}, \quad E_1(x,t) = E_1(x) e^{j\omega t} \quad (3-21)$$

liefert

$$j_1 = j\omega \epsilon E_1(x) - \epsilon D_0(E_0) \frac{d^2 E_1(x)}{dx^2} - \epsilon [v_0(E_0) - \frac{eN_D}{\epsilon} D_d(E_0)] \frac{dE_1(x)}{dx} + eN_D \mu_d(E_0) E_1(x) \quad (3-22)$$

bzw. die lineare inhomogene Wellengleichung

$$D_0(E_0) \frac{d^2 E_1(x)}{dx^2} + [v_0(E_0) - \frac{eN_D}{\epsilon} D_d(E_0)] \frac{dE_1(x)}{dx} - [\frac{eN_D \mu_d(E_0)}{\epsilon} + j\omega] E_1(x) = - \frac{j_1}{\epsilon} \quad (3-23)$$

Führt man zur Abkürzung  $v_d = v_0(E_0) - \frac{eN_D}{\epsilon} D_d(E_0)$  als Driftgeschwindigkeit und  $\omega_{rd} = \frac{eN_D \mu_d(E_0)}{\epsilon}$  als differentielle Relaxationsfrequenz ein, so erhält man

$$D_0(E_0) \frac{d^2 E_1(x)}{dx^2} + v_d(E_0) \frac{dE_1(x)}{dx} - (\omega_{rd} + j\omega) E_1(x) = - \frac{j_1}{\epsilon} \quad (3-24)$$

Charakteristische Gleichung ist mit dem Ansatz  $E_1(x) = E_1 e^{jkx}$

$$-D_0 k^2 + jv_d k - (\omega_{rd} + j\omega) = 0 \quad \text{bzw.} \quad v_d k = \omega - j(\omega_{rd} + D_0 k^2), \quad (3-25)$$

deren Lösung die Dispersionsrelation

$$k_2 = - \frac{1}{2D_0} \left[ \pm \sqrt{-v_d^2 - 4D_0(\omega_{rd} + j\omega)} - jv_d \right] \quad (3-26)$$

ergibt.

Partikulärlösung von Gl. (3-24) ist  $E_{sp}(x) = \frac{j_1/\epsilon}{\omega_{rd} + j\omega} = \frac{j_1/\epsilon}{-D_0 k^2 + jv_d k}$ , so daß mit der Randbedingung  $E_1(x=L) = 0$  (wegen des hohen Träger-

dichte in Kontakt) die allgemeine Lösung

$$E_1(x,t) = \frac{-j_1/\epsilon}{-D_0 k^2 + j\nu_d k} \left[ e^{jk(x-L)} - 1 \right] e^{j\omega t} \quad (3-27)$$

heißt. Eine harmonische Störung der Amplitude  $j_1$  bewirkt also eine proportionale  $x$ -unabhängige Reaktion der Feldstärke, der eine in  $-x$ -Richtung laufende Welle überlagert ist. Die Fortpflanzungskonstante  $k$  nach Gl. (3-25) und (3-26) ist komplex; folglich bleibt die Wellenamplitude nicht konstant. Wird der Imaginärteil von  $k$  positiv, so wächst die Amplitude der Feldstärke in negativer  $x$ -Richtung an. Das ist gerade der Fall, wenn  $\text{Re} \nu_d(E_0) < 0$  wird, wenn also ein Stadelfeld  $E_0$  im fallenden Ast der  $v$ - $E$ -Kennlinie anliegt. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind für  $k \approx \frac{\omega - j\nu_d}{\nu_d}$  ungefähr gleich,

$$v_{\text{Phase}} \approx v_{\text{Gruppe}} = \frac{\omega}{\text{Re}\{k\}} \approx \nu_d(E_0) = \nu_0(E_0) - \frac{eN_D}{\epsilon} D_n(E_0), \quad (3-28)$$

und können die Feldkomponente  $v_0$  der Elektronengeschwindigkeit  $\nu_d$  bei hoher Dotierung  $N_D$  überwiegen, wenn  $D_n(E_0) = \mu_n \nu_d(E_0) < 0$  ist.

Die Kleinsignalimpedanz ist definiert als Quotient von Spannung an der Probe zum fließenden Strom. Für die Spannung erhält man nach Integration von Gl. (3-27) über die Probelänge von  $x=0$  bis  $x=L$

$$U_1(t) = U_1 e^{j\omega t} = \frac{j_1 L e^{j\omega t}}{-D_0 k^2 + j\nu_d k} \left[ \frac{e^{-jkl} - 1}{jkl} + 1 \right]. \quad (3-29)$$

mit der Ableitung

$$s = jkl = \frac{L}{\nu_d} [\omega_{rd} + D_0 k^2] + j \frac{L}{\nu_d} \omega \quad (3-30)$$

bestimmt man für die Kleinsignalimpedanz beim Probenquerschnitt  $A$  und dem Probestrom  $I_1 = A \cdot j_1$

$$\frac{U_1}{I_1} = Z(s) = \frac{L^2}{\epsilon A} \frac{e^{-s} - 1 + s}{\nu_d s^2 (1 + \frac{D_0}{\nu_d L} s)}. \quad (3-31)$$

Da der Nenner bei endlichem  $\omega$  nicht Null wird, existieren keine Pole der Impedanzfunktion. Infolgedessen ist der Kontakt bei Betrieb mit eingestrichenem Strom stabil.

Es existieren jedoch unendlich viele Nullstellen, wenn mit  $D_0 = 0$  die Diffusion vernachlässigt wird. Die Probe ist stabil,

so lange für die Nullstellen  $s_n$   $|\operatorname{Re}\{s_n\}| < |\operatorname{Im}\{s_n\}|$  gilt. Die erste Nullstelle  $s_1 = -2,09 \pm j7,46$  ( $s_2 = -2,69 \pm j13,88$ ) hat betragsmäßig den kleinsten Realteil, so daß für Stabilität die Bedingung

$$\frac{L}{v_d} |\omega_{\text{red}}| < 2,09 \quad (\omega_{\text{red}} < 0) \quad (3-32)$$

zu erfüllen ist (für  $\omega_{\text{red}} > 0$  gibt es natürlich keine Instabilität!), daß für Driftzeiten größer als das doppelte der Relaxationszeit  $\frac{L}{v_d} > 2,09 / |\tau_{\text{red}}|$  also Instabilitäten auftreten werden. Für das  $N_D L$ -Produkt gilt in folgedessen mit  $|\tau_{\text{red}}| \approx \frac{\tau}{e N_D \mu_{\text{eff}}}$

$$N_D L < 2,09 \frac{v_d \tau}{e \mu_{\text{eff}}}, \quad (3-33)$$

damit die Probe stabil bleibt.

Setzt man die Werte  $|\mu_{\text{eff}}| \approx \frac{v_d}{E}$  mit  $L = 10 \mu\text{m}$ ,  $U_0 = 15 \text{ V}$ ,  $E = E_0 = 15 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ ,  $\tau_{\text{GaAs}} = 12,6 \text{ ns}$ , so erhält man

$$(N_D L)_{\text{krit}} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2} \quad (3-34)$$

als stabilen Grenzwert des  $N_D L$ -Produkts.

Diffusion kann die Verhältnisse beträchtlich ändern, da es unter der Bedingung, daß der Imaginärteil von  $k$  negativ ist, also nach Gl. (3-30) mit  $D_0 k^2 \approx D_0 \frac{\omega^2}{v_d^2}$  (Gl. (3-28))

$$\omega > v_d \sqrt{\frac{|\omega_{\text{red}}|}{D_0}} \quad (3-35)$$

kann Stabilität erwartet werden, sogenannte Diffusionsstabilität. Mit Gl. (3-13) für die Debye-Länge  $l_D = \sqrt{\frac{D}{\omega_R}}$  und der Feldstärke - bzw. Raumladungswellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi}{\operatorname{Re}\{k\}} \approx 2\pi \frac{v_d}{\omega}$  kann man auch schreiben

$$\lambda < 2\pi l_D \quad (3-36)$$

für die Bedingung der Diffusionsstabilität. Ist also die Abschirmlänge  $l_D$  der Ladungsträger größer als die der Raumladungswelle zugeordnete Wellenlänge  $\lambda$ , so bleibt das System stabil.

Individuelle Raumladungen sind auf einer Länge  $l_D$  nicht zu unterscheiden. Eine Ladungshäufung in Bereichen dieser Gitteranordnung tritt nach außen nur mit einer globalen Feldstärke in Erscheinung. Da innerhalb von  $l_D$  eine Wellenlänge der Raumladung vorhanden wäre, müßte die Unterscheidung zwischen Raumladungsverdichtung und -verdünnung in einer Debye-Länge

2 Teilchen sein, jedoch wirkt eine positive und eine negative Ladung, auf die Debye-Länge zusammengefaßt, wie die Ladung Null. Folglich ist keine Wechselwirkung mit der Welle der elektrischen Felder möglich.

Die Frequenz der Instabilität erhält man, indem man  $\text{Im}\{s\} = \text{Im}\{s_1\}$  setzt. Weil diese Frequenz mit der reiproben Laufzeit  $\tau = \frac{L}{v_d}$  übereinstimmt, nennt man sie Laufzeitfrequenz

$$f_c \approx \frac{1}{\tau} \approx \frac{v_d}{L} \quad (3-37)$$

Ist das Produkt  $N_0 L < 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , so tritt für Frequenzen  $\omega \ll v_d \sqrt{|\omega_{rd}|/D_0}$  bzw. unter Vernachlässigung der Diffusion ein negatives Mikrowellenwiderstand auf. Aus Gl. (3-30) wird

$$s \approx \tau(\omega_{rd} + j\omega), \quad (3-38)$$

was in Gl. (3-31) mit  $\varphi_d = \omega_{rd} \tau$ ,  $\varphi = \omega \tau$  eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= R(\omega) + jX(\omega), \quad Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = G(\omega) + jB(\omega), \\ R(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{(e^{-\varphi_d} \cos \varphi - 1 + \varphi_d)(\varphi_d^2 - \varphi^2) - (e^{-\varphi_d} \sin \varphi - \varphi) 2\varphi \varphi_d}{(\varphi_d^2 + \varphi^2)^2}, \\ X(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{-(e^{-\varphi_d} \sin \varphi - \varphi)(\varphi_d^2 - \varphi^2) - (e^{-\varphi_d} \cos \varphi - 1 + \varphi_d) 2\varphi \varphi_d}{(\varphi_d^2 + \varphi^2)^2}. \end{aligned} \quad (3-39)$$

Ist  $\varphi \ll |\varphi_d| \ll 1$ , was in fasten wird die Gleichungen zu

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{e^{-\varphi_d} \cos \varphi - 1 + \varphi_d}{\varphi_d^2}, \quad R(0) = \frac{1}{2} \frac{L^2}{\epsilon A v_d}, \quad G(0) = 2 \frac{\epsilon A v_d}{L^2}, \\ X(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{-e^{-\varphi_d} \sin \varphi + \varphi}{\varphi_d^2}, \quad X(0) = 0, \quad B(0) = 0. \end{aligned} \quad (3-40)$$

Ist  $\varphi \gg 1 \gg |\varphi_d|$ , so erhält man

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{e^{-\varphi_d} \cos \varphi - 1 + \varphi_d}{-\varphi^2}, \quad R(\infty) = 0, \quad G(\infty) = 0, \\ X(\omega) &= \frac{L^2}{\epsilon A v_d} \frac{-e^{-\varphi_d} \sin \varphi + \varphi}{-\varphi^2}, \quad X(\infty) = -\frac{1}{\omega \frac{\epsilon A v_d}{L^2}}, \quad B(\infty) = \omega \frac{\epsilon A v_d}{L^2}. \end{aligned} \quad (3-41)$$

Da der Blindanteil der Impedanz offenbar nichtlinear separierbar ist, wird eine Darstellung in Kettenwertform ausgearbeitet. Für die vier Parameter  $\varphi_d = \omega_{rd} \tau = \pi, 0, -0,2\pi, -2,09$  wurden jeweils Wirk- und Blindwert in Bild 3-4 über  $\omega \tau$  aufgetragen.

Wesentlich ist, daß für negative  $\omega\tau$ -Werte ein negatives Wirkleistung in der Umgebung der Laufzeitfrequenz  $\omega\tau = \frac{1}{\epsilon}$  und bei periodischen Vielfachen auftritt, dessen maximaler Wert mit wachsender Frequenz abnimmt.

Positive  $\omega\tau$ -Werte haben annähernd konstanten Realteil  $G \approx G(\omega)$  und frequenzunabhängigen Imaginärteil der Kapazität

$$\frac{B(\omega)}{\omega} = C_{eff} \neq C_{eff}(\omega)$$

nur Folge. Für  $\omega\tau = 7,46$  mit  $\omega_{real} \tau = -2,09$  hat gleichzeitig der Realteil  $G$  und der Imaginärteil  $B$  einen Pol, bzw.  $R$  und  $X$  haben gleichzeitig eine Nullstelle. Das heißt aber, daß die Impedanzfunktion  $Z(\omega)$  eine Nullstelle hat und somit eine Unlösbarkeit auftritt.

Berücksichtigt man mit  $\varphi_d = \omega\tau + \text{Dok}^2$  zusätzlich Diffusions effekte, so erhält man mit  $Y' = \frac{Y}{\epsilon A \omega L^2}$  in Bild 3-5 im wesentlichen ähnliche Kurven wie in Bild 3-4, nur daß die Extrema bei Vielfachen der Laufzeitfrequenz mit höheren Laufzahlen  $\omega\tau$  rascher abnehmen.

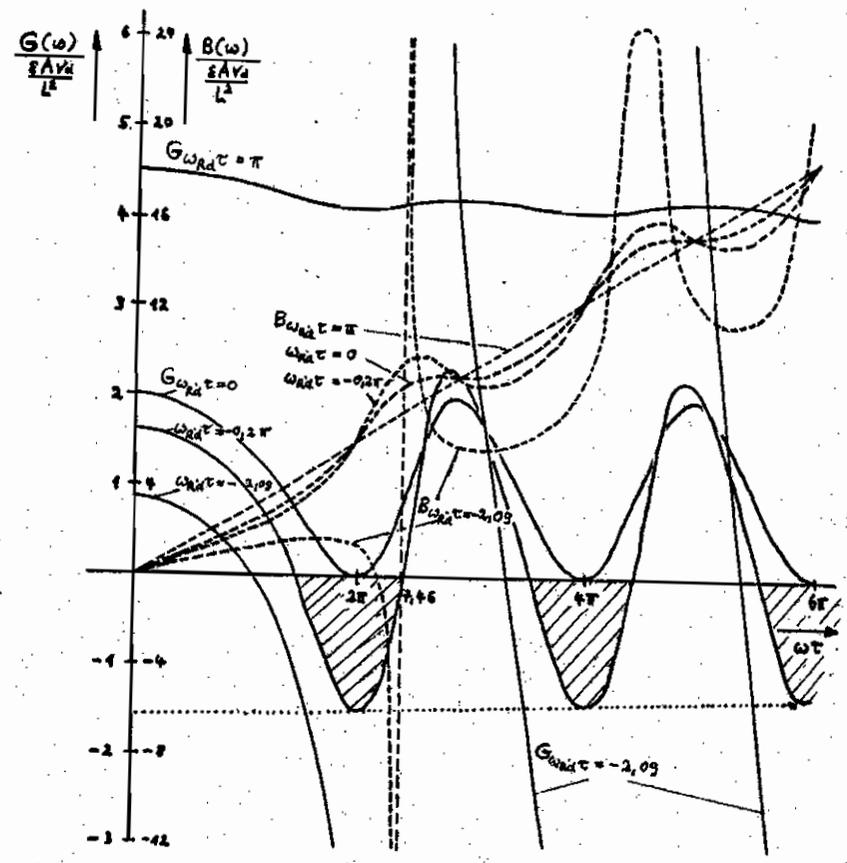


Bild 3-4

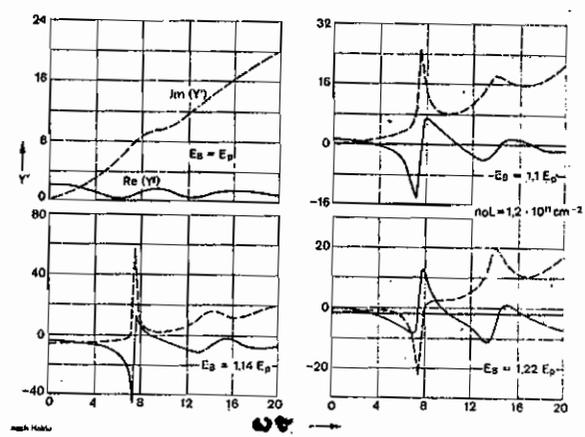


Bild 3-5

### 3.3. Raumladungswellen und Stabilität: Grosssignalbetrachtung

Das bei ohmschen Kontakten zwangsläufige Konzentrationsgefälle ( $N_{Dmetall} = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{DHL} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) führt zu einer Raumladungsinhomogenität und damit bei jeder Probeabmessung zum Aufbau und Wadstuen einer Ladungsträgeranreicherung, genannt Akkumulationsdomäne, die durch den Kristall zur Anode wandert, Bild 3-6.

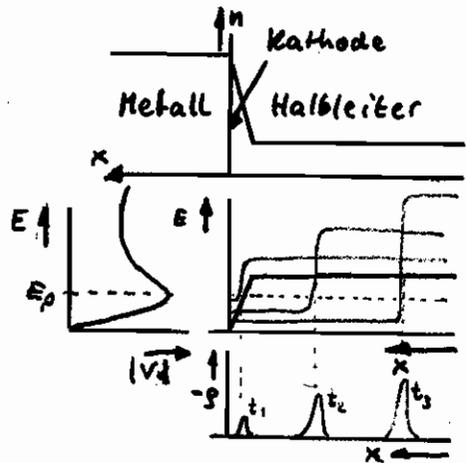


Bild 3-6

Die Realisierung einer reinen Akkumulationsdomäne ist jedoch schwierig, da das Feld über lange Zeit im Bereich negativer differentieller Beweglichkeit  $E > E_p$  bleibt und dabei prinzipielle Dotierungsfluktuationen eine Verarmungsschicht bewirken und das Feld zusammenbricht. Bild 3-7 erläutert die Verhältnisse bei einer solchen mikroskopischen Dotierungsfluktuation  $\Delta n_0$ .

Stark ausgeprägt ist die Feldverteilung im Augenblick der "Einschlüssen" einer solchen Konzentrationsabweichung aufzeichnet bei einer Probenspannung, die im homogenen Kristall eine konstante Feldstärke  $E_s$  zur Folge gehabt hätte. Lokal existiert ein Ladungsdipol, der eine Feldstärkeüberhöhung bewirkt. Dabei wirkt die

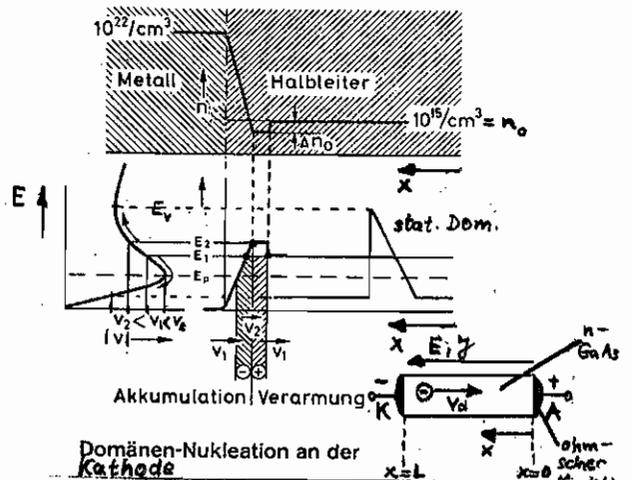


Bild 3-7

Elektronenabdriftgeschwindigkeit in diesem Bereich von  $v_1$  auf  $v_2 < v_1$ . Rechts des Dipols laufen die Elektronen schneller, so dass sich eine Elektronenverarmungsschicht  $\oplus$  ausbildet. Am linken des Dipols wandern die Elektronen schneller als  $v_2$ , so dass mehr Ladungsträger in den Hochfeldbereich strömen als abfließen und eine Anreicherungschicht  $\ominus$  entsteht. Infolge der wachsenden Akku-

Feldgradient zwischen Akkumulations- und Verarmungsseicht wächst die Felddifferenz  $E_2 - E_1$  mit der dielektrischen Relaxationszeit  $\tau_{rel}$  rapide an, wobei die viel ausbildende Dipoldomäne (Grunn-Domäne) den weitaus größten Teil der Feldstärke absorbiert, die dabei im restlichen Kristall wegen der konstanten Vorspannung abnehmen muß. Es gilt bei jeder die Probenlänge vermindert laminiertes Domänenbreite

$$\frac{U_0}{L} = E_1 + \frac{\Phi_D}{L} \quad (3-42)$$

$U_0$  ist die am Kristall angelegte Spannung,  $L$  die Probenlänge,  $\Phi_D$  das sogenannte Domänenpotential der Dipolschicht. Während sich die Domäne zur Anode bewegt, wächst das Domänenpotential so lange an, bis sich ein stationärer Zustand ausgebildet, für welchen Dipol- und Volumenelktrenen die gleiche konstante Driftgeschwindigkeit haben. Das Feld außerhalb der Domäne wird dabei kleiner als  $E_p$ , so daß sich keine neue Domäne formieren kann. Wenn die Domäne im Anodenkontakt verschwindet, wächst das Feld außerhalb über  $E_p$  an, so daß mit dem Verschwinden des alten Ladungsdipols eine neue Domäne unterleitet. Mit dem Abnehmen der Driftgeschwindigkeit beim Aufbau einer Domäne und dem Anwachsen der Driftgeschwindigkeit beim Abbau einer Domäne sind bei konstanter Probenlänge Stromschwankungen verbunden wegen  $I = env_d$ . Daher kommt es zu einer Oszillation des Probenstroms mit einer Frequenz, die gleich der reziproken Laufzeit der Domäne durch das Proben Volumen ist, der sogenannten Laufzeitfrequenz  $f_c = \frac{1}{\tau} \approx \frac{v_d}{L}$ , vgl. Bild 3-1.

Für das Produkt aus Dotierung und Probenlänge liefert eine einfache Abschätzung einen Grenzwert, unterhalb dessen keine Domänenbildung mehr möglich ist.

Die Domäne bildet sich innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit  $\tau_r = \epsilon/\sigma = \epsilon/(en\mu) = \epsilon/(en \frac{v_d}{E})$  aus. Da sie gleichzeitig mit der Driftgeschwindigkeit  $v_d$  zur Anode wandert, muß ihre Formierung spätestens in dieser Laufzeit  $\tau = \frac{L}{v_d}$  abgeschlossen sein, so daß sich ab untere Grenze der Domänenbildung mit  $\tau \geq \tau_r$  ergibt

$$N_D L \geq \frac{\epsilon E}{e} \approx \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{GaAs} = 12,6 \\ L = 10 \mu m \\ U_0 = 15V \\ E_0 = E = 15 \frac{kV}{cm} \end{array} \right\} \approx 10^{11} cm^{-2} \quad (3-43)$$

Dieser Wert stimmt sehr gut mit der in Gl. (3-34) angegebenen Bedingung überein.

Bisher wurde stillschweigend angenommen, daß die Querabmessung der Probe sehr groß gegen z.B. die Domänenbreite sind. Diese Bedingung kann bei planaren Elementen verletzt sein. Unter Umständen wird dann die Ausbildung von Domänen verhindert.

Spiegt das Stromfeld der Domäne bei geringer Probendicke eine wesentliche Rolle, Bild 3-8, so wird die Domänenkapazität  $C_D \approx \epsilon_1 \frac{da}{b}$

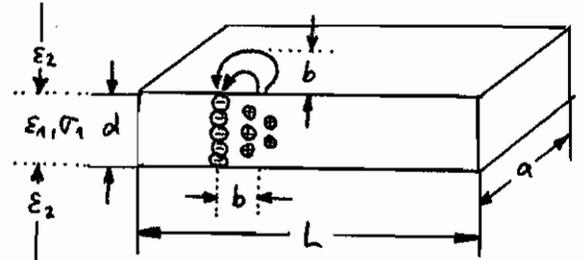


Bild 3-8

durch die Stromkapazität

$C_D \approx \epsilon_2 \frac{ab}{b} = \epsilon_2 a$  nach einer sehr groben Abschätzung auf

$C_D \approx \epsilon_1 \frac{ad}{b} + \epsilon_2 a$  vergrößert. Ist  $R_0 = \frac{L}{\sigma_1 ad}$  der Widerstand der

Probe außerhalb der Domäne mit  $b \ll L$ , so wird an ihrem Aufbau mindestens die Zeit  $\tau_D = R_0 C_D$  gebraucht, die wiederum kleiner als die Laufzeit  $\tau = \frac{L}{v_d}$  sein muß. Infolgedessen gilt, daß

$$R_0 C_D = \frac{L}{\sigma_1} \left( \frac{\epsilon_1}{b} + \frac{\epsilon_2}{d} \right) > \frac{L}{v_d} \quad (3-44)$$

sein muß, wenn sich keine Domäne bilden soll, woraus für den Fall hoher dielektrischer Permittivität  $\epsilon_2$  bzw. geringer Querabmessung  $d$  mit  $\sigma_1 = e \mu \mu_0$  unabhängig von  $L$  die Bedingung

$$N_D d \leq \frac{\epsilon_2 v_d}{e \mu} \quad (3-45)$$

folgt. Wird  $\epsilon_2$  durch GaAs-Substrat mit  $\epsilon_{r2} = 12,6$  bestimmt, so erhält man mit  $\mu \approx 7 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ ,  $v_d \approx 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

$$N_D d \leq 10^{10} \text{ cm}^{-2}. \quad (3-46)$$

Beschichtet man eine Probe mit  $\text{BaTiO}_3$ ,  $\epsilon_{r2} = 2000$ , so muß bei einer Dotierung von  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  die Dicke

$$d \leq 16 \mu\text{m}$$

gewählt werden, was ein realisierbarer Wert ist. Wählt man also  $N_D d < 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , so läßt sich ein stabiles Verhalten ohne Domänenbildung aufbauen, auch wenn  $N_D L > 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ist.

In der Erörterung des Abschnitts 3.3. wurden gewisse Diffusions-  
einflüsse nicht berücksichtigt und die Breite der Akkumula-  
tionsschicht war zu Null angenommen, Bild 3-7. Hat die Akku-  
mulationsschicht jedoch eine  
endliche Breite, so ist es nicht  
zwingend, daß die Domäne  
überhaupt im Anodenkontakt  
verschwindet.

Bewegt sich die Verarmungs-  
oder Akkumulationsschicht einer  
Dipoldomäne in die Anode  
hinan, so ändert sich die  
Form der Domäne nicht, es  
wird nur ein Teil einfach  
abgeschnitten. Unter der Be-  
dingung konstanter äußerer  
Spannung muß sich die Feld-  
stärke außerhalb der Akkumula-  
tionszone erhöhen. Das wü-  
re wiederum bewirkt durch die Er-  
höhung der Elektronendrift-  
geschwindigkeit einen verstärk-  
ten Ladungsstromfluß zur

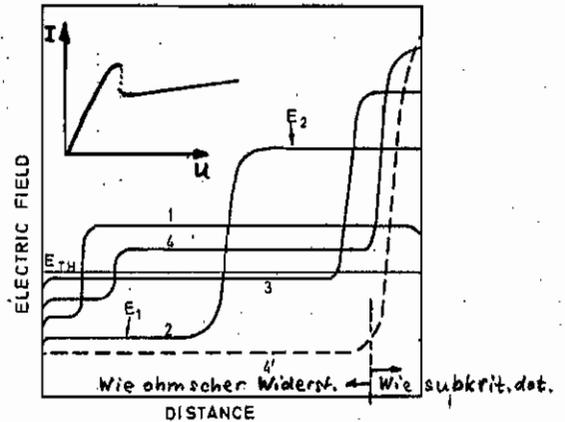
Akkumulationsschicht, was die  
Verluste an Ladungsträgern durch Driften in die Anode ausfallen  
lassen, wenn die Zeit dieser Nachschubvorgangs kleiner ist als die  
Zeit, welche die Domäne ohne Nachschub an Elektronen zum Ver-  
schwinden braucht, Bild 3-9.

Setzt man die Breite der Akkumulationsschicht aus ungefäh-  
rer drei Debye-Längen an, und die Zeit des Ladungsstromnachschubs  
gleich dem Betrag der (negativen) dielektrischen Relaxationszeit  $\tau_{rel} = \frac{1}{\omega_{rel}}$ ,  
so muß diese offenbar kleiner sein als die Breite der Akku-  
mulationsschicht dividiert durch die Driftgeschwindigkeit, also

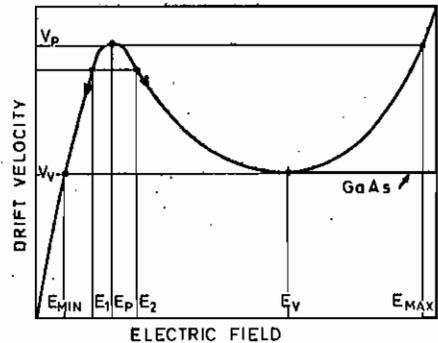
$$|\tau_{rel}| < 3 \frac{L_D}{v_d} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{|\omega_{rel}|} < \frac{3}{v_d} \sqrt{\frac{D}{|\omega_{rel}|}} \quad (3-47)$$

Setzt man  $\omega_{rel} = \frac{e N_d \mu_d}{\epsilon}$  ein, so erhält man

$$N_d > \frac{\epsilon v_d^2}{9 e \mu_d D} \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3} \quad \text{für n-GaAs} \quad (3-48)$$



Electric field versus distance at four different times. The straight thin horizontal line represents the threshold field  $E_{TH}$ . The dotted field line (4) corresponds to a stable solution.



Drift velocity versus electric field for GaAs. The rising branch corresponds to an early calculation.

Obwohl also von NOL-Produkt bei die Probe instabil sein kann, ist eine stationäre Feldverteilung und damit Stabilität möglich (Diffusionsstabilisierung). Dabei müssen Dotierungskonzentrationen kleiner als 10% sein, damit das bis dicht unter den Schwellwert angehobene Feld außerhalb der Domäne nicht eine Dipoldomäne auslösen kann.

Außerdem darf der möglicherweise ansteigende Anteil der  $r-E$ -Kanal-Linie  $E > E_r$  nicht zu weit ansteigen, weil sonst die Driftgeschwindigkeit der Akkumulationsschicht beim Wandern in die Anode stärker anwachsen würde als die Geschwindigkeit der restlichen Elektronen und demzufolge der Nachstoß zu Ladungen wäre.

Obwohl das Feld im größten Teil der Probe unter dem Schwellwert bleibt und das Element also wie die Reihenschaltung eines ohmschen Widerstandes mit einer unkontrolliert dotierten Probe aussieht, Bild 3-9, kann der Ladungsaufschlag der Akkumulationsschicht so sein, daß das Feld außerhalb der Schicht abnimmt (und damit auch der Gesamtstrom!), wenn die Probenspannung erhöht wird. Das kommt durch das Überspringen in einen Zweig der I-U-Kennlinie in Bild 3-9 auf der anderen Seite.

Es existieren zwei stabile Betriebszustände. Beim ersten ist das Feld unterhalb der Schwellfeldstärke  $E_p$  und die Probe hat ohmschen Charakter. Wird die externe Spannung erhöht, so umkehrt eine Domäne an der Kathode und stabilisiert sich an der Anode, wobei der Strom gering wird. Folglich existiert ähnlich wie bei laufender Domänen (oszillierende Probe,  $f = f_0$ ) ein negativer Widerstand, jedoch ist keine eigenständige Oszillation bei positiver Beschaltung möglich.

Bei einer im Laufzeitmodus oszillierenden Probe reicht der externe verfügbare negative Widerstand von DC bis zu einem Frequenzwert, dessen Reziprokwert erklärbar ist mit der Zeit des Domänenaufbaus,  $\tau_D = R_0 C_D = \frac{1}{f_0}$ . Das erwartete  $f_0$  liegt jedoch weit höher als gemessene Werte, die allenfalls bis zu Laufzeitfrequenz  $f_0$  gehen.

### 3.4. Domänenodynamik

Rechnungen auf der Grundlage der Boltzmann-Gleichung (Kap. 2.3.8.) liefern ausführliche Ergebnisse zur  $v$ - $E$ -Kennlinie und zu den dynamischen Vorgängen im Halbleiter, können jedoch nur numerisch durchgeführt werden. Um physikalische Einsichten zu gewinnen, sind analytische Rechnungen unter folgenden Voraussetzungen zweckmäßig:

- Die Diffusion der Ladungsträger wird vernachlässigt.
- Generation und Rekombination finden nicht statt.
- Die Stromzeit vom Zentralteil ins Satelliten teil und die Energieerhaltung mit (Einklemmung auf Breitenerichtungsbezug nach Köhler) sind klein gegen die Laufzeit der Domäne, so daß deren Auf- und Abbau momentan erfolgt.
- Die  $v$ - $E$ -Kennlinie ist analytisch vorgegeben, Bild 3-2 mit

$$v = \mu_0 E \cdot \left( 1 + \frac{\alpha}{(1 + \frac{E}{E^*})^3} \right) \quad (3-49)$$

$$\mu_0 = 50 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}, \quad \alpha = 120, \quad E^* = 5,75 \frac{\text{kV}}{\text{cm}} \Rightarrow E_p = 3 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

- Das Problem wird eindimensional betrachtet.

Der Problemstrom ist dann nach Gl. (3-15) mit  $D_0 = 0$

$$j(t) = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} - env(E) = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} - eN_D v(E) + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x} v(E) \quad (3-50)$$

gleich der Summe von Verschiebungs- und Konvektionsstrom. Da das Verhalten dieses Problem nicht durch einen eigenständigen Strom, sondern durch die Problemspannung bestimmt wird, ist es zweckmäßig,  $j(t)$  aus Gl. (3-50) zu eliminieren. Die Integration von Gl. (3-50) über die Problemlänge  $L$  liefert die dann notwendige Werte Beziehung

$$j(t) \cdot L = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L E dx - e \int_0^L n v(E) dx \quad (3-51)$$

Für das erste Integral wird die Abkürzung  $E_0 = \frac{1}{L} \int_0^L E dx$  eingeführt. Kombination von Gl. (3-50) und (3-51) ergibt

$$\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} - v(E)(eN_D - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x}) = \varepsilon \frac{dE_0}{dt} - \frac{eN_D}{L} \int_0^L v(E) dx + \frac{\varepsilon}{L} \int_{E(x=0)}^{E(x=L)} v(E) dE \quad (3-52)$$

nach Einsetzen von  $n$  aus der Poisson-Gleichung (3-3).

geschlossene Lösungen dieser Grundgleichung kann man für stationäre Domänen angeben, d.h. für eine Feldverteilung, bei der sich eine Domäne mit konstanter Geschwindigkeit  $v = -v_0$  durch den Kristall in negative  $x$ -Richtung bewegt, und bei der außerhalb der Domäne die konstante Feldstärke  $E_{\infty}$  herrscht (bei Diffusion erst für  $x \rightarrow \infty$

erreicht!). Die Stromdichte im Außenkreis ist also durch  $j = -e N_D v(E_{100}) = e N_D v_1$  bestimmt.

Als Ansatz für Gl. (3-52) kann man also schreiben

$$E(x,t) = E(x + v_0 t) = E(y) \quad , \quad y = x + v_0 t. \quad (3-53)$$

Differenzierung nach der Ort- und der Zeitvariablen ergibt

$$\frac{\partial E(x,t)}{\partial x} = \frac{dE(y)}{dy} \quad , \quad \frac{\partial E(x,t)}{\partial t} = v_0 \frac{dE(y)}{dy}. \quad (3-54)$$

Da die Integrationsfunktion  $j(t) = e N_D v_1$  bekannt ist, genügt die linke Seite der Gl. (3-52) und man erhält

$$\varepsilon \frac{dE(y)}{dy} [v_0 + v(E)] = e N_D [v_1 + v(E)]. \quad (3-55)$$

Für eine ideale Donäne muß  $v_0 = v_1$  sein. Wären die Donänen-  
elektronen schneller,  $v_0 > v_1$ , so würde die Verarmungszone der  
Donäne mit Elektronen angereichert, wäre die Donäne langsamer,  
 $v_0 < v_1$ , so strömten zusätzlich Elektronen in die Akkumulations-  
schicht und aus der Verarmungsschicht, was der vorausgesetzten Statio-  
narität widerspricht. Es stellt sich also eine solche Konzentrations-  
und Feldverteilung ein, daß sich Donänen- und Volumen elektro-  
nen mit derselben Geschwindigkeit fortbewegen. Folglich wird Gl. (3-55)  
in

$$[v_1 + v(E)] \left( \varepsilon \frac{dE}{dy} - e N_D \right) = 0, \quad (3-56)$$

was zu den Lösungen

$$v(E) = -v_1 = v(E_{100}) \quad (3-57)$$

und

$$E(y) = \frac{e N_D}{\varepsilon} (y - y_1) + E_{100} \quad (3-58)$$

folgt. In Bild 3-10 sind mögliche Feld-  
verläufe und die Abweichung  
der Raumladung  $\rho$  vom Gleichgewichtswert  $\rho_0$  dargestellt.

Die Spannung über der Donänenbreite  $b$ , das sogenannte Donänenpotential

$$\phi = \int_{y_1}^{y_1+b} [E(y) - E_{100}] dy = \frac{E_{200} - E_{100}}{2} b \quad (3-59)$$

zusammen mit Gl. (3-58),

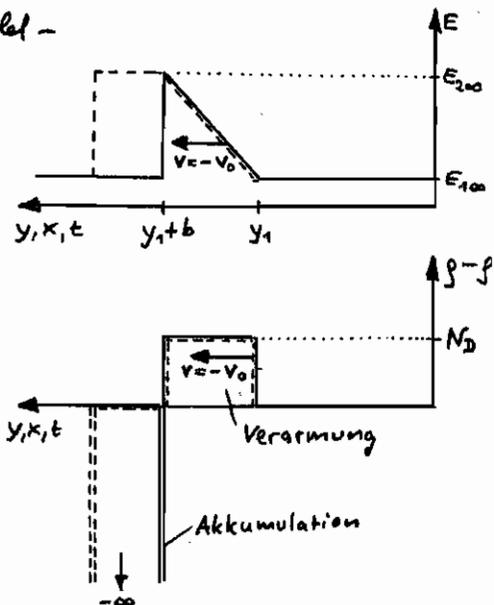


Bild 3-10

$$\frac{E_{200} - E_{100}}{b} = \frac{eN_D}{\epsilon} \Rightarrow \phi = \frac{\epsilon}{2eN_D} (E_{200} - E_{100})^2 \quad (3-60)$$

bestimmen mit der Vorspannungsbedingung (mit  $b \ll L$ )

$$U_0 = \phi + E_{100} L \quad (3-61)$$

bei Kenntnis des Verhältnisses  $E_{200}/E_{100}$  die Domänenparameter  $\phi$  und  $b$  für eine dreieckige Domäne.

Nur auf der linken Seite von Gl. (3-52)  $E(x,t)$  an einem Ort  $x$  außerhalb der Domäne genommen,  $E(x) = E(x=0) = E(x=L) = E_{100}$ , so gilt bei konstanter Vorspannung  $E_0(t) = E_0 = \text{const}$

$$V(E_{100}) = \frac{1}{L} \int_0^L V(E) dx \quad (3-62)$$

Für das Integral erhält man nach Zerlegung in einen Anteil über die Domänenbreite  $b$  und einen Anteil über den Restkristall

$$\begin{aligned} \int_0^L V(E) dx &= \int_{E(x=0)}^{E(x=L)} V(E) \frac{dE}{\frac{\partial E}{\partial x}} = \int_{E_{100}}^{E_{200}} V(E) \frac{dE}{\frac{\partial E}{\partial x}} + V(E_{100})(L-b) = \\ &= \left\{ \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{eN_D}{\epsilon}, \quad b = \frac{\epsilon}{eN_D} (E_{200} - E_{100}) \right\} = \\ &= \frac{\epsilon}{eN_D} \int_{E_{100}}^{E_{200}} V(E) dE + V(E_{100})L - \frac{\epsilon}{eN_D} (E_{200} - E_{100}) V(E_{100}) \\ &= V(E_{100})L + \frac{\epsilon}{eN_D} f(E_{100}, E_{200}) \stackrel{!}{=} \left\{ \text{gl. (3-62)} \right\} = V(E_{100}) \cdot L \end{aligned} \quad (3-63)$$

Man erhält die sogenannte Flächenregel von Butcher

$$f(E_{100}, E_{200}) \equiv \int_{E_{100}}^{E_{200}} [V(E) - V(E_{100})] dE = 0 \quad (3-64)$$

Diese Regel besagt nach Bild 3-11, daß die einfach schraffierten Flächen einander gleich sein müssen.

Wird bei anwachsender Hochfeldlast  $V_0 \leq |V(E_{200})|$ , so ist die Spitzenfeldstärke der Domäne,  $E_{200}$ , begrenzt auf diesen kritischen Wert.

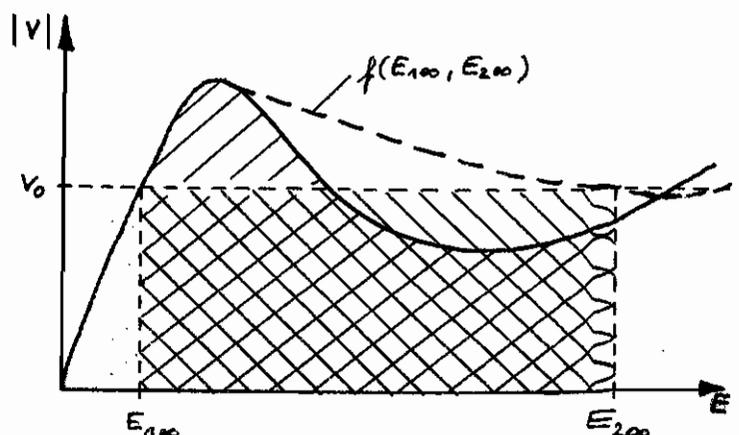


Bild 3-11

Bei weiterer Erhöhung der Betriebsfeldstärke  $E_B$  erhält die Domäne ein flaches Dach, wie wird trapezförmig wie in Bild 3-10 gestrichelt eingezeichnet. Da die  $v$ - $E$ -Kurve bis zu Werten der Durchbruchfeldstärke  $E_c \approx 200 \frac{kV}{cm}$  bei GaAs noch gestrichelt ist, wurden diese Domänenformen experimentell noch nicht beobachtet. Gemessene Domänen zeigen nicht die unendlich schmale Akkumulationszone, da Diffusionseffekte das Dreieck des Bildes 3-10 runden.

Bei Kenntnis der  $v$ - $E$ -Kurve ist mit der Flächenregel von Butcher die Abhängigkeit  $E_{2,00} = E_{2,00}(E_{1,00})$  bekannt und folglich die Domänenparameter bestimmbar.

In Bild 3-12 sind für ein Zahlenbeispiel diese Kurven gezeichnet.

Bemerkenswert ist, daß nach Auslösung einer Domäne durch Übersprechen der kritischen Feldstärke  $E_k \approx E_p \approx 3,4 \frac{kV}{cm}$  ein stationärer Hochfeldbereich wirkt

existiert, und wenn die Schwellfeldstärke unterschritten wird, solange nur  $E_B > E_k'$  bleibt. Wird auch  $E_k'$  unterschritten, so verschwindet die Domäne, d.h.  $b$  wird Null,  $E_{1,00}$  wächst an und  $E_{2,00}$  nimmt ab.

Erhöht man die Betriebsfeldstärke  $E_B$  wesentlich über  $E_k$ , so ändert sich  $E_{1,00}$  und das Verhältnis  $b/L$  nur noch unwesentlich. Die Domänenmaximalfeldstärke  $E_{2,00}$  ändert sich stark. Infolgedessen läuft wegen  $v(E_{1,00} = const) = const$  der Probekstrom nicht mehr von der Probenspannung ab. Eine Erhöhung der Probenspannung wird fast vollständig von der Domäne absorbiert. Für die charakteristische  $I$ - $U$ -Kennlinie gilt nach Bild 3-13 die Aufspaltung in einen ohmschen stabilen Niederfeldbereich und einen dynamischen Ast, der während der Domänenausbreitung gültig ist.

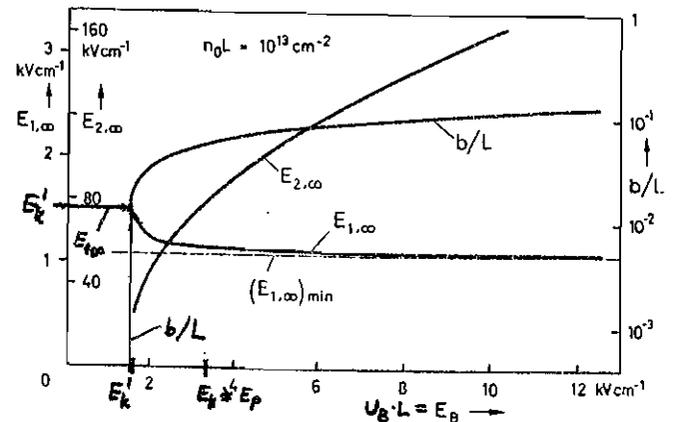


Bild 3-12

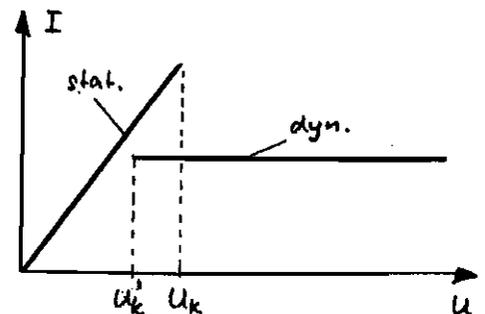


Bild 3-13

### 3.5. Oszillatorbetrieb im Domänenmodus

Die folgenden Betrachtungen vernachlässigen die Diffusion und die Auf- und Abbaureise der Domäne. Der Übergang vom statischen auf den dynamischen Teil der I-U-Kennlinie nach Bild 3-13 erfolge momentan.

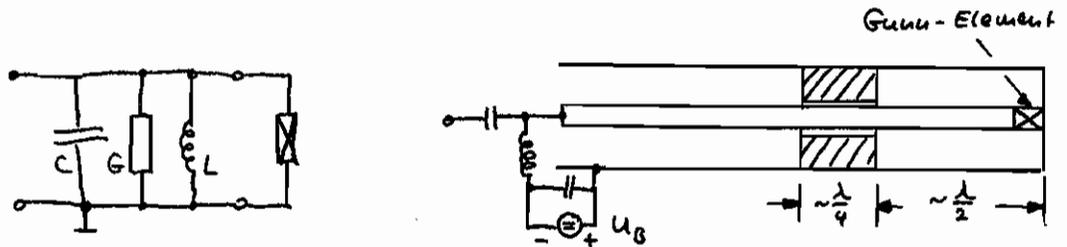


Bild 3-14

Das Gunn-Element ist in einem Mikrowellen-Resonanzkreis eingebettet, der durch die konzentrierte Ersatzschaltung eines Parallelkreises in der Umgebung des Resonanzfrequenz darstellt werden kann.

#### 3.5.1. Domänenverzögerungsmodus

Der Resonator sei auf eine solche Frequenz  $f_0 = \frac{1}{T_0}$  abgestimmt, daß für die Domänenlaufzeit  $\tau$  gilt

$$\frac{T_0}{2} < \tau < T_0$$

Vorrspannung  $U_B$  und HF-Amplitude sind derart, daß  $U_{min} = U_k$  (vgl. Bild 3-13) nicht unterschritten wird. Der Oszillator läßt sich dann durch Verstellen der Resonatorfrequenz im Bereich

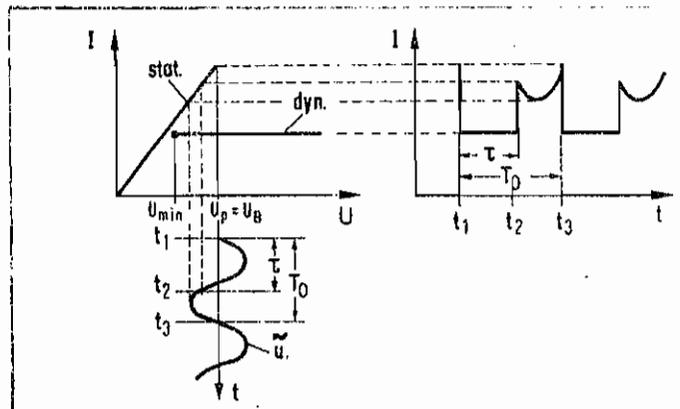


Bild 3-15

$$\frac{f_E}{2} < f_0 < f_0$$

(3-65)

kontinuierlich verstellen. Die Domänenauslösung erfolgt synchron zur HF-Spannung und verzögert gegenüber der reinen Laufzeitänderung. Der Wirkungsgrad ist maximal im Bereich  $f_0 = \frac{2}{\pi} f_0 = 0,8 f_0$ , da dort die Stromform optimal ist. Erreicht werden Wirkungsgrade von 1...8%.

### 3.5.2. Domänenauslöschungsmodus

Durch entsprechend geringe Resonatorbelastung (kleines  $G$ , hohe Güte) wird die HF-Spannung so eingestellt, daß  $U_{min}$  unterschritten wird.

Dann wird die Domäne bereits vor Erreichen der Anode ausgelöscht. Die Oszillation erfolgt auch hier

mit der Resonanzfrequenz des Schwingkreises. Es muß die Bedingung  $\frac{T_0}{2} < \tau$  eingehalten werden. Unabhängig von Laufzeitbeschränkungen ist eine Frequenzverdünnung von

$$\frac{1}{3} f_0 \leq f_0 < f_{gr} \quad (3-66)$$

möglich, wobei die untere Grenze von  $U_B$  abhängt und die obere Grenze durch die rasche Abnahme des Wirkungsgrades durch die immer spitzer werdenden Stromnadeln praktisch-technisch nicht ist. Gemessen wurde eine Abnahme des Wirkungsgrades um  $\eta = 30\%$  bei der Laufzeitfrequenz 3,9 GHz bis herab zu  $\eta = 2 \cdot 10^{-3}\%$  bei 31 GHz.

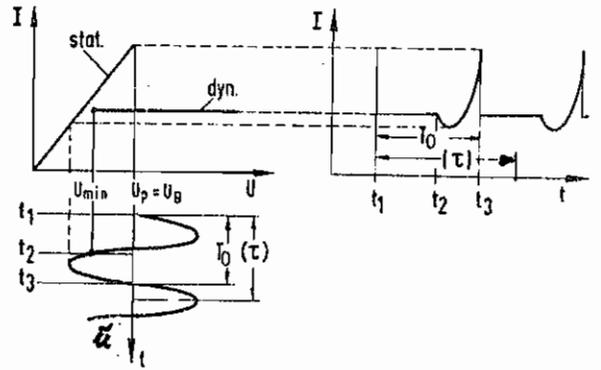


Bild 3-16

### 3.6. Oszillatorbetrieb im LSA-Modus

LSA = Limited Space Charge Accumulation (Beschränktes Raumladungswachstum)

Die Parameter Betriebsfeldstärke  $E_B$ , HF-Spannung  $\tilde{E}_L$  und Frequenz  $f_0$  des Resonanzkreises werden ähnlich wie beim Domänenauslöschungsmodus gewählt.

Allerdings ist die minimale Arbeitsfrequenz  $f_{min} = \frac{1}{T_{max}}$  so hoch, daß  $T_{max} < |T_{ret}|$  ist, das also während

einer Periode der HF die Akkumulationsdicht an der Kathode nur sehr wenig Zeit hatte, gemäß der (negativen) differentiellen Relaxationszeit

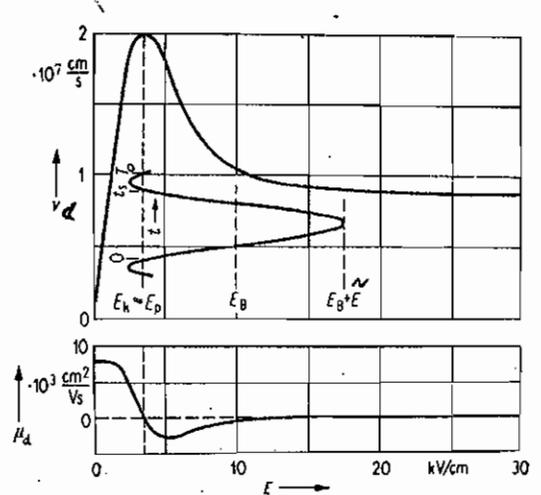


Bild 3-17

$T_{rd}^-$  anzuwachsen. Andererseits ist die HF-Amplitude so hoch gewählt, daß die Feldstärke im ohmschen Bereich der v-E-Kennlinie lange genug verbleibt, um die leicht anpassendere Akkumulationszeit gemäß der durch positiven differentiellen dielektrischen Relaxationszeit  $T_{rd}^+$  auf einen Zustand zu reduzieren, wie es vor Überschreiten der Schwellfeldstärke  $E_c$  herrscht hatte, so daß während einer Periode kein Nettowachstum an Raumladung erfolgt. Folglich muß die minimale Periodendauer  $T_{min} \gg T_{rd}^+$  sein. Ersetzt man das  $<$ -Zeichen durch  $< 2$  und das  $>>$ -Zeichen durch  $> 10$ , so erhält man die Bedingung

$$2 \frac{\epsilon}{eN_d \mu_d} > T > 10 \frac{\epsilon}{eN_d \mu_d^+} \quad (3-67)$$

bzw. für GaAs

$$2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3} \text{ s} > \frac{N_D}{f} > 2 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3} \text{ s}. \quad (3-68)$$

Im LSA-Betrieb liegt tatsächlich ein echter negativer Volumenwiderstand ohne Laufzeitbedingte Frequenzbegrenzung vor.

Die unidirektionale Stromzeit von Zentral- ins Satellitenhalbkreis bewirkt aber einen starken Leistungsabfall ab 100 GHz.

Die Realisierung eines LSA-Elementes ist (noch) sehr schwierig, da hochreines Material mit geringsten Dotierungsschwankungen benötigt wird, um die unerwünschte Nukleation von Dipoldomänen zu unterdrücken.

Der Wirkungsgrad des LSA-Betriebes ist wegen des Volumeneffekts mit 30% sehr hoch. Es wurden Doppelleistungen bis über 1 kW erreicht.

### 3.7. Leistung - Frequenz - Grenzen

Diese Betrachtung gilt für alle Laufzeitgeneratoren.

Halbleitermaterialien haben eine Durchbruchfeldstärke  $E_D$  und eine maximale Trägermittlungsgeradeverdrängigkeit  $v_s$ . Die größte Spannung an einer Probe der Länge  $L = \frac{v_s}{f}$  ist dann  $U = E_D \cdot \frac{v_s}{f}$  und der maximale Strom bei einer Problemimpedanz  $Z = |R + jX|$  wird  $I = \frac{U}{Z} = \frac{E_D v_s}{Z \cdot f}$ . Die größte maximale Leistung eines idealen Wechselrichters (Relais  $\rightarrow$  Rechteckspannung, Strom ist in Phase), Bild 3-18, ist

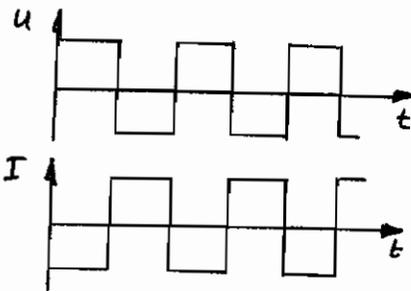


Bild 3-18

$$P_{max} = UI = \frac{E_D^2 v_s^2}{Z \cdot f^2} \quad (3-69)$$

Bei jedem Laufzeitbegrenzten Oszillator gibt es also ein durch Materialkonstanten bedingtes P-Z-Produkt

$$(P|Z)_{max} = \left( \frac{E_D v_s}{f} \right)^2 \quad (3-70)$$

welches quadratisch mit der Betriebsfrequenz abnimmt. Eine kompensatorische Erweichung der Problemimpedanz ist nicht beliebig weit möglich, da sonst keine verlustarme Leistungsanpassung mehr möglich ist.

Rein LSA-Modus erfüllt die Bedingung  $U = E_D \frac{v_s}{f}$  nicht, solange noch Phasenverzug mit dem elektromagnetischen Feld vorliegt, d.h. solange  $L < \lambda_{GAS}$  ist. Für die maximale Spannung erhält man mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum  $U = E_D \frac{c}{\epsilon_{rGAS} \cdot f}$  und somit

$$(P|Z)_{max}^{LSA} = \frac{(E_D c)^2}{\epsilon_{rGAS} \cdot f^2} \quad (3-71)$$

Da  $c \gg v_s$ , erreicht das maximale Leistung-Impedanz-Produkt im LSA-Modus vertaus Wertscheitelwerte.

In Bild 3-19 sind typische Leistung-Impedanz-Produkte für verschiedene Mikrowellen-Halbleiterbauelemente ersichtlich und zusammengefasst.

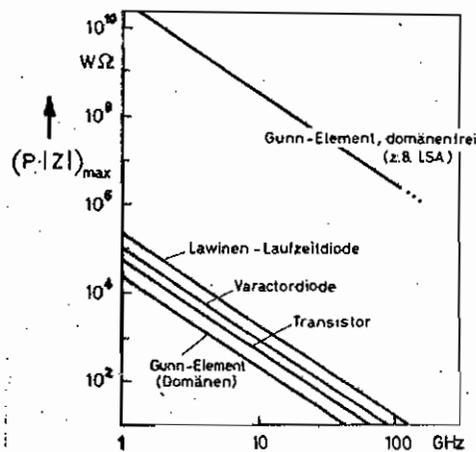


Bild 3-19

### 3.8. Gunn-Verstärker

Das Gunn-Element ist ein Einport.  
Daher ist nur reziproke Reflektions-  
verstärkung möglich. Nichtrezipro-  
rität wird durch einen dazwischen-  
geschalteten Zirkulator erreicht.

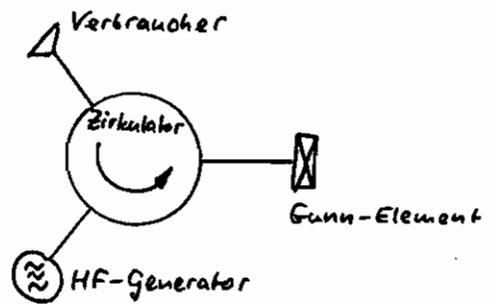


Bild 3-20

Das Rauschen von Gunn-Verstärkern  
liegt nicht unter  $F=15\text{ dB (9000 K)}$ ,

so daß sie nur für Leistungsverstärkung  
mit Ausgangsleistungen bis 500 mW in Frage kommen. Ursachen des  
starken Rauschens sind theoretisch noch nicht geklärt. Die Einflüsse  
des Kontaktes und des Strommechanismus dürften erheblich sein.

Der NGL-stabilisierte Verstärker ist wegen seines "unendlich vielen"  
Frequenzbereiche negativen Widerstandes (vgl. Kap. 3.2.) ein lauffe-  
zeitbeschränkter Verstärker mit einer Bandbreite von 2:1. In Dif-  
fusion im realen Falle mit einem Frequenzbereich negativen Wider-  
standes  $z$  läßt (vgl. Bild (3-5)) und die kleinste realisierbare  
Probendauer  $L_{\min} = 2\mu\text{m}$  beträgt, ist die obere Frequenzgrenze unge-  
fähr 60 GHz.

Der diffusionsstabilisierte Verstärker erreicht Bandbreiten von  
4 bis 10 GHz mit NGL-Produkten wenig über dem kritischen Wert.  
Verstärkung ist jedoch nur bei kleinen Pegeln möglich, da sonst  
Diffusionsmoden ausgelöst werden. Wegen des starken Rauschens  
hat dieser Verstärkertyp keine Bedeutung erlangt.

Beim oszillierenden Verstärker entsteht beim Wechsel von stabilen  
auf den dynamischen Ast der I-U-Kennlinie, Bild 3-13, an der  
im Domänenmodus oszillierenden Probe ein extern verifizierbarer  
negativer Widerstand, der von DC bis zu einer Frequenz reicht,  
bei der die Periodendauer vergleichbar wird mit der Domänen-  
zeitkonstanten  $\tau_D = R_0 C_D$ , vgl. Kap. 3.3. am Ende. Die Oszillationsfre-  
quenz muß durch geeignete Filter vom Signalkanal entfernt wer-  
den. Die Rauschzahl liegt bei  $F=20\text{ dB (30000 K)}$ .

#### 4. Bauelemente mit Sperrschichten

##### 4.1. pn-Flächendiode mit konventioneller Dotierung

Beim nicht angetastet dotierten Halb-  
leiter ( $n < N_L, p < N_V$ ) liegen die  
Fermi-Energien in der Band-  
lücke zwischen Valenz- und Leitungs-  
band. Beim Kontaktieren des p-  
und des n-Bereiches, die sich  
zunächst auf gleichem Potential be-  
finden, setzen Elektronen des n-

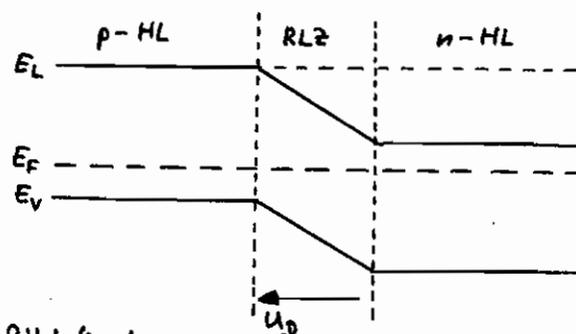


Bild 4-1

Halbleiters unbesetzte Plätze im p-Halbleiter, Lücken des p-Halbleiters  
dafür unbesetzte Plätze im n-Halbleiter und diffundieren unter  
Hilfslösung ortsfester Raumladungen in das jeweils andere Material.  
Die ortsfeste Raumladung macht das Potential des n-Halbleiters posi-  
tiver und senkt infolgedessen die Elektronenenergie um  $-eU_D$  ab,  
solange, bis die Fermi-Energie beider Materialien sich auf gleiches  
Niveau eingeklinkt hat und damit thermodynamisches Gleichgewicht er-  
reicht ist. Der Diffusionsstrom wird kompensiert durch den Feld-  
strom, verursacht durch die Diffusionspannung  $U_D$ .

Beim Betrieb eines solchen Bauelementes als Gleichrichter spielen  
also die jeweiligen Minoritätsträger eine wesentliche Rolle. Sie tragen  
in unmittelbarer Nähe der Raumladungszone, in den Diffusions-  
zonen nämlich, einen bedeutenden Anteil des Gesamtstromes, der  
dieses durch Rekombination zu einem Feldstrom der Majoritätsträger  
wird. Die in den Diffusionszonen bei Polung in Durchlassrichtung  
populärste Überschussladung muss bei Polung in Sperrichtung meist ab-  
gebaut werden, so daß nicht sofort der Sperrstrom, sondern ein we-  
sentlich höherer Strom fließt, bis die Ladung der Diffusionszone  
ausgesteuert ist. Diese Diffusionskapazität verschlechtert die Eigen-  
schaften solcher pn-Überschnepper als Mikrowellenpfeiler bis zur Un-  
brauchbarkeit.

4.2. Rückwärtsdiode (Backward Diode)

Abhilfe bringt eine Dotierung, die den [Entfall der Entartung darstellt ( $n \approx N_d, p \approx N_v$ ). Die Sperrschicht wird wesentlich dünner und die Feldstärke in der Raumladungszone entsprechend höher. Die geometrische Breite des für Elektronen verbotenen Bandes in der Raumladungszone hat abgenommen. Wird die Sperrschichtspannung durch Anlegen einer externen Spannung um  $U$  verringert ("Flusspannung"), so fließt der Strom und äußert sich schwach an, da die Leitungsbandelektronen im  $n$ -Halbleiter praktisch keine erlaubten Plätze im Leitungsband des  $p$ -Halbleiters vorfinden, und die Löcher des  $p$ -Halbleiters keine freien Plätze im Valenzband des  $n$ -Halbleiters vorfinden. Es können also nur sehr prinzipiell wenige Minoritätsträger gespeichert werden. Erst wenn die Leitungsbandkanten auf ungenügend hohes Niveau gehoben werden, kann ein nennenswerter Diffusionsstrom fließen, Bild 4-3.

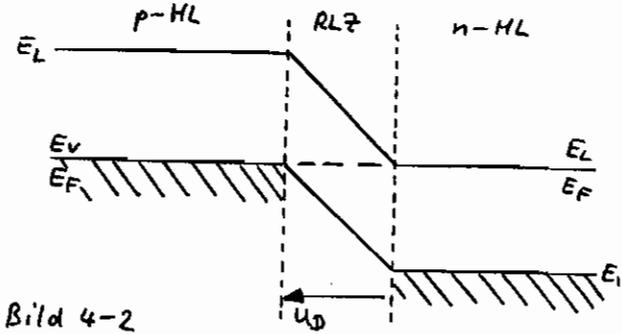


Bild 4-2

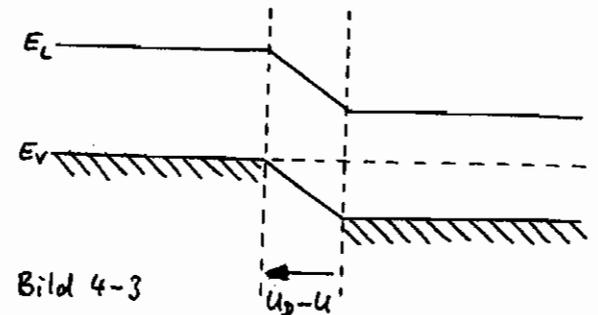


Bild 4-3

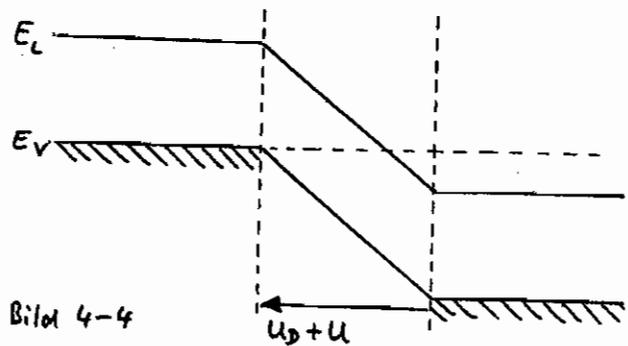


Bild 4-4

Wird die Sperrschichtspannung durch Anlegen einer externen Spannung um  $U$  vergrößert ("Sperrspannung"), so fließt sofort ein hoher Sperrstrom. Der Grund dafür ist im Tunneleffekt (Zener-Effekt, Feldemission) zu suchen. Im Kap. 2.1. wurde dargestellt, daß Elektronenwellen Potentialbarrieren überwinden können, ohne eine im klassischen Sinne ausreichende Energie zu haben, Anzeichen der Tatsache, daß für Ort und Energie der Elektronen nur Wahrscheinlichkeitsaussoßen gemacht werden können.

Im Falle des Bildes 4-4 stehen dem Elektron im Valenzband des  $p$ -Halbleiters freie Plätze im Leitungsband des  $n$ -Halbleiters zur Verfügung, da sich die Bänder überlappen. Die Ladungsträger müssen

dafür keine zusätzliche Energie aufzubringen. Die zu überwindende Potentialbarriere ist der Übergang von Valenz- ins Leitungsband. Diese verbotene Zone durchtunneln die Ladungsträger.

Diese Erscheinung wird auch Zener-Effekt genannt: Durch innere Feldemission (hier durch  $U_D + U$ ) werden Elektronen aus Valenzbindungen gelöst. Die Raumladungsschicht hat eine Ausdehnung von ungefähr  $1000 \text{ \AA} = 0,1 \mu\text{m}$ , so daß Rekombination wegen der geringen Breite nicht auftreten kann.

Die Rückwärtsdiode hat, daher ihr Name, gerade umgekehrte Eigenschaften wie der nicht entartet dotierte pn-Übergang: In Flussrichtung fließt bis zum Eintreten des Diffusionsstroms ein verschwindend kleiner Strom, in Sperrichtung fließt der sehr hohe Tunnelstrom.

Eine Sperrdichtung von Minoritätsträgern findet praktisch nicht statt. Der quantenmechanische Tunnelprozess arbeitet ohne Kollisionsprozess. Die Krümmung der I-U-Kennlinie im Nullpunkt ist wesentlich größer als bei konventionellen Flächen-dioden. Daher ist die Rückwärtsdiode für Mikrowellenzwecke vorzüglich geeignet: Sie ist schnell und hat gute Richtwirkung für kleine Signale.

### 4.3. Tunneldiode (Esaki-Diode)

Treibt man die Dotierung soweit, daß die Halbleiter entarten ( $p > N_V$ ,  $n > N_C$ ) und folglich die Fermienergien im Valenz- bzw. Leitungsband liegen, so tritt eine stark von der Kennlinie der Rückwärtsdiode verschiedene Charakteristik auf, vor allem im Falle erniedrigter Sperrschichtspannung.

Bild 4-5 (a) zeigt den Gleichstromzustand. Bild 4-5 (b) erläutert die Verhältnisse bei Verringerung der Sperrschichtspannung um  $U_1$ . Wie bei der Rückwärtsdiode in Sperrrichtung tunneln Elektronen aus dem Leitungsband des n-Halbleiters in energetisch gleichwertige erlaubte Plätze im Valenzband des p-Halbleiters, so daß ein stark wachsender Strom bei Verringerung von  $U_0$  fließt.

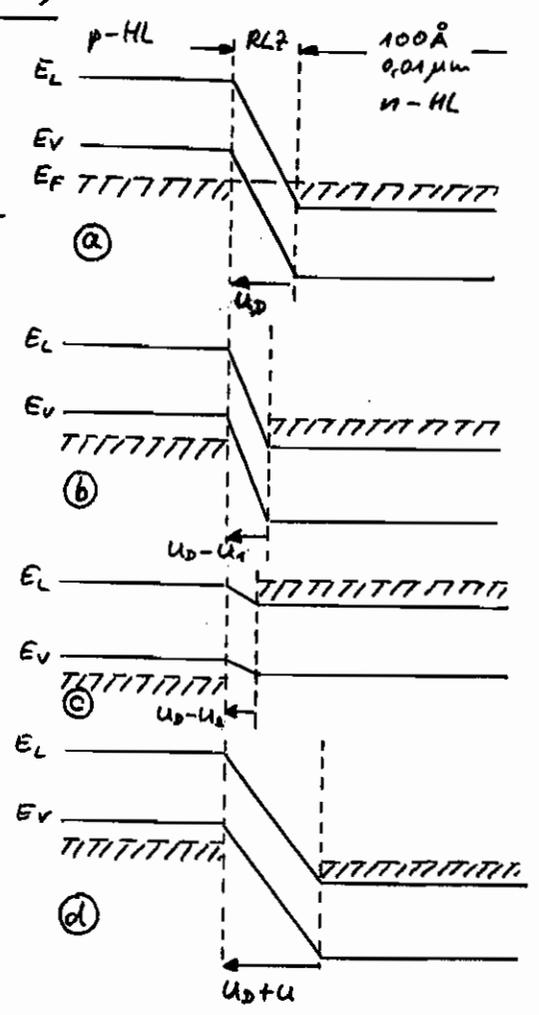


Bild 4-5

Mit abnehmen der Sperrschichtspannung verschiebt sich der Überlappungsbereich des Bandes, Bild 4-5 ©, d.h. der Strom reduziert sich auf einen von Rekombinationszentren und metallischen Brücken in der Sperrschicht fixierten Minimalwert, wenn gerade keine Überlappung mehr vorliegt. Näheren sich die Energieniveaus der Leitungsbandkanten einander an, so beginnt zunehmend ein Diffusionsstrom zu fließen. Wesentlich ist, daß mit zunehmender Flußspannung ein Bereich abnehmenden Stroms existiert, daß also von der Frequenz Null ab ein Bereich negativen differentiellen Widerstandes vorhanden ist.

In Sperrichtung gepolt, zeigt die Tunneldiode ähnliches Verhalten wie die Backward-Diode, Bild 4-5 (d), der Strom wächst steil mit der Sperrspannung an.

Das Bauelement kann als rauscharmer (nur eine Trägerstufe!) temperaturunempfindlicher (Diffusion nicht maßgeblich!) Oszillator und Verstärker, sowie als bistabiler Schalter verwendet werden. Da Diffusion in interessierenden Betriebsbereichen keine Rolle spielt, macht sich auch keine Diffusionskapazität störend bemerkbar. Der Frequenzbereich ist sehr groß (bis 100 GHz), da die I-U-Kennlinie durch den praktisch trägheitslosen quantenmechanischen Tunnel Effekt bestimmt wird.

Eine Approximation der Charakteristik ist durch den Ausdruck möglich

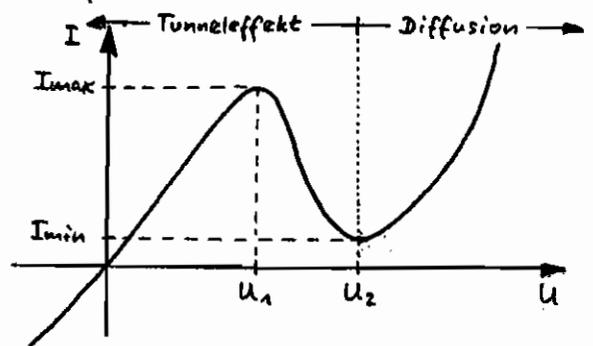


Bild 4-6

$$I = I_{max} \cdot \frac{U}{U_1} e^{1 - \frac{U}{U_1}} + G_0 U + I_s (e^{\frac{U}{U_T}} - 1) \quad (4-1)$$

Der erste Term beschreibt den Tunnelstrom, der zweite das Stromminimum und der dritte Term den Diffusionsstrom in Bild 4-6.

Der Bereich  $U_1 \dots U_2$  liegt bei Ge zwischen 30...300 mV und bei GaAs zwischen 100...1000 mV. Das Verhältnis  $I_{max}/I_{min}$  beträgt bei Ge ungefähr 10, bei Si 3 und bei GaAs 65.  $N_A = N_D = 10^{16} \dots 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

Zur Vergleich sind in Bild 4-7 die Kennlinien für vier verschiedene Dotierungen gezeichnet.

$N = 10^{16} \dots 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  ergibt eine normale p-n-Diode,  $N = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ein Backward- und  $N = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  eine Tunneldiode.

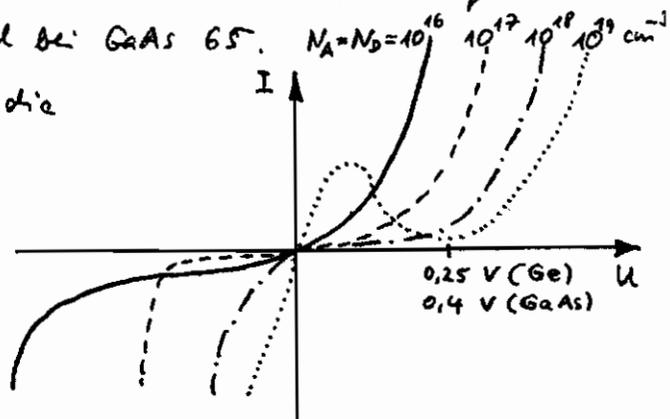


Bild 4-7

Die Ersatzschaltung der Tunneldiode besteht aus der Parallelschaltung der Sperrschichtkapazität  $C_j$  und des möglicherweise negativen Widerstandes  $R_j$  des pn-Übergangs in Serie zum Bahnwiderstand  $R_s$  zusammen mit den parasitären Elementen der Anleitung und des Schläuses,  $L$  und  $C$ .

Als Schaltungsymbold wird  verwendet.

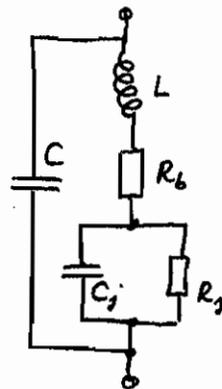


Bild 4-8

#### 4.4. Schottky-Diode (Schottky-Barrier Diode, Hot Carrier Diode)

Unter einer Schottky-Diode versteht man einen Metall-Halbleiter-Kontakt mit Verarmungsschicht. Diese Struktur ist das älteste Halbleiterbauelement überhaupt und fand als Kristalldetektor (auf Bleisulfid aufgesetzte dünne Metallspitze) nach 1900 in der Funktechnik Verwendung. 1938 klärte Schottky theoretisch die Ausbildung einer Sperrschicht und den Ladungsträgertransport.

Im zweiten Weltkrieg wuchs mit der Entwicklung der Radar Technik das Bedürfnis nach Halbleitergleichrichtern. Die Punktkontaktodiode, ganz nach dem ersten Muster des ersten Kristalldetektors, wurde entwickelt und spielt im Mikrowellenbereich noch heute als Planarodiode eine große Rolle. Der Aufbau ist sehr einfach: Auf die Oberfläche des n-leitenden Halbleiters wird eine sehr dünne Metallspitze <sup>in Si</sup> aufgedrückt. Bevorzugt wird n-leitendes Si verwendet, da <sup>in Si</sup> Elektronen eine höhere Beweglichkeit als Löcher haben, und weil die erstrebten kleinen Sperrschichtkapazitäten an sehr kleinen Kontaktflächen führen, deren thermische Delamierung groß ist.

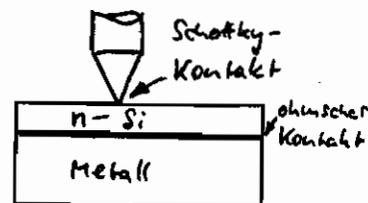


Bild 4-9

Die Entwicklung der Planar- und Epitaxial-Technologie machte flächenhafte Aufbauten möglich, die mechanisch sowohl als auch thermisch wesentlich stabiler sind und daher bessere Kontakteigenschaften gewährleisten, wenn auch die Kapazitäten geringfügig höher sind. Bei der Herstellung wird auf hochdotiertes Substrat eine n-leitende epitaxiale Schicht aufgebracht. Durch Oxidation und

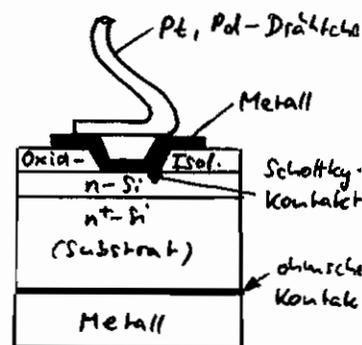


Bild 4-10

Ätzen eines Fensters kann der Metallkontakt flächig auf die Schicht aufgedampft werden, der dann mit einem Platindrähtchen verschweißt wird. Das Substrat erhält einen ohmschen Kontakt (Ankickersperrschicht).

Die Erklärung der Leitungsmechanismus erfolgt anhand der Bänderdiagramme in Bild 4-11.

An der Grenze zwischen Metall und Halbleiter bildet sich wegen der Störung durch "Ansprünge" des Kristalls, und der damit verbundenen Oberflächenladungen eine Dipolschicht aus, die einen Potentialspung  $\varphi_R$  verursacht. Polarität und Höhe dieses Potentialspung hängen von Kontaktier-technik und Materialwahl ab. Die Elektronen im Halbleiter haben wegen der höher als im (unvariablen) Metall liegenden Fermi-energie eine größere Durchdringungswahrscheinlichkeit. Folglich diffundieren Elektronen aus einer Halbleitergrenzschicht in das Metall. Die ortsfesten Raumladungen zusammen mit der Dipolschicht erzeugen ein Feld (Diffusionspotential  $U_D$ ), welches Elektronen in entgegengesetzter Richtung solange beschleunigt, bis sich ein thermodynamisches Gleichgewicht eingestellt hat. Dann befindet sich der Halbleiter auf einem um  $U_D$  höheren Potential als das Metall. Wegen der hohen Elektronenkonzentration im Metall dehnt sich die entstandene Sperrschicht nur in den Halbleiter aus. Die Breite der Raumladungsschicht im Metall beträgt nur wenige Atomabstände.  $w^{(n)}$  bezeichnet die Austrittsenergie, welche Metall Elektronen überwinden müssen, um in das Leitungsband des Halbleiters zu gelangen,  $w^{(p)}$  die entsprechende Energie für den Übergang ins Valenzband, bezogen jeweils auf die Fermienergie, bis  $n$  welches (bei  $T=0K$ ) alle verfügbaren Plätze besetzt sind. Das den Austrittsarbeiten äquivalente Potential wird Barrierenpotential  $\varphi_R$  genannt. Es beruht auf dem Abfluss von Metall Elektronen in das Leitungsband des Halbleiters und ist materialtypisch.

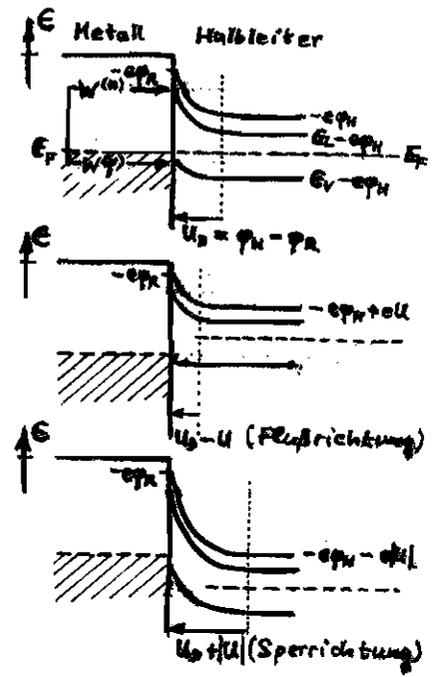


Bild 4-11

Wird die Sperrschichtspannung durch Anlegen einer externen Flussspannung um  $U$  erniedrigt, so nimmt die Zahl der Leitungsband-

Elektronen, welche ausreichende Energie haben, die Bandaufwölbung bzw. die Sperrschichtspannung zu überwinden, exponentiell entsprechend der Maxwell-Verteilung  $n$ . Nach Diffusion durch die Sperrschicht gelangen diese Elektronen in das Metall und haben dort eine wesentlich höhere Energie als die Metallelektronen, die im wesentlichen thermische Energien bis  $E_F$  besitzen und daher im thermischen Gleichgewicht mit dem Metallgitter stehen. Im Sinne von Kap. 2.3.6. spricht man von heißen Elektronen (Hot Carriers), da die Temperatur der injizierten Elektronen höher als die Gittertemperatur liegt.

Der Stromanteil durch Metallelektronen, die das Barrierenpotential thermisch überwinden und in den Halbleiter eindringen, bleibt von der Sperrschichtspannung unberührt und ist daher ein Sättigungsstrom.

Das exponentielle Wachstum des Flussstroms läßt an, bis die Aufwölbung des Leitungsbandes fast gesättigt ist und alle Elektronen im Leitungsband genügend Energie haben, um in das Metall überzuwechseln. Wegen des ohmschen Spannungsabfalls am Datenwiderstand des Halbleiters läßt sich eine vollständige Sättigung des Leitungsbandes nicht erreichen ( $U_D \neq 0$ ). Dieser Serienwiderstand bleibt bei höheren Strömen nicht konstant, sondern wird durch die Injektion von Löchern in das Valenzband reduziert. Die Lochinjektion spielt jedoch eine sehr geringe Rolle, da der Flussstrom von Majoritätsträgern bestimmt wird und eine Übergabe des Stroms von Minoritätsträgern an Majoritätsträger in der Diffusionszone nicht stattfindet.

Dies ist die Ladungspendierung in den Diffusionsgebieten wesentlich geringer als bei pn-Übergängen. Die Diffusionslänge der Metallelektronen ist wegen der sehr geringen dielektrischen Relaxationszeit des Metalls (sofortige Rekombination eines Lochs aus dem Halbleiter mit Metallelektron) wegen der geringen Lebensdauer sehr klein.

Wird die Sperrschichtspannung durch Anlegen einer Sperrspannung um  $U$  vergrößert, verringert sich die Anzahl der Leitungsbandelektronen mit ausreichender Energie zur Überwindung der Bandkantenwölbung. Ist diese Sperrspannung größer als einige  $100 \mu V$ , so fließt fast kein Diffusionsstrom mehr und der Sperrstrom wird von Metallelektronen getragen, welche thermisch das Barrierenpotential

überwinden können. Die Spannungsablenkung dieses Leitungsstromes rührt von der Spannungsablenkung des Barrierepotentials.

Verläßt ein Elektron den Metallverband oder wertet es sich an einer Metalloberfläche, so rearrangiert sich das Elektronengas in der Weise, daß ein Feld entsteht zwischen dem Elektron und der nur unendlich dünn angenommenen Metalloberfläche sprich bildlichen gleich großen positiven Ladung (Influenzladung), da die Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke in der Metalloberfläche verschwinden müssen. Würden Tangentialkomponenten des Feldes existieren, so würden sich die freien Ladungsträger des Metalls so lange verschieben, bis die dadurch erzeugte Feldverzerrung die Feldlinien so verbogen hat, daß sie gerade senkrecht auf der Metalloberfläche stehen. Diese wird positiv geladen durch die Bindung einer Influenzladung. Die Feldverteilung ist so, als ob dem Elektron im doppelten Abstand zur Metalloberfläche eine betragsmäßig gleich große positive Ladung gegenüberstände. Demzufolge wirken sich Elektron und Influenzladung mit der Bildkraft (Coulomb-Kraft) ( $D = \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2}$ ,  $eE = D$ ,  $F = q_2 \cdot E$ )

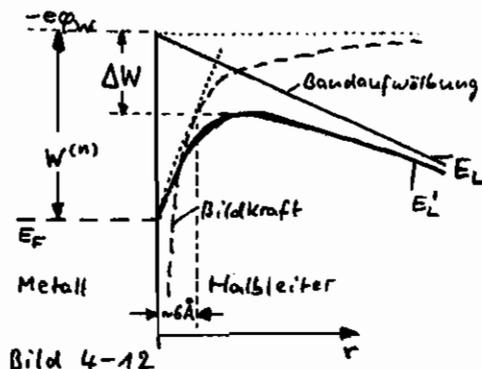
$$F_{\text{Bild}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon (2r)^2} = \frac{e^2}{16\pi \epsilon r^2} \quad (4-2)$$

an, wobei  $r$  der Abstand des Elektrons zur Metalloberfläche ist. Diese Beziehung gilt nur für Abstände, bei denen das Elektronengas als Kontinuum angesehen werden kann, also z. B. für  $r > 10 \text{ \AA} = 1 \text{ nm}$  (Fitterkonstante bei Ge, Si). Die Energie des Elektrons ist diejenige Arbeit, die aus dem Abstand  $r = \infty$  auf den Abstand  $r$  zu bringen, also

$$W_{\text{el}} = -e \varphi_{\text{Bild}} = e \varphi_{\text{Bild}} = \int_{\infty}^r F_{\text{Bild}} dr = -\frac{e^2}{16\pi \epsilon r} \quad (4-3)$$

Da Arbeit gewonnen wird,  $W_{\text{el}} < 0$ , ist das Elektronenbildpotential  $\varphi_{\text{Bild}} > 0$ , bezogen auf  $r = \infty$ , bzw.  $\varphi_{\text{Bild}} < 0$ , bezogen auf die Metalloberfläche  $r = 0$ .

Der Energieänderung aufgrund der Sperrschichtspannung, die näherungsweise linear geht, überlagert sich die Bildkraft bis zu Abständen vom Metall in der Größenordnung der Fitterkonstanten. Ab da verhält sie sich (4-3). Man extrapoliert dann derart, daß man



von der Fermi-Kante des Metalls die Tangente an die Bildkraftkurve zieht, deren Berührungspunkt ungefähr eine fitterkontanke vor der Metallöseplatte liegt, Bild 4-12. Der Verlauf der Leitungsbandkante wird dann durch Überlagerung des Sperrschichtfeldes und des Bildkraftfeldes bestimmt,

$$E_L'(r) = -e(\varphi_w + E_a \cdot r + \frac{e}{16\pi\epsilon r}), \quad (4-4)$$

für  $g < r < w$ , wobei  $g \approx 6 \text{ \AA}$  die fitterkontanke,  $w$  die Sperrschichtweite und  $E_a = \frac{U_D - U}{w}$  das in der Sperrschicht wirkende Feld in linearer Näherung ist.

Das Maximum der Funktion  $E_L'(r)$  wird für  $r_{\max} = \frac{e}{16\pi\epsilon E_a}$  erreicht. Die Erniedrigung der Austrittsarbeit gegenüber  $-e\varphi_w$  beträgt

$$\Delta W = | -e\varphi_w | - | E_L'(r_{\max}) | = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon}} \cdot \sqrt{E_a}. \quad (4-5)$$

Bei Polung in Sperrichtung nimmt also die Austrittsarbeit mit wachsender Sperrspannung  $U$  wie  $\sqrt{U_D + |U|}$  ab.

Für die Emission thermisch angelegter Elektronen aus dem Metall erlaubt man unter Zupendelegung einer Fermi-Verteilung (Metall ist entartet bis  $T = 50000 \text{ K}$ !) die Richardson-Gleichung für den Sättigungsstrom  $I_s$

$$I_s = \frac{4\pi e m k^2 T^2}{h^2} \cdot e^{-\frac{W^{(m)} - \Delta W}{kT}}, \quad (4-6)$$

das von der sogenannten "Schottky'schen  $\sqrt{E}$ -Korrektur" beeinflusst wird. Der Sättigungsstrom in Sperrichtung wächst also mit der Sperrspannung an, ist aber dennoch vor Erreichen der Maximalisationsspannung um viele Größenordnungen kleiner als der Flußstrom. Die Schottky-Diode kann also in guter Näherung unter Vernachlässigung des Bahnwiderstandes durch die bekannte Beziehung

$$I = I_s \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \quad (4-7)$$

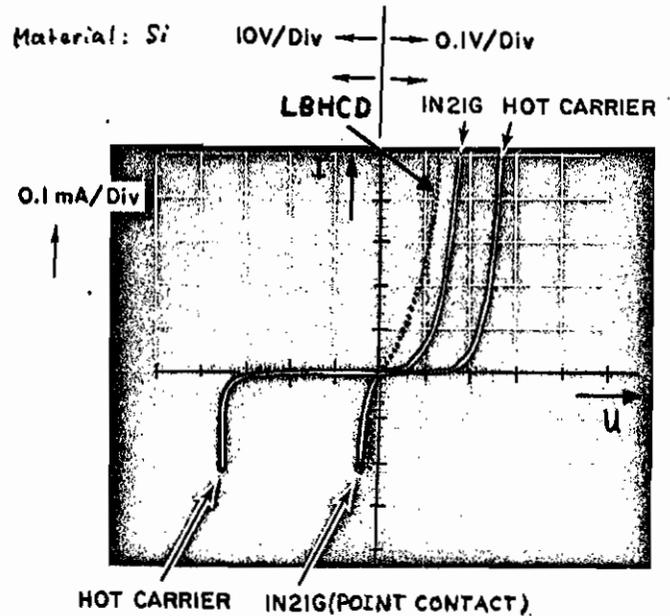
mit  $U_T = \frac{kT}{e} \approx 26 \text{ mV}$  bei  $T = 300 \text{ K}$  beschrieben werden. Der Sättigungsstrom liegt für eine populäre Si-Schottky-Diode (4p2300-Serie) bei  $8 \text{ nA}$ .

Der Übergang der Elektronenkonzentration im Metall auf die des Halbleiters erfolgt sehr abrupt, so daß für die Sperrschichtkapazität mit guter Näherung gilt

$$C_{op} = \frac{C_{op}(U=0)}{\sqrt{1 - \frac{U}{U_D}}}, \quad (4-8)$$

wobei  $U = U_a - R_b I$  der an der Raumladungszone wirksame Anteil der außen anliegende Spannung  $U_a$  ist. Typische Werte sind  $C_{op0} = C_{op}(U=0) = 0,1 \text{ pF}$ ,  $U_D = 450 \text{ mV}$  für Si-Dioden.

Das Oszillogramm des Bildes 4-13 zeigt ver-  
gleichend die Kennlinien  
einer gebräuchlichen Mikro-  
wellen-Punktkontaktodiode  
und eines flächenhaften  
Schottky-Überspanners. Der  
Flächenkontakt ermöglicht  
höhere Sperrspannung und  
größere thermische Belast-  
barkeit, so daß die Gefähr-  
dung durch unregelmäßige  
kurze Pulse um das  
30-fache geringer ist als  
bei dem stark inhomogenen  
Spitzenübergang der Punktkontaktodiode.



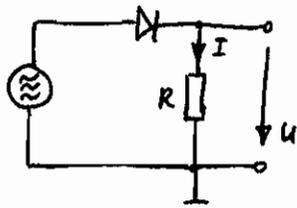
HOT CARRIER INZIG(POINT CONTACT)

UI Characteristics of Hot Carrier and Point Contact Diodes and Low Barrier Hot Carrier

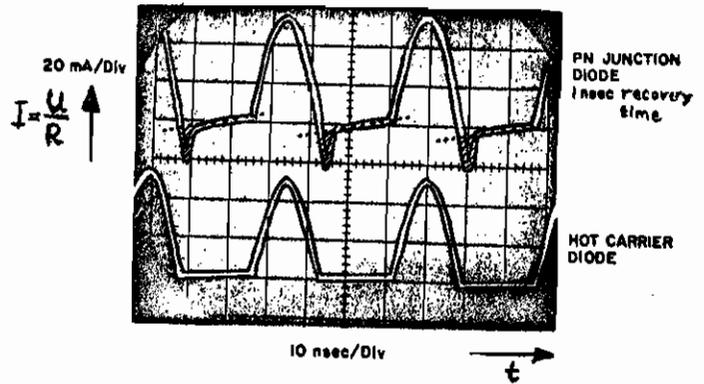
Bild 4-13

Die beim Flächenkontakt erhöhte Schwallschaltung ist zur Bild-  
richtung kleiner Signale ungeeignet, da eine Vorspannung von m.B.  
 $200 \text{ mV}$  bei  $50 \text{ mA}$  notwendig wird, was wegen des erhöhten Schrot-  
tens und dem Aufwand für die Vorspannung lästig ist.  
Neuere Entwicklungen führen daher zu Low Barrier Hot  
Carrier Diode (LBHCD), bei der mit moderner Dünnschichttech-  
nologie bereits bei geringen Flusspannungen hohe Diffusions-  
ströme fließen, was durch Verringerung der Austrittsarbeit  $W^{(n)}$  er-  
reicht werden konnte. In Bild 4-13 ist die entsprechende Kenn-  
linie punktiert eingezeichnet. Wegen der erniedrigten Barrieren-  
potentials sind die Sperrströme höher. Dafür ist ein Betrieb ohne  
Vorspannung möglich, da die Steilheit im Nullpunkt ausreichend  
ist. Der Nullstromsprung im Nullpunkt mag zunächst irritieren,  
jedoch verläuft die LBHCD-Dioden-Kennlinie Sperrbereich wesentlich  
flacher als im Durchlassbereich.

Die Schaltgeschwindigkeitseigenschaften der Schottky-Diode gegenüber dem normalen pn-Übergang demonstriert ein Gleichrichterversuch.



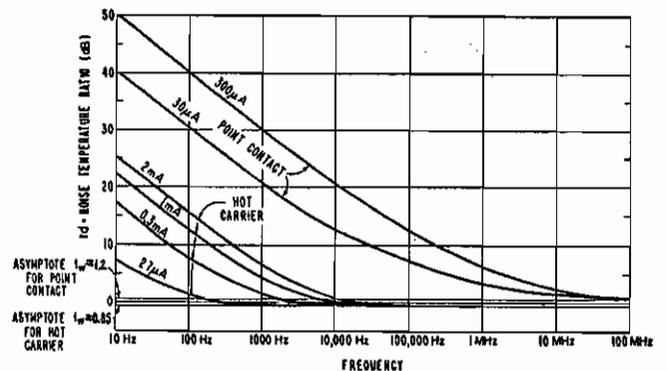
Ein HF-Generator prüft der Reihenschaltung von Diode und Widerstand eine Wechselspannung auf. Bei der pn-Diode fließt die während der Flussphase in den Diffusionszonen gespeicherte Minoritätsladung zu einer starken Spitze des Stroms in Sperrichtung, dessen Zeitintegral (schraffiert in Bild 4-14) gerade gleich der gespeicherten Ladung ist, wobei der Stromanteil durch die Sperrschichtkapazität (spektrale Breite) abgezogen werden muss. Im Vergleich dazu zeigt die Schottky-Diode keine Minoritätsladungseffekte und liefert eine nahezu ideale Gleichrichtung.



Switching Characteristic of Hot Carrier and P-N Diodes  
 Top: High Speed P-N Diode with 1 nsec recovery time  
 Bottom: Hot Carrier Diode  
 Horizontal: 10 nsec/div.  
 Vertical: 20 mA/div.  
 Applied Signal: 30 MHz

Bild 4-14

Die spektralen Rauschcharakteristiken der technologisch besser kontrollierten Flächenkontaktes sind in Bild 4-15 mit dem Vorstrom (bei Punktkontakt-dioden Sperrstrom!) als Parameter im Vergleich mit Punktkontakt-diode aufgetragen. Deren Rauschzahl ist bei  $f = 1 \text{ kHz}$  um 20 dB höher als die der Flächenkontaktes. Bei Mikrowellenfrequenzen ist kein Unterschied mehr zu bemerken, jedoch bringt die bessere elektrische und mechanische Stabilität des Flächenkontaktes zusammen mit einer niedrigeren NF-Impedanz erhebliche Vorteile.



Noise Characteristics of Hot Carrier Diode

Bild 4-15

Als Ersatzschaltung ist Bild 4-8 gültig. Typische Werte sind  $L = 0,3 \text{ nH}$ ,  $C = 0,2 \text{ pF}$ ,  $R_s = 11 \Omega$ . Das Schaltungssymbol ist dasselbe wie bei der pn-Diode.

#### 4.5. pin-Diode

Die pin-Diode wird wegen ihrer hohen Durchbruchspannungen in der Hochfrequenz als Gleichrichter verwendet. Oberhalb von  $1 \text{ MHz}$  ist sie für diese Zwecke nicht mehr einsetzbar. Die Lebensdauern des Minoritätsträger sind mit  $\tau = 100 \text{ ns}$  so groß, daß rasches Umschalten in Sperrichtung wegen  $\omega\tau \approx 0,6 \neq \ll 1$  nicht mehr möglich ist. In der Mikrowellenlehre wird ausgenutzt, daß die Diode im Flußzustand durch die Serien-schaltung der (relativ großen) Diffusionskapazität und dem linearen Wirkwiderstand <sup>der i-Zone</sup> dargestellt werden kann, der sich aus dem Vorhandensein einer begrenzten Menge von Ladungsträgern und ihrer Beweglichkeit in den Diffusionsgebieten ergibt.

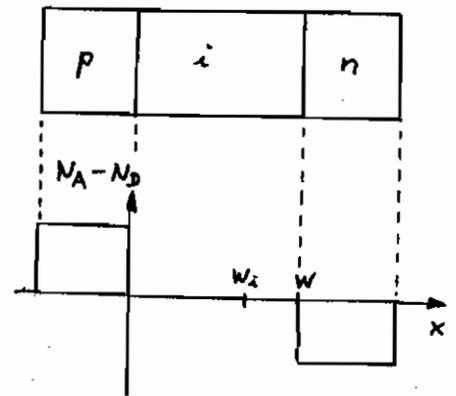


Bild 4-16

Der intrinsische-Bereich  $i$  ist ganz überwiegend und homogen mit Donatoren dotiert. Der Übergang auf die hochdotierten p- und n-Zonen ist abrupt.

Legt man an die pin-Diode eine Sperrspannung an, so dehnt sich die Sperrschicht aus der pn-Übergangsvorrichtung in die i-Zone aus, bei niedriger Spannung nur über einen Teil der i-Zone bis zur Stelle  $x = w_i$ . Für das elektrische Feld gilt dann nach einmaliger Integration der Poisson-Gleichung  $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{eN_D i}{\epsilon}$  von  $x=0$  bis  $x=w_i$ :

$$E = \frac{eN_D i}{\epsilon} (x - w_i) \quad \text{für } 0 \leq x \leq w_i \quad (4-9)$$

$$E \approx 0 \quad \text{für } w_i < x < w,$$

da durch die Sperrschicht und folglich auch durch die i-Zone praktisch kein Strom fließt.

Die Sperrschichtspannung ist die Differenz von Diffusionsspannung  $U_D$  und dem Teil der äußeren Spannung, der an der Sperrschicht

wirkung wird, also nach Integration von Gl. (4-9)

$$U_D - U = - \int_0^{w_i} E dx = \frac{e N_D}{2 \epsilon} w_i^2, \quad (4-10)$$

so daß sich für die Sperrschichtweite

$$w_i = \sqrt{\frac{2 \epsilon}{e N_D} (U_D - U)} \quad (4-11)$$

die bekannte Umkehrbeziehung des abrupten Übergangs ergibt.

Die  $i$ -Zone kann nach Bild 4-17 als Reihenschaltung des Bahnwiderstandes  $R_b$  mit der Sperrschichtkapazität

$$C_{sp} = \frac{\epsilon A}{w_i} \quad (4-12)$$

dargestellt werden, die in Serie zum Sperrschichtstrom  $i$ -Leicht liegt, dargestellt durch die Parallelschaltung eines Kondensators der Größe

$$C_i = \frac{\epsilon A}{w - w_i} \quad (4-13)$$

parallel zu einem Verlustwiderstand

$$R_i = \frac{w - w_i}{\sigma_i A}, \quad (4-14)$$

wobei  $\sigma_i = e \mu_n N_D$ ;  $N_D$  die spezifische Leitfähigkeit der  $i$ -Zone ist.  $R_i$  ist wegen der geringen Dotierung besonders bei hohen Frequenzen sehr groß gegen den kapazitiven Widerstand  $1/(\omega C_i)$ . Näherungsweise gilt dann für den Widerstand der  $i$ -Zone

$$Z_i = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + j\omega C_i} = \frac{\frac{1}{R_i} - j\omega C_i}{(\frac{1}{R_i})^2 + (\omega C_i)^2} \approx \frac{1}{\omega^2 R_i C_i^2} + \frac{1}{j\omega C_i} \quad (4-15)$$

so daß für die gesamte Ersatzschaltung bei Polung in Sperrrichtung gilt

$$Z_{sperr} = R_b + \frac{1}{\omega^2 R_i C_i^2} + \frac{1}{j\omega C} \quad (4-16)$$

mit der frequenzunabhängigen Summenkapazität

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_{sp}} + \frac{1}{C_i}} = \frac{\epsilon A}{w} \quad (4-17)$$

Die vereinfachte Ersatzschaltung ist in Bild 4-18 gezeigt.

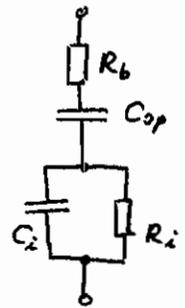


Bild 4-17

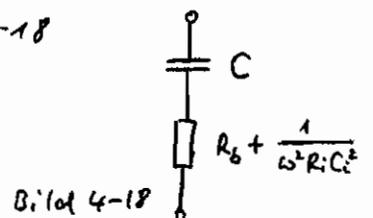


Bild 4-18

Für hohe Frequenzen (oder Sperrspannungen so, daß  $\omega_i = \omega$  wird) ist der ohmsche Anteil von Gl. (4-16) frequenzunabhängig und gleich dem Bahnwiderstand. Dann muß

$$\omega R_i C_i = \omega \frac{\epsilon}{v_{i, \text{pers}}} = \frac{\omega}{\omega_{R_i}} \gg 1 \quad (4-18)$$

werden, d.h. die Betriebsfrequenz liegt oberhalb der dielektrischen Relaxationsfrequenz der i-Zone.

Legt man an die p-i-Struktur eine Flußspannung an, so werden von den hochdotierten Bereichen Löcher bzw. Elektronen in die i-Zone injiziert, um nach dem jeweiligen Lebensdauerzeit dort zu rekombinieren. Die Injektion der i-Zone in die angrenzenden Bereiche spielt wegen der geringen Dotierung keine Rolle, daher rekombinieren alle Ladungsträger in der i-Zone. Diese Zeit läßt sich die Diffusionslänge von Elektronen und Löchern angenommen, so daß die Konzentration konstant ist. Da beide Ladungsträgerarten sich neutralisieren, gilt  $n = p$ , und da sie untereinander rekombinieren können, gilt für die Lebensdauern  $\tau_n = \tau_p = \tau$ . Die Leitfähigkeit ist überall gleich,

$$\sigma_{\text{fluss}} = e(\mu_n n + \mu_p p) = 2e\mu n \quad (4-19)$$

so daß der Widerstand der i-Zone wie in Gl. (4-14) zu

$$R_i = \frac{w}{\sigma_{\text{fluss}} A} = \frac{w^2}{2I_0 \mu \tau} \quad (4-20)$$

berechnet wird, wobei der Flußstrom  $I_0 = \frac{Q}{t} = \frac{enAw}{t}$  zur Abkürzung eingeführt wurde. Er ist gleich der in der i-Zone verpackten Ladung  $Q$  pro Lebensdauer  $t$ . Der Wirkwiderstand  $R_i$  ist also dem Flußstrom umgekehrt proportional und wächst quadratisch mit der Breite  $w$  der i-Zone. Somit kann durch Ladungsträgerinjektion der Wirkwiderstand gemindert werden.

Zusätzlich sind die Diffusionskoeffizienten des p-i- bzw. des i-n-Übergangs zu berechnen, wobei vorausgesetzt werden soll, daß die Diffusionskonstanten von Löchern und Elektronen gleich sein,  $D_p = D_n = D$ , und daß p- und n-Bereich gleich hoch dotiert sind.

In der Vorlesung "Halbleitbarelemente" wurde die Lösung der Diffusionsadmittanz (Gl. 2-27) abgeleitet,

$$Y(\omega) = A e^{\frac{U_0}{U_T}} \left[ \frac{D_{ppn}}{L_p} \sqrt{1+j\omega\tau_p} + \frac{D_{nnp}}{L_n} \sqrt{1+j\omega\tau_n} \right] \quad (4-21)$$

Betrachtet man nunicht den  $p_i$ -Übergang, so kann die Dicke der Minoritätsträger im hochdotierten  $p$ -Material vernachlässigt werden,  $n_p \ll p_n$ , so daß man mit  $L = \sqrt{D\tau}$  in der Näherung  $\omega\tau \gg 1$  unter Beachtung von  $\sqrt{j} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$  erhält

$$Y_{pi}(\omega) = A e^{\frac{\exp(U_0/U_T)}{U_T}} \sqrt{D} p_n \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{\omega} + j\omega \frac{1}{\omega}) = G_{pi}(\omega) + j\omega C_{pi}(\omega), \quad (4-22)$$

was man mit  $I_0 = A e^{\frac{\exp(U_0/U_T)}{1}} \frac{D p_n}{L}$  abgekürzt als

$$G_{pi}(\omega) + j\omega C_{pi}(\omega) = \frac{I_0}{\sqrt{2} U_T} (\sqrt{\omega\tau} + j\omega \sqrt{\frac{\tau}{\omega}}) \quad (4-23)$$

schreiben kann. Da bei hohen Frequenzen die Ladungsträgerwanderungen nicht vom  $p_i$ - zum  $n$ -Übergang (und umgekehrt) werden, können diese Zonen unabhängig voneinander behandelt werden. Ihre Admittanzen sind voraussetzungsgemäß gleich. Die Serienschaltung ergibt

$$Y_D(\omega) = G_D(\omega) + j\omega C_D(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{U_T} (\sqrt{\omega\tau} + j\omega \sqrt{\frac{\tau}{\omega}}). \quad (4-24)$$

Damit ist die vollständige Ersatzschaltung der  $p_i$ -Diode im Flußbereich die Serienschaltung von Bahnwiderstand  $R_b$ , Diffusionsadmittanz und ohmschen Widerstand der Intrinsic-Zone.

Da für genügende hohe Frequenzen der Diffusionskonstantenwert den der Intrinsic-Zone,  $R_i$ , weit übertrifft (für  $\tau = 100 \mu s$  wird bei  $\omega = 2\pi \cdot 1,6 \text{ MHz}$   $\omega\tau = 1$ , Betriebsfrequenz üblicherweise ab  $100 \text{ MHz}$ ),

läßt sich die  $p_i$ -Diode im Flußbereich darstellen als rein ohmscher Widerstand, dessen Größe vom fließenden Gleichstrom  $I_0$  bestimmt wird, Bild 4-19.

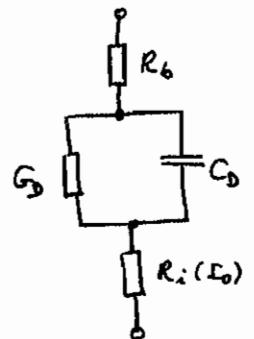


Bild 4-19

Anwendung findet die  $p_i$ -Diode als Schalter, wobei wiederum den niedrigen Flußwiderstand und der kleinen Sperrkapazität umgeschaltet wird (Kurzschluss und Leerlauf), sowie als analog steuerbarer Abschwächer.

In beiden Fällen wird die Diode bevorzugt in eine Streifenleiterstruktur zwischen Streifenleiter und Grundplatte eingebaut, Bild 4-21. Die Strom zur-

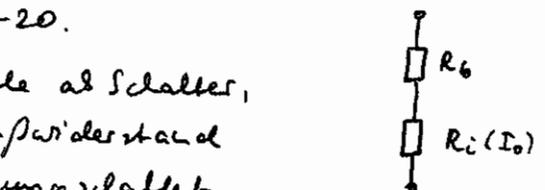


Bild 4-20

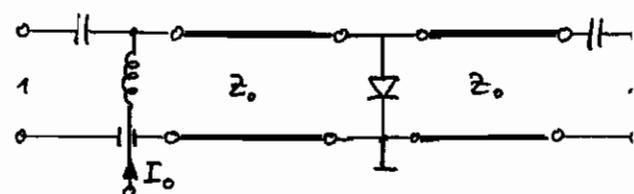


Bild 4-21

führung erfolgt über einen Tiefpaß mit kapazitiver Trennung der Mikrowellenantenne 1 und 2 vom Stromstrom. Die Leistungsabämpfung bei Anschluß eines Verbrauchers  $Z_0$  an Tor 2 ist  $1 - |r|^2$  mit  $|r| = \left| -\frac{Z_0}{2R_i + Z_0} \right|$  als Betrag des Eigenreflexkoeffizienten an Tor 1. Zum schnellen Auf- und Abbau der leistungsstärksten Lastung bei Mikrowellenanlagen ist eine Stromüberhöhung  $\Delta I_0$  über dem nominalen Wert  $I_0$  zweckmäßig.

Reale  $p_{in}$ -Dioden haben einen Widerstandsbeiwert von  $1 \dots 10000 \Omega$ . Zur Modulation über den Vorkreis sind sie einsetzbar bis zu Modulationsfrequenzen  $\omega_{MF} \ll 1$ , also bis zu einer Maximalfrequenz von 1 MHz. Danach folgt die Ladung der  $i$ -zone dem veränderlichen Strom zunehmend träger, da die Diffusionskapazität an Bedeutung gewinnt.

Der HF-Widerstand realer Dioden folgt einem gewissen  $R_i \sim 1/I_0^{0,87}$  leicht veränderlichen Gesetz  $R_i \sim 1/I_0^{0,87}$ .

Schließt man den Aufbau von Bild 4-21 mit Tor 1 an den Arm B eines Zirkulators und schließt Tor 2 kurz, so durchläuft bei Betrieb der Diode in Flußrichtung (Kurzschluß) eine bei A einfallende Welle den möglichen

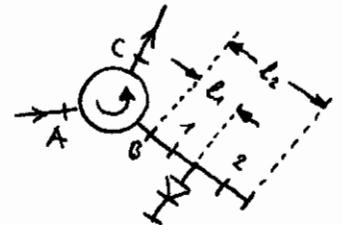


Bild 4-22

Weg  $2l_1$ . Ist die Diode in Sperrichtung gepolt (Leerlauf), wird die Welle den möglichen Weg  $2l_2$  bis zum Kurzschluß bei Tor 2 zurückgelegt. Durch das Schalten der Diode ist also eine Laufzeit- bzw. Phasenmodulation möglich.

Vorrichtung von diesem Typus wird bei der elektronischen Schwenkung der Richtkante von phased-array Antennen von großer Bedeutung.

Die Leistungsbearbeitbarkeit von  $p_{in}$ -Dioden ist wegen des großen Sperrlichtwerts sehr groß, wenn für ausreichende Wärmeabfuhr der im Flußbetrieb absorbierten Mikrowellenleistung gesorgt wird. Die zulässigen Betriebstemperaturen liegen bei  $200^\circ\text{C}$ .

4.6. Speicherverhalten (Ladungspeicherung, Step-Recovery Diode, SRD)

Im Gegensatz zur Technologie der Schottky-Diode bemüht man sich für Speicherverhalten ähnlich wie bei der p-n-Diode um eine möglichst große Ladungspeicherung in den Diffusionszonen eines p-n-Übergangs und nicht Nutzen aus der abrupten Stromänderung, wenn die Diffusionsladung bei Polung des Bauelements in Sperrrichtung angetrieben ist.

Wird ein Speicherverhalten Stromgeleitet, so ist durch den Strom der Konzentrationsgradient der Minorität unmittelbar an der Raumladungzone definiert, da dort der Strom ein reiner Diffusionsstrom ist. Für den Fall, daß zur Zeit  $t_0=0$  ein Flußstrom  $I_F$  eingepreßt ist, Bild 4-23 oben, stellt sich ein Konzentrationsgradient entsprechend den gestrichelten Linien ein und Diffusionsladung wird bis zu einem stationären Endwert ( $t_4=\infty$ ) gespeichert.

Wird abrupt vom Flußstrom  $I_F$  auf den Sperrstrom  $I_R$  umgeschaltet, Bild 4-23 unten und Mitte, so ist wiederum der Konzentrationsgradient an der Raumladungzone abgepreßt. Solange dieser Gradient aufrecht erhalten werden kann, fließt während der Speicherzeit  $t_s$  der Strom  $I_R$ , also bis zur Zeit  $t_4$  in Bild 4-23 unten und Mitte.

Danach muß der Rückwärtsstrom asymptotisch bis auf den Sättigungsstrom abnehmen. Dies geschieht in der Übergangszeit  $t_{tr}$ , welche von der Entfernung des Schwerepunkts der Diffusionsladung von der Raumladungzone abhängt. Je entfernter der Schwerepunkt, desto größer ist die Übergangszeit.

Die Summe  $t_{rr} = t_s + t_{tr}$  wird Sperrverzögerungszeit (reverse recovery time)

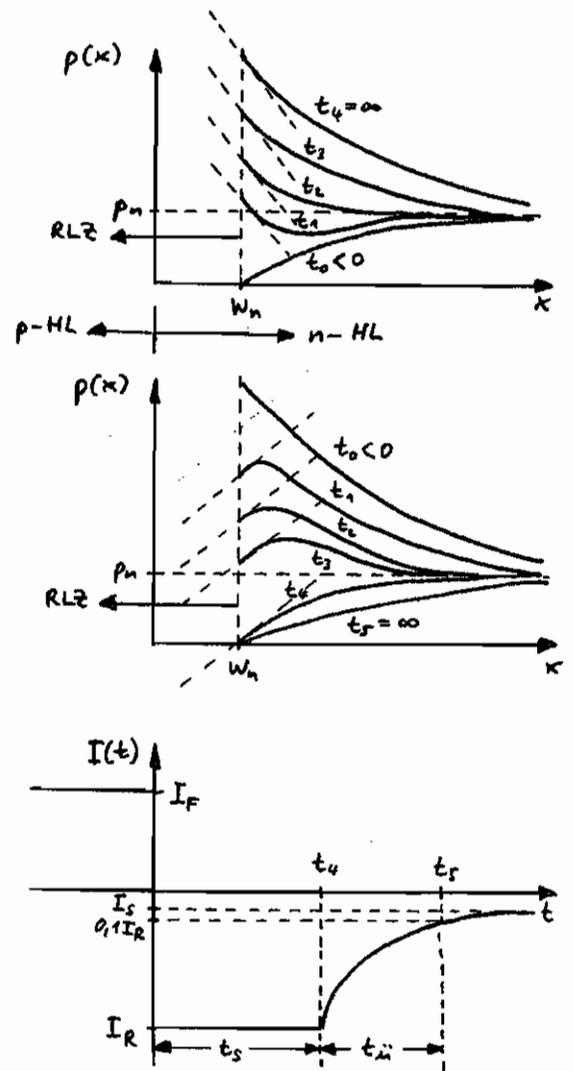


Bild 4-23

bezeichnet. Die während dieser Zeit aus den Diffusionsströmen abfließende Ladung wird als Speicher- oder Sperrvermp Ladung bezeichnet.

Für die Löcherladung gilt

$$Q_p(t) = eA \int_{w_n}^{\infty} [p(x,t) - p_n] dx \quad (4-25)$$

mit dem Querschnitt  $A$ . Die Differenz von Generations- und Rekombinationsrate ist

$$g_p' - r_p' = r_n n p_n - r_n p = r_n n (p_n - p \frac{n}{n_n}) \approx r_n n (p_n - p) = - \frac{p - p_n}{\tau_p} \quad (4-26)$$

mit der Löcherlebensdauer  $\tau_p$ .

Die Kontinuitätsgleichung  $\frac{\partial(e p)}{\partial t} = -\text{div} j_p + e(g_p' - r_p') = -\text{div}(-e D_p \text{grad} p) - e \frac{p - p_n}{\tau_p}$  führt zur Differentialgleichung der Löcherdichte

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{D_p} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} - \frac{p(x,t) - p_n}{D_p \tau_p} = 0 \quad (4-27)$$

Zusammenfassung von Gl. (4-27) und (4-25) liefert nach einmaliger Integration von  $x = w_n$  bis  $x = \infty$

$$\frac{d(Q_p(t))}{dt} + \frac{Q_p(t)}{\tau_p} = -eA D_p \frac{\partial p(w_n, t)}{\partial x} = I_{p0}(w_n, t) \quad (4-28)$$

eine Differentialgleichung, deren inhomogener Anteil  $I_{p0}(w_n, t)$  gerade der (eingeströmte) Diffusionsstrom an der Raumladungsgrenzfläche  $x = w_n$  ist. Entsprechend gilt für die Elektronenladung im p-Bereich

$$\frac{d(-Q_n(t))}{dt} - \frac{Q_n(t)}{\tau_n} = +eA D_n \frac{\partial n(w_p, t)}{\partial x} = I_{n0}(w_p, t) \quad (4-29)$$

Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der Diffusionsströme an der Raumladungsgrenzfläche. Setzt man für die jeweiligen Lebensdauern  $\tau_n \approx \tau_p \approx \tau$  an und addiert Gl. (4-28) und (4-29), so erhält man für die gespeicherte Gesamtladung  $Q(t) = Q_p(t) - Q_n(t)$

$$\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{\tau} = I(t) \quad (4-30)$$

Wird zur Zeit  $t \geq 0$  der konstante Flußstrom  $I_F$  eingeströmt, so erhält man mit  $Q(0) \leq 0$  die Lösung

$$Q(t) = I_F \tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad (4-31)$$

nach der sich zur Zeit  $t = \infty$  die stationäre Überschußladung  $Q_s = I_F \tau$  aufgebaut hat (Sperrvermp Ladung).

Wird zur Zeit  $t \geq 0$  der konstante Sperrstrom  $-|I_R|$  eingeströmt, so erhält man mit  $Q(0) = Q_s$  die Lösung

$$Q(t) = (I_F + |I_R|) \tau e^{-\frac{t}{\tau}} - |I_R| \tau \quad \text{für } 0 \leq t \leq t_s \quad (4-32)$$

Die Speicherzeit wird definiert als diejenige Zeit, nach der die Überschussladung Null geworden ist, also

$$t_s = \tau \ln \left( \frac{I_F}{|I_R|} + 1 \right) \approx \{ I_R \gg I_F \} \approx \tau \frac{I_F}{|I_R|} = \frac{Q_s}{|I_R|} \quad (4-33)$$

Für  $t > t_s$  nicht während des Übergangszeit  $t_{ii}$  der Reststrom auf den Sättigungsstrom  $I_s$ . Um diese Zeit zu verkleinern, bemüht man sich, die gespeicherte Ladung möglichst dicht bei der Raumladungzone zu halten. Mit der Theorie der Brownschen Bewegung gilt

$$t_{ii} = \frac{\bar{x}^2}{D_{n,p}} \quad (4-34)$$

daß nämlich die mittlere quadratische Entfernung des Trägers von der Raumladungzone,  $\bar{x}^2$ , proportional ist der Zeit  $t_{ii}$ , die zum Zurücklegen dieser Strecke durch Diffusion notwendig sein wird.

Zu diesem Zwecke empfand man durch inhomogene Dotierung, etwa in Form einer Intrinsic-Zone wie bei der  $pn$ -Diode, ein gerichtetes Feld, welches die jeweiligen Minoritätsträger daran hindert, sich weit von der Grenze  $x=0$  durch Diffusion zu entfernen. Dieses Driftfeld  $E = U_T \frac{d \ln p}{dx} = -U_T \frac{d \ln n}{dx}$  wirkt also, im Gegensatz zum Basisdriftfeld beim Diffusionstransistor, der relevanten Trägerorte entgegen, gerade wie die Diffusionspannung am abrupten  $pn$ -Übergang. In Bild 4-25 ist zu sehen, daß sich die mittlere Entfernung von  $x=0$  verringert hat.

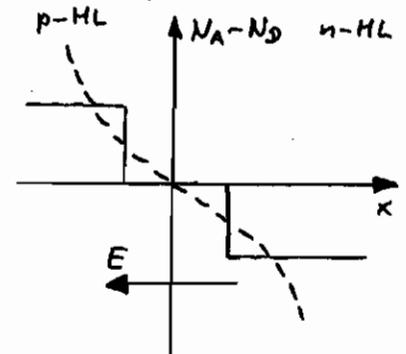


Bild 4-24

Man wird durch beidseitige Eindiffusion von Akzeptoren bzw. Donatoren ein gerichtet eingezzeichnetes, sich-förmiges Dotierungsprofil erreicht, was eine örtlich konstante Feldstärke zur Folge hat. Damit lassen sich Überspannungen bis etwa  $\approx 60$  ps erreichen. Solche Dioden werden wegen ihres röhrenförmigen Übergangs in den Sperrbereich  $Spap$ -Off-Dioden oder häufiger Step-Recovery-Dioden genannt.

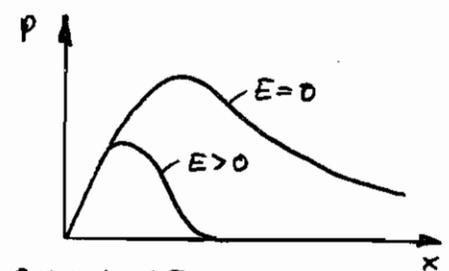


Bild 4-25

Wegen der  $pn$ -Struktur ist die Sperrschichtweite fast unabhängig von der Sperrspannung und dem  $n$ -folgie auch die Sperrschichtkapazität. In Flussrichtung gepolt, stellt die Leuchtdiode eine

(Theoretisch) unendlich große Kapazität der, da ihre Anflutung entsprechend dem fließenden Strom bei einer Ladungsspeicherung, ohne Ladungsströme durch Rekombination, keine Spannungsänderung am Bauelement verursacht. Dies ist der Fall, wenn  $\omega C \gg 1$  erfüllt ist, wenn also die Zeit, in welcher ein Flußstrom fließt, klein ist gegen die Lebensdauer der Minoritätler, vgl. Kap. 4.5. Die Diodespannung bleibt konstant gleich der Diffusionsspannung. Die ideale Ladungsspeicherdiode läßt sich daher durch die waagerechte Art der konstanten Sperrschichtkapazität und den vertikalen Art der Diffusionskapazität beschreiben, Bild 4-26.

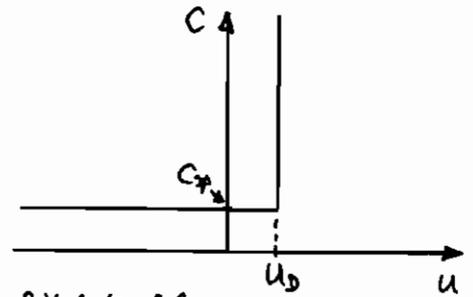


Bild 4-26

Anwendung findet die Ladungsspeicherdiode vor allem als Pulsgenerator und mit nachgeschalteten Filter als Frequenzvervielfacher.

Der Impulsgenerator besteht aus einem HF-Sinusgenerator mit Gleichspannungsspanne  $U_0$ , einer Induktivität  $L$ , der SR-Diode und einem Verbraucher  $R_L$ .

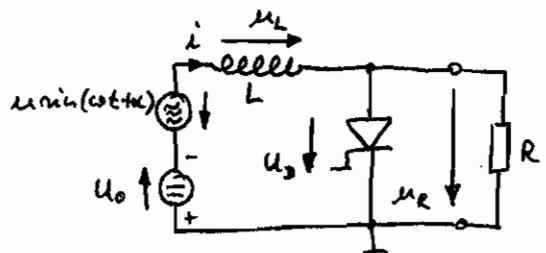


Bild 4-27

Solange  $u \sin(\omega t + \alpha) - U_0 \geq U_D$  ist, stellt die Diode einen kapazitiven Kurzschluß dar. Es fließt der Strom  $i = i_0 + \frac{1}{L} \int u_L dt$ ,

$$i = i_F = i_0 + \frac{u}{\omega L} [\cos \alpha - \cos(\omega t + \alpha)] - \frac{u_0 + U_D}{\omega L} \omega t, \quad (4-35)$$

bestehend aus dem Anfangsstrom  $i_0$ , der Wechselstromkomponente und einer Rampenfunktion durch den Gleichspannungsgenerator, Bild 4-28 a). Wenn beide schraffierten Flächen einander gleich sind, ist die Gesamtladung der Diode Null und die Sperrschichtkapazität wird wirksam. Die Vorspannung  $U_0$  sei so eingerichtet, daß der Nulldurchgang der Spannung  $-U_0 + u \sin(\omega t + \alpha)$  gerade nach Ende der Speicherzeit  $t_s$  auftritt. In einem sehr kurzen Zeitraum danach, etwa bis

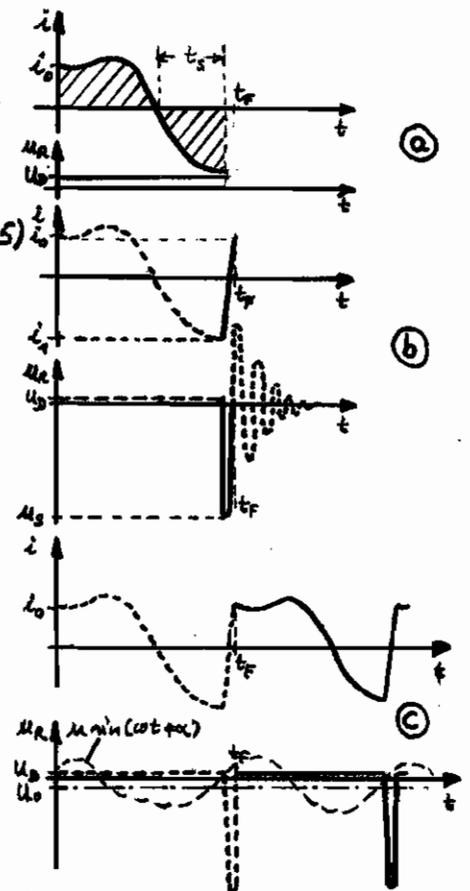


Bild 4-28

Zur Zeit  $t_F$ , bleibt die Innenempassung so klein, daß sie für die folgende Betrachtung zu Null angenommen werden kann. In dieser Phase ist ein Anlaufstrom  $i_1$ , Bild 4-28 (6), maßgebliche Erregung einer Ersatzschaltung, bestehend aus dem Parallelkreis  $L$ ,  $C_{sp}$  und  $R_L$ . Dieser Kreis führt gedämpfte Schwingungen der Kreisfrequenz  $\omega_p = \sqrt{\frac{1-\xi^2}{LC_{sp}}}$  mit  $\xi = \frac{1}{2R_L} \sqrt{\frac{L}{C_{sp}}}$  aus. Die Spannung an  $R_L$  verläuft gemäß

$$u_R = \frac{i_1 \sqrt{\frac{L}{C_{sp}}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \exp\left(-\frac{\xi \omega_p t}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \sin \omega_p t, \quad (4-36)$$

wird jedoch bereits nach einer halben Periode dadurch gebremst, daß bei Spannungen  $u_R \geq U_D$  die Diodekapazität unendlich wird. Der Endstrom durch die Spule zur Zeit  $t_F$  entspricht gerade dem Anlaufstrom  $i_0$  zur Zeit  $t=0$ , da die Kreise positiv sind und sich folglich eine stationäre Stromamplitude ausbilden muß. Den Strom durch die Spule erhält man durch Integration der Spannung  $u_R$

$$i_L = i_1 \exp\left(-\frac{\xi \omega_p t}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \left(\cos \omega_p t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_p t\right). \quad (4-37)$$

Das Verhältnis von  $i_1$  zu  $i_0$  ist demnach

$$i_0 = -i_1 \exp\left(-\frac{\xi \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right). \quad (4-38)$$

Aus einer sinusförmigen Spannung entsteht also eine Pulsfolge gleicher Frequenz. Jeder Impuls hat die Form eines Halbsinus der Frequenz  $\omega_p$ . Somit ist seine Basisbreite  $t_p = \frac{\pi}{\omega_p} = \pi \sqrt{\frac{LC_{sp}}{1-\xi^2}}$ .

Die Maximalhöhe ist zur Zeit  $\omega_p t \approx \frac{\pi}{2}$  erreicht,

$$u_s = \frac{i_1 \sqrt{\frac{L}{C_{sp}}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \exp\left(-\frac{\xi \pi}{2\sqrt{1-\xi^2}}\right), \quad (4-39)$$

die Richtung des Impulses ist im Mittel

$$P = \frac{\xi u_s^2 \omega C_{sp}}{2\sqrt{1-\xi^2}} \approx \left\{ \xi \ll 1 \right\} \approx \frac{\omega C_{sp}}{2} \xi u_s^2. \quad (4-40)$$

Das Frequenzspektrum ist keimförmig,  $u_F = \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{c_n}{2} e^{j n \omega t}$ ,

$$\frac{c_n}{c_0} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{n}{N}\right)}{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}, \quad c_0 = \frac{2u_s}{\pi N}, \quad (4-41)$$

wobei  $N = \frac{\pi}{\omega} / t_p$  das Verhältnis von halber Periodendauer der Eingangsfrequenz  $\omega$  zur Pulsbreite  $t_p$  ist und  $n$  die  $n$ -te harmonische

Berechnet, Bild 4-29.

Schließt man an einen solchen Kamungenerator ein geeignetes Filter an, so läßt sich nahezu die gesamte Energie des Impulses in einer Spektrallinie der Frequenz  $n\omega$  konzentrieren.

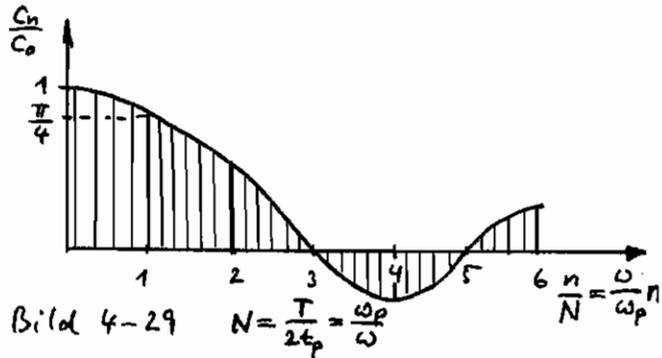
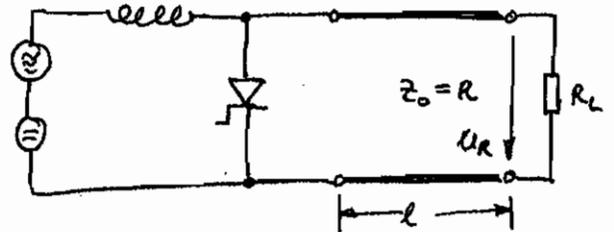


Bild 4-29

$$N = \frac{T}{2t_p} = \frac{\omega_p}{\omega}$$

Bild 4-30 zeigt die erste Stufe eines solchen Filters, eine Leitung des Wellenwiderstandes  $Z_0$  mit einem Abschlußwiderstand  $R_L > Z_0$ . Die Länge der Leitung sei gerade  $l = \frac{\lambda_p}{4}$ ,

Bild 4-30



d.h. die an Ort der Diode kurzgeschlossen und am Ort von  $R_L$  leerlaufende Leitung wäre gerade bei  $\omega_p$ , also  $\lambda_p = 2\pi \frac{c}{\omega_p}$ , resonant. Der in der Diode erzeugte Impuls läuft in die Leitung, wird von  $R_L$  zum Teil reflektiert und kommt eine Zeit  $\frac{2l}{c} = \frac{\lambda_p}{2c} = 2\pi \frac{c}{\omega_p} \cdot \frac{1}{2c} = t_p$  später an, wenn also gerade die Zeit der Impulsbreite vorüber ist. Dann stellt die Diode über die Periodendauer  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  einen kapazitiven Kurzschluss dar und der Impuls wird mit dem Reflexionsfaktor  $-1$  in Richtung  $R_L$  reflektiert, so daß sich dort ein Spannungsverlauf nach

$$u_R = (1+r)u_s e^{-\kappa t} \quad \text{mit } \omega p t \quad (4-42)$$

mit  $r = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$ ,  $\kappa = \frac{\omega_p}{2Q}$ ,  $Q$ : Güte des nur mit  $R_L$  belasteten Leitung-resonators, entwickelt. Wird  $Q$  so gewählt, daß

$$\kappa \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\omega_p}{2Q} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 2, \quad \text{also } Q = \frac{\pi \omega_p}{2 \omega} = \left\{ \text{hier!} \right\} = \frac{\pi}{2} n \quad (4-43)$$

wird, so ist nach einer Periodendauer der Eingangsspannung die Spannung  $u_R$  nach Gl. (4-42) auf  $e^{-2} = 0,136$  abgesunken, die Leistung also  $\approx 1 - 0,136^2 = 97\%$  an den Widerstand  $R_L$  abgegeben. Spektral wird dann 76% (ohne Ableitung) der Impulsenergie in der Linie  $\omega_p = n\omega$  konzentriert, Bild 4-31.

Ist  $R_L$  der Eigenwiderstand eines wellen Filters, so ver-schieben sich an dessen Ausgang die unerwünschten Modulations-

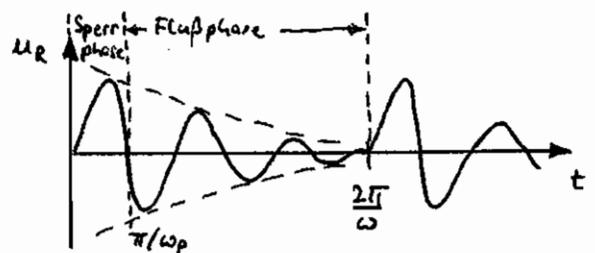


Bild 4-31

Letztendlich, so daß eine sinusförmige Kontaktspannung, aber höherer Frequenz  $\omega_p = \pi \omega$  als Ausgangssignal entsteht.

Für sehr hohe Frequenz (mm-Wellen) begrenzen Hystereseverluste während der Übergangzeit den Eintrag von Sperrschichtvaraktoren. Man verwendet dann vorübergehende Sperrschichtvaraktoren.

Die Ersatzschaltung des Sperrschichtvaraktors bei Betrieb in Sperrrichtung besteht aus der Serienschaltung der Sperrschichtkapazität mit dem Bahnwiderstand, bei Betrieb in Durchrichtung aus der Serienschaltung von (sehr großer) Diffusionskapazität mit dem Widerstand des Bahnbetriebs. Der Stromverlorene Widerstand der  $i$ -Zone, der bei der  $\mu n$ -Welle von zentraler Bedeutung war, ist hier parabolisch und würde zu Null angenommen.

#### 4.7. Sperrschichtvaraktor

Beim Sperrschichtvaraktor wird die Spannungsabhängigkeit der Sperrschichtkapazität  $C_{sp}$  eines abrupten  $p-n$ -Übergangs ausgenutzt. Die Art der Spannungsabhängigkeit kann man durch Wahl der Dotierempfindlichkeit in gewissen Grenzen einstellen.

Vorausgesetzt werde eine symmetrische Dotierung

$$N(x) = N_A - N_D = \begin{cases} -g x^n & \text{für } x > 0 \\ g (-x)^n & \text{für } x < 0. \end{cases} \quad (4-44)$$

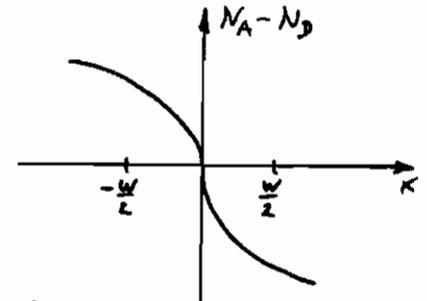


Bild 4-32

Für die Raumladungsdichte gilt dann  $\rho(x) = e N(x)$ . Die partielle Integration der Poisson-Gleichung  $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e N(x)}{\epsilon}$

von  $x=0$  bis  $x = \frac{w}{2}$ , wobei  $w$  die Gesamtdicke der Raumladungszone ist, liefert

$$U_D - U = \frac{2eg}{(n+1)(n+2)\epsilon} \left(\frac{w}{2}\right)^{n+2} \quad (4-45)$$

$U_D$  ist die Diffusionsspannung und  $U$  der Anteil des an der Raumladungszone wirksamen externen Spannung. Aufgelöst nach  $w$  erhält man

$$w = w_0 \left(1 - \frac{U}{U_D}\right)^{\frac{1}{n+2}} \quad (4-46)$$

mit der Sperrschichtweite ohne äußere Spannung

$$w_0 = 2 \left[ \frac{(n+1)(n+2)\epsilon U_D}{2eg} \right]^{\frac{1}{n+2}} \quad (4-47)$$

Da die Sperrschichtkapazität nach der Plattenkondensatorformel  $C_{sp} = \frac{\epsilon A}{w}$  berechenbar ist, erhält man

$$C_{sp} = \frac{C_{sp0}}{\left(1 - \frac{U}{U_0}\right)^{\frac{1}{n+2}}} = \frac{C_{sp0}}{\left(1 - \frac{U}{U_0}\right)^{\gamma}} \quad (4-48)$$

mit der Nullspannungskapazität

$$C_{sp0} = \frac{\epsilon A}{2} \left[ \frac{2e\gamma}{(n+1)(n+2)\epsilon U_0} \right]^{\frac{1}{n+2}} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{n+2} \quad (4-49)$$

Ein Potenzgesetz im Potenzprofil führt also zu einem Potenzgesetz der Sperrschichtkapazität. Für den abrupten Übergang ist  $n=0$ , also  $\gamma = \frac{1}{2}$ . Um bei einer Abstimm-diode (Varicap) eine lineare Änderung der Schwingkreisresonanzfrequenz mit der Spannung  $U$  zu erhalten, müsste  $\gamma=2$  sein, was  $n=-\frac{3}{2}$  bedingt. Das kann in gewissen Grenzen (nicht bei  $n=0$  natürlich!) erreicht werden, Bild 4-33. Dann wird

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC_{sp}}} \sim \left(1 - \frac{U}{U_0}\right) \quad (4-50)$$

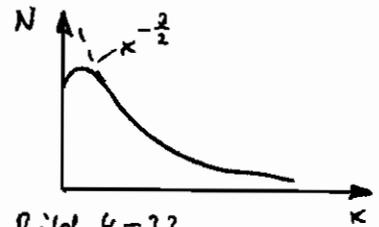


Bild 4-33

Einen solchen Übergang nennt man hyperabrupt.

Die Kennlinie eines Sperrschichtvariablers unterscheidet sich von der eines Sperrvariablers durch die Wahl von  $\gamma$ . Beim Sperrvariabler (und bei der pn-Diode!) ist  $\gamma \approx 0,1$  möglichst klein, um geringe Abhängigkeit der Sperrschichtkapazität von der Spannung zu haben. Beim Sperrschichtvariabler ist eine möglichst starke Abhängigkeit erwünscht, Bild 4-34 im Vergleich

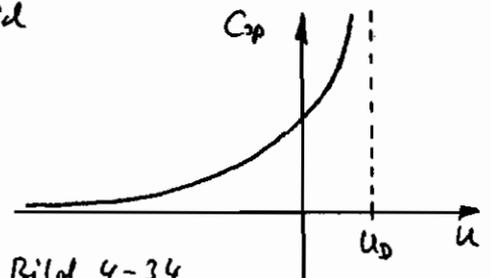


Bild 4-34

zu Bild 4-26. Im Flußbereich tritt zur Sperrschichtkapazität als überwiegender Anteil die Diffusionskapazität hinzu.

Da Sperrschichtvariablen als variable Kapazitäten zur Abstimmung, zur rausch-  
armen parametrischen Verstärkung und Mischung verwendet werden  
nicht bis in den Flußbereich. Die Sperrspannung ist begrenzt durch die Durchbruchspannung der Diode.

In der Ersatzschaltung Bild 4-35 treten bei vernachlässigtem differentiellen Sperrleitwert des pn-Übergangs hauptsächlich die Sperrschichtkapazität in Serie zum Bahnwiderstand auf.  $L$  und  $C$  kennzeichnen die parametrischen Feldkreimpedanzen.

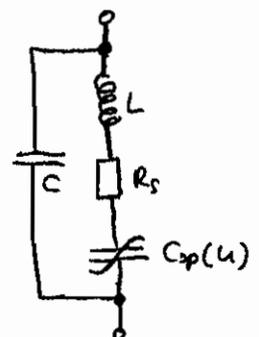


Bild 4-35



tieren. Es bildet sich eine Ladungsträgerbewegung, welche die Leitfähigkeit der Sperrschicht stark heraufsetzt (Durchbruch). Durch die erzeugten Raumladungen wird die Feldstärke so weit herabgesetzt, dass sich ein stationäres Stromwert einstellt.

Berechnet man die Produktivität der Ladungsträger in  $x$ -Richtung positiv, so erhält man mit der feldstärkeabhängigen Ionisationsrate pro Längeneinheit,  $\alpha(E)$ , als Anzahl der generierten Träger pro Zeiteinheit in einer Schicht der Dicke  $dx$  und des Querschnitts  $A$

$$dN_{gen} = A (p v_p + n v_n) \alpha(E) dx \quad (4-51)$$

als Produkt der in die Schicht eintretenden Träger und der Ionisationsrate auf der Länge  $dx$ . Mit der für Elektronen und Löcher gleichen Generationsrate  $g' = \frac{dN_{gen}}{A dx}$ ,

$$g' = g'_n = g'_p = (p v_p + n v_n) \alpha(E) = -\frac{\alpha(E)}{eA} (I_p + I_n) = -\frac{\alpha(E)}{eA} I, \quad (4-52)$$

mit  $v_n = +v_p = +v$ , kann man unter Voraussetzung reiner Feldströme und verschwindender Rekombination die Kontinuitätsgleichungen für die Trägerarten ausdrücken als

$$\frac{\partial(\rho p)}{\partial t} = -\frac{\partial j_p}{\partial x} + e g'_p = -\frac{\partial j_p}{\partial x} - \alpha(E) j, \quad (4-53)$$

$$\frac{\partial(-en)}{\partial t} = -\frac{\partial j_n}{\partial x} - e g'_n = -\frac{\partial j_n}{\partial x} + \alpha(E) j. \quad (4-54)$$

Mit bei geringem Brech der Raumladungszone die Trägerlaufzeit  $\tau_a = \frac{w}{v}$  klein (quasistatische Näherung), so wird der Gesamtstrom  $j(x,t) = j_p(x,t) + j_n(x,t) = j(t)$  vom Ort unabhängig sein. Die Subtraktion der Gl. (4-53) und (4-54) liefert

$$e \frac{\partial(\rho p + n)}{\partial t} = -\frac{\partial(j_p - j_n)}{\partial x} - 2\alpha(E) j. \quad (4-55)$$

Nach Integration über  $x$  von  $x=0$  bis  $x=w$  erhält man

$$e w \frac{\partial(\rho p + n)}{\partial t} = -(j_p - j_n)|_0^w - 2j \int_0^w \alpha(E) dx, \quad (4-56)$$

da voraussetzungsgemäß  $p(x,t) + n(x,t) = f(t)$  ist. Nach Multiplikation mit dem Trägergeschwindigkeit, wobei  $v_n = +v_p = +v$  gewinnt man

$$\begin{aligned} -w \frac{dj}{dt} &= v [-(j_p - j_n)|_w + (j_p - j_n)|_0 - 2j \int_0^w \alpha(E) dx], \\ -\tau_a \frac{dj}{dt} &= -2j_p(w) + j_n(w) + j_p(0) - 2j_n(0) + j_p(w) + j_n(0) - 2j \int_0^w \alpha(E) dx, \\ \frac{1}{2} \tau_a \frac{dj}{dt} &= -(1 - \int_0^w \alpha(E) dx) j + j_s. \end{aligned} \quad (4-57)$$

Der Strom im stationären Zustand ( $\frac{d\eta}{dt} = 0$ ) erhält man aus Gl. (4-57) zu

$$I = I_0 = \frac{I_s}{1 - \int_0^w \alpha(\epsilon) dx} \approx \frac{I_s}{1 - \left(\frac{E}{E_c}\right)^n} = \frac{I_s}{1 - \left(\frac{U}{U_c}\right)^n} = M I_s, \quad (4-58)$$

$E_c, U_c$  sind die Durchbruchwerte der Feldelektrode bzw. der Spannung,  $E, U$  sind die Momentanwerte der (ortsunabhängig angenommen) Feldelektrode bzw. Spannung in der Sperrschicht.  $M$  wird Multiplikationsfaktor genannt und gibt die Verstärkung des Sättigungsstroms  $I_s$  durch den Lawinprozess wieder. Für das Integral der Ionisationsrate wurde eine Potenznäherung angenommen. Unter Vernachlässigung der kleinen Sättigungsstromes in Gl. (4-57) mit einer Feldelektrode  $E = E_c + E_1 e^{j\omega t}$  kann in Kleinignalnäherung unter Beachtung von  $1 - \left(\frac{E}{E_c}\right)^n \approx 1 - \left(1 + n \frac{E_1 e^{j\omega t}}{E_c}\right)$  Gl. (4-57) geschrieben werden als

$$\frac{d}{dt} (\ln \eta) = + \frac{2n}{E_c} \frac{E_1}{E_c} e^{j\omega t} \quad \text{bzw.} \quad \ln \frac{\eta(t)}{\eta(0)} = -j \frac{2n}{\omega \tau_a} \frac{E_1}{E_c} e^{j\omega t} \quad (4-59)$$

Man sieht, daß die Frequenz des Lawinestroms um  $90^\circ$  der verursachenden Feldelektrode nachzieht, dessen Maximum also im Nulldurchgang der Feldelektrode liegt. Der Auf- und Abbau des Stroms erfolgt exponentiell.

Das Umschalten des Lawinestroms ist weitens länger als das Schotterumschalten, da die Stabilität der Kopprozesse in der Stromschwankung aufgrund der gespeicherten Ladung zusätzliche Umschaltzeit beiträgt.

#### 4.8.2. Read - Diode

Die Struktur nach Bild 4-37 wurde erstmals 1958 von Read angegeben. Sie besteht aus einem hyperabrupten p-n-Übergang mit anschließendes unimodul-töne. Die Diode wird in Sperrrichtung gepolt, so daß die Durchbruchfeldelektrode  $E_c$  erreicht wird. Der Gleichstrom wird auf den konstanten Wert  $I_0$  begrenzt. Bei der Durchbruchspannung werden fast alle beweglichen Ladungsträger aus der n-töne verdrängt, so daß

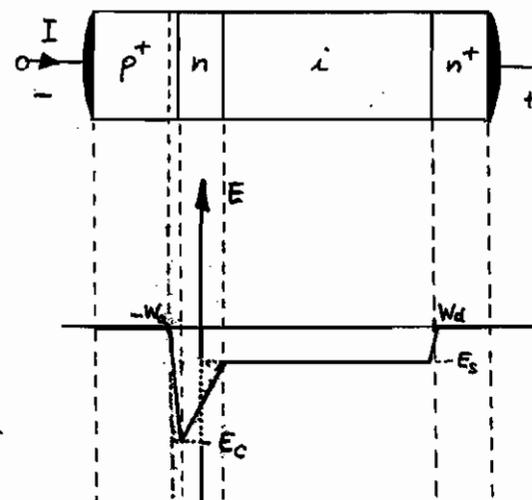


Bild 4-37

die Sperrschicht durch das  $n$ -Gebiet prallt (punch through). Den Feldverlauf erhält man nach der Poisson-Gleichung  $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} (N_D - N_A)$ . Ist das  $n$ -Breitfeld schonal gering, so kann man diese Feldverlauf dort durch ein Rechteck annähern, dessen Höhe die Durchbruchfeldstärke  $E_c$  und dessen Breite  $w_a$  ist. Da  $\alpha(E)$  empfindlich von  $E$  abhängt, bildet der Lawinprozess nur in unmittelbarer Nähe des  $p^+$ -Überspanns statt. Die erzeugten Löcher driften ins  $p^+$ -Gebiet und gehen den weiteren Prozessen verloren. Die erzeugten Elektronen werden in die  $i$ -Zone (an der Stelle  $x=0$ ) injiziert, in der eine solche Feldstärke herrscht ( $E_s$ ), daß alle Ladungsträger dieselbe Sättigungsdriftgeschwindigkeit haben und ein injiziertes Ladungspaket als unbeschränkt im  $n^+$ -Gebiet bei  $x=w_a$  ankommt. Bei oberabhängiger Geschwindigkeit würde eine Ladungsverzerrung und höherer Breiten zulaufen.

Im Betriebsfall ist der Durchbruchspannung  $U_c$  eine sinusförmige Wechselspannung  $u$ , Bild 4-38, überlagert. In deren positiven Halbwelle wächst die Lawine exponentiell gemäß Gl. (4-59) und nimmt nach dem Nulldurchgang von  $u$  exponentiell wieder ab. Die zugehörige Stromfundwelle des Lawinstroms  $I_a$  (gestrichelt) eilt der Spannung um  $90^\circ$  nach. Das erzeugte Ladungsträgerpaket wird von der Lawinzone  $-w_a \leq x \leq 0$  in die Raumladungsfeldzone  $0 \leq x \leq w_a$  injiziert, verursacht Influenzladungen und durch die Bewegung mit der Sättigungsdriftgeschwindigkeit einen konstanten Influenzstrom im Außenkreis, dessen Fundwelle bei geeigneter Wahl von  $\tau_d = \frac{w_a}{v_s}$  um  $90^\circ$  dem Lawinstrom nachweilt.

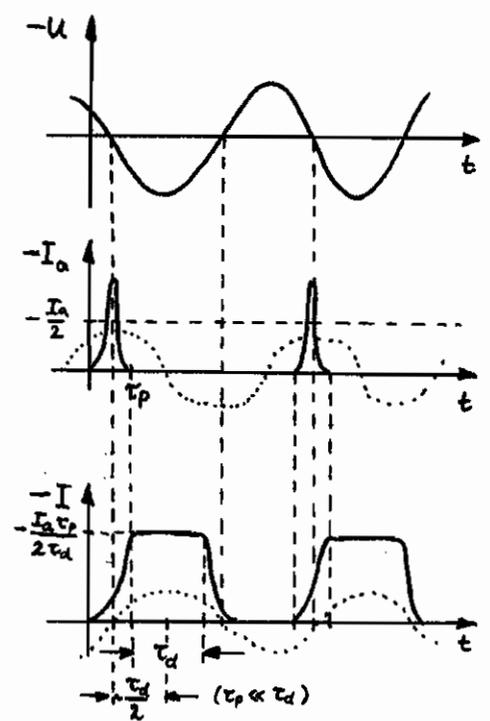


Bild 4-38

Zur Berechnung von  $I$  dient die Kontinuitätsgleichung zusammen mit der Poisson-Gleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div } j_k, \quad \text{div } E = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (4-60)$$

bzw. die Maxwell-Gleichung  $\text{div rot } H = \text{div } (\epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + j) = 0$ , also im eindimensionalen Falle wie Gl. (3-14)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + j_k \right] = 0, \quad \varepsilon \frac{\partial E(x,t)}{\partial t} + j_k(x,t) = j_c(t). \quad (4-61)$$

Die Summe von Verschiebungs- und Konvektionsstrom ist also örtlich konstant. Integration über den Drahtbereich liefert

$$\int_0^{w_d} j_c(t) dx = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{w_d} \varepsilon E(x,t) dx + \int_0^{w_d} j_k(x,t) dx, \quad (4-62)$$

und mit  $\int_0^{w_d} \varepsilon dx = C$  erhält man für den Verschiebungsstrom durch den Querschnitt A

$$I_v(t) = \frac{\varepsilon A}{w_d} \frac{dU(t)}{dt} = C \frac{dU(t)}{dt} \quad (4-63)$$

und für den influenzierte Konvektionsstrom

$$I_k(t) = \frac{A}{w_d} \int_0^{w_d} j_k(x,t) dx. \quad (4-64)$$

Setzt man eine Bewegung der i-Ionen-Ladungslinien mit der Schrittlängengeschwindigkeit  $v_s$  voraus, also  $j_k(x,t) = j_k(t - \frac{x}{v_s})$ , so ergibt sich für den influenzierten Konvektionsstrom

$$I_k(t) = \frac{A}{w_d} \int_0^{w_d} j_k(t - \frac{x}{v_s}) dx = -\frac{A v_s}{w_d} \int_t^{t - \frac{w_d}{v_s}} j_k(t') dt' = \frac{1}{v_s} \int_{t - \frac{w_d}{v_s}}^t A j_k(t') dt'. \quad (4-65)$$

Das dritte Integral des Gl. (4-65) ist aber die (konstant vorausgesetzte) Ladung der zur Zeit  $t=0$  in die Drahtzone injizierten Raumladung, so daß man für den Influenzstrom bei Annahme eines injizierten Cosinus-Impulses  $j_k(t') = \frac{I_0}{2A} (1 - \cos \pi \frac{t'}{\tau_p})$ , Bild 4-38, erhält

$$I_k(t) = \begin{cases} \frac{I_0}{2v_s} (t - \frac{\tau_p}{\pi} \sin \pi \frac{t}{\tau_p}) & \text{für } 0 \leq t \leq \tau_p, \\ \frac{I_0 \tau_p}{2v_s} & \text{für } \tau_p \leq t \leq \tau_d. \end{cases} \quad (4-66)$$

Der influenzierte Konvektionsstrom erreicht also nach der Zeit  $t = \tau_p$  seinen Maximalwert (die gesamte Lawinenladung befindet sich in der i-Zone!) und bleibt danach konstant, bis die Raumladung am i<sup>+</sup>-Übergang abgebaut wird.

Die abgegebene Leistung wird dann maximal, wenn über einen möglichst großen Zeitbereich Strom und Spannung verschiedene Vorzeichen haben, wenn also die Driftzeit  $\tau_d \approx \frac{\tau_p}{2}$ , bzw. der Laufwinkel  $\theta = \omega \tau_d \approx \pi$  wird.

Zur Berechnung der Kleinzealimpedanz der nach Bild 4-37 schematisierten Read-Diode wird in quasistatischer Näherung für den Lawinenstrom angesetzt  $I_{ak}(t) = I_0 + I_{rak} e^{j\omega t}$  und für die Spannung der Lawinenzone  $U_a(t) = U_c + U_1 e^{j\omega t} = \omega_a E_a(t)$ . Mit Gl. (4-59) und  $\ln \frac{I(t)}{I_0} = \ln \frac{I_0 + I_{rak} e^{j\omega t}}{I_0} \approx + \frac{I_{rak}}{I_0} e^{j\omega t}$  erhält man

$$-\frac{I_{rak}}{I_0} = j \frac{2n}{\omega \tau_a} \cdot \frac{E_{1a}}{E_c} \quad (4-67)$$

$I_0$  wird aus Gl. (4-58) bestimmt. Der Gesamtstrom setzt sich aus Konvektions- und Verschiebeströmen zusammen, also  $I_a(t) = I_0 + I_{ra} e^{j\omega t} = I_{ak}(t) + I_v(t)$  und deshalb

$$I_{ra} = I_{rak} + j\omega \epsilon E_{1a} A = j\omega \epsilon A \frac{U_{1a}}{\omega_a} \left(1 - \frac{\omega_a^2}{\omega^2}\right) = j\omega C_a U_{1a} \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_a C_a}\right) \quad (4-68)$$

mit der Lawinenfrequenz  $\omega_a$

$$\omega_a^2 = \frac{2n I_0}{\epsilon \tau_a E_c A} = \frac{2n v_s I_0}{\epsilon U_c A} = \frac{1}{L_a C_a}, \quad C_a = \frac{\epsilon A}{\omega_a}, \quad L_a = \frac{\epsilon_a U_c}{2n I_0} \quad (4-69)$$

Die Kleinzealimpedanz der Lawinenzone ist demnach die Parallel-Verbindung einer Induktivität  $L_a$  und einer Kapazität  $C_a$ ,

$$Z_a = \frac{1}{j(\omega C_a - \frac{1}{\omega L_a})} \quad (4-70)$$

Die Resonanzfrequenz kann proportional  $\sqrt{I_0}$ , der Wurzel des eingestrichelten Gleichstroms, verändert werden. Die Lawinenzone allein kann wohl keine Leistung abgeben.

In die Driftzone wird bei  $x=0$  der Lawinenkonvektionsstrom injiziert und breitet sich dort als dispersionsfreie Raumladungswelle aus. Man erhält mit den Annäherungen  $I_d(x,t) = I_0 + I_{rd} e^{j\omega t - \frac{x}{v_s}}$ ,  $I_d(0,t) = I_{ak}(t)$  für den Gesamtstrom im Driftstrom,  $I_d(t) = I_0 + I_{rd} e^{j\omega t}$

$$I_{rd} = I_{rak} e^{-j\omega \frac{x}{v_s}} + j\omega \epsilon A E_d(x) \quad (4-71)$$

mit der Feldstärke im Driftstrom  $E_d(x,t) = E_s + E_d(x) e^{j\omega t}$ .

Da der gesamte Lawinenstrom gleich dem gesamten Driftstrom sein muß, gilt  $I_{rd} = I_{ra}$  und folglich für die Feldstärke mit Gl. (4-71) und (4-68)

$$j\omega \epsilon A E_d(x) = I_{ra} - I_{rak} e^{-j\omega \frac{x}{v_s}} \quad (4-72)$$

Gl. (4-68) eingesetzt in Gl. (4-67),  $E_{1a} = I_{ra} / (j\omega \epsilon A (1 - \frac{\omega_a^2}{\omega^2})) = \frac{U_{1a}}{\omega_a}$ , ergibt

$$I_{\text{tak}} = \frac{I_{1a}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}} \quad (4-73)$$

Gl. (4-73) eingesetzt in (4-72) führt zu

$$E_{d1}(x) = \frac{I_{1a}}{j\omega \epsilon A} \left( 1 - \frac{e^{-j\omega \frac{x}{v_1}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}} \right) \quad (4-74)$$

Durch Integration über  $x$  von  $x=0$  bis  $x=l_d$  erhält man mit den Abkürzungen  $C_d = \frac{\epsilon A}{l_d}$ ,  $\tau_d = \frac{l_d}{v_1}$ ,  $\Theta = \omega \tau_d$

$$Z_d = R_d + jX_d = \frac{1}{\omega C_d} \left[ \frac{(1 - \cos \Theta)/\Theta}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}} - j \left( 1 - \frac{(\sin \Theta)/\Theta}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}} \right) \right] \quad (4-75)$$

die Impedanz des Driftstromes, die sich für den optimalen Laufwinkel  $\Theta = \pi$  zu

$$Z_d = \frac{1}{\omega C_d} \left[ \frac{1}{\pi} - j \cdot \frac{1}{2} \right] \frac{2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2}} \quad (4-76)$$

vereinfacht.

Zusammenfassung von Gl. (4-75) und (4-70) ergibt für die  $\mu$ -sante Kleinwelligimpedanz der Read-Diode

$$Z_D = R_d + j \left( X_d - \frac{1}{\omega C_d - \frac{1}{\omega L_d}} \right) \quad (4-77)$$

Die zugehörige Ersatzschaltung zeigt Bild 4-39.

Bild 4-40 stellt den prinzipiellen Verlauf von Gl. (4-75) dar. Typisches Laufzeitverhalten ist zu erkennen. Für die Leistungsabgabe gelten dabei die Einschränkungen des Kap. 3.7. Gl. (3-70).

Für einen Laufwinkel  $\Theta < \frac{\pi}{4}$  vereinfacht sich Gl. (4-75) zu

$$Z_d \approx \frac{Z_d}{2C_d(1 - \frac{\omega^2}{\omega_a^2})} + j\omega \frac{1}{(\omega_a^2 - \omega^2)C_d}$$

Real- und Imaginärteil dieser Funktion sind in Bild 4-41 qualitativ aufgetragen. Die Wahl  $\Theta < \frac{\pi}{4}$  ist allerdings weit von der Bedingung maximaler Leistungsabgabe  $\Theta = \pi$

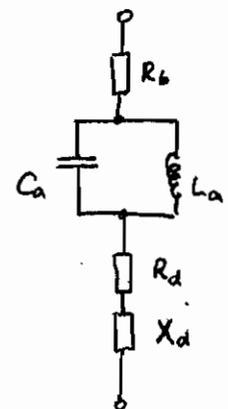


Bild 4-39

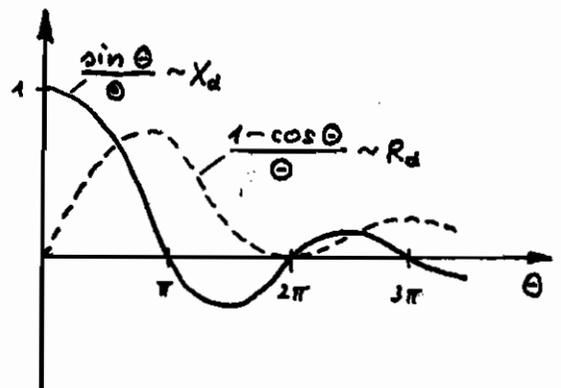


Bild 4-40

entfernt. Man sieht, daß erst bei Frequenzen oberhalb der Lawinarezonanz ein negativer Widerstand auftritt. Der Blindwiderstand der Lawinenzenerodiode ist dann kapazitiv.

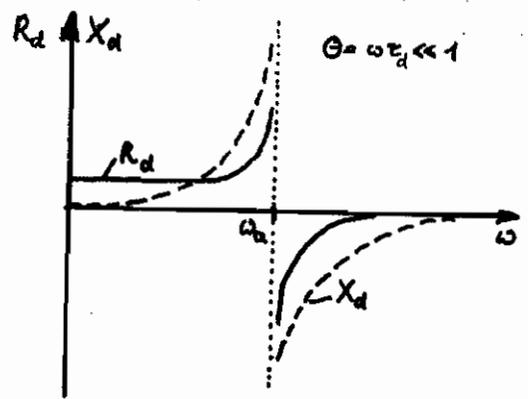


Bild 4-41

### 4.8.3. Misawa - Diode

Die komplizierte Struktur der Read-Diode verhinderte ihre Realisierung bis 1965. Ein Jahr später, 1966, gab Misawa eine einfach aufzubauende p<sup>+</sup>in<sup>+</sup>-Schichtenfolge an, bei der die Lawinamultiplikation nicht auf einen sehr kleinen Bereich beschränkt war, sondern im ganzen i-Demod wirkungsvoll wurde, so daß sich Lawin- und Driftmechanismus örtlich überlagerten. Von Vorteil ist die Ausnutzung beider Trägerarten im Gegensatz zur Read-Diode.

Die Misawa-Diode weist eine konvektive Instabilität der Elektronen-Löcher-Plasmas auf. Nach Bild 4-42 geschieht folgendes:

Eine minimale Abweichung der Trägerkonzentration vom (labilen) Gleichgewichtszustand bewirkt bei Vorspannung der Diode mit der Durchbruchspannung  $U = \int E dx$  ein Anwachsen und Abdriften der Raumladung. Zwischen der Elektronen- und der Löcherladungswolke entsteht ein elektrisches Feld, welches sich wie auf Bild 4-42

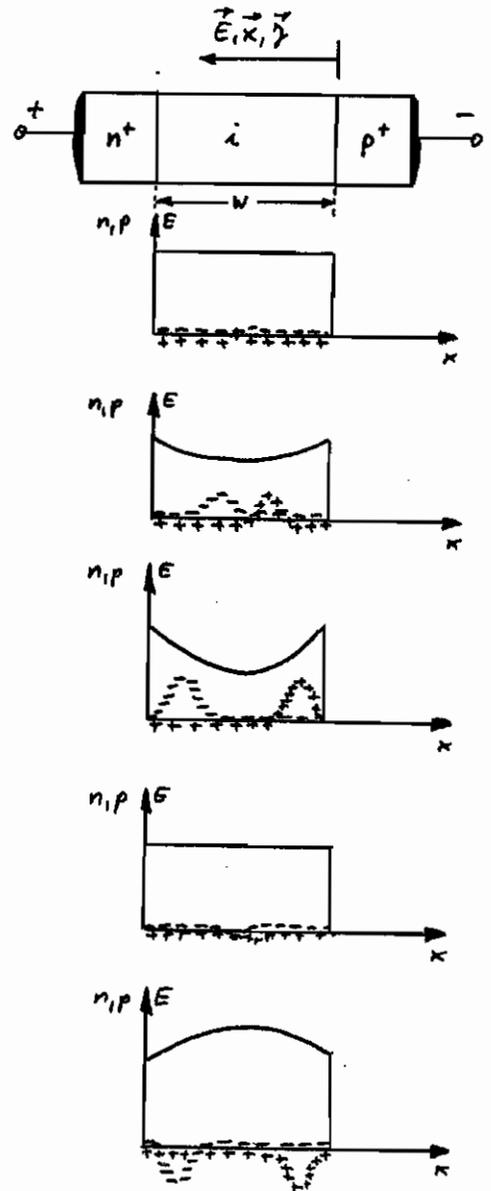


Bild 4-42

die anfängliche Feldverteilung wirkt und deswegen die Ionisationsrate herabsetzt. Der Mittelwert der Probenspannung bleibt zwar zeitlich konstant, es ändert sich jedoch der Raumladungswert der Spannung, die sich dem Gleichgewicht der Feldstärke ist (Fläche

unter der E-Kurve), und zwar wird sie mit wachsender Raumladung, also mit wachsendem Konvektionsstrom, kleiner. Sind die Ladungswolken in Anode und Kathode verschwunden, so bleibt an Ort des vorherigen Feldstärke minimum wegen der reduzierten Ionisationsrate ein Unterschub an Ladungsträgern. Diese Unterschubladung wird sich rasch vergrößern, da in diesem Bereich die Generationsrate gl. (4-52) wegen der verringerten Trägerdichte stark abnimmt. Durch die Feldstärkeverzerrung kommt es zu einem örtlichen Anwachsen der externen Spannung bei abnehmendem Strom. Folglich liegt eine Instabilität vor, deren Frequenz von der Trägerlaufzeit in der i-Zone bestimmt wird.

Eine Kleinignaltheorie bedient sich der Wellengleichung. Grundgleichungen sind die Poisson-Gleichung

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e}{\epsilon} (N_D - N_A + p - n), \quad (4-78)$$

die Kontinuitätsgleichungen unter Vernachlässigung der Rekombination,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{v} \frac{\partial j_p}{\partial t} = \frac{\partial(-ep)}{\partial t} &= -\frac{\partial j_p}{\partial x} + e g_p' = -\frac{\partial j_p}{\partial x} - \alpha(E)(j_n + j_p), \\ \frac{1}{v} \frac{\partial j_n}{\partial t} = \frac{\partial(-en)}{\partial t} &= -\frac{\partial j_n}{\partial x} - e g_n' = -\frac{\partial j_n}{\partial x} + \alpha(E)(j_n + j_p), \end{aligned} \quad (4-79)$$

mit der für Löcher und Elektronen gleich angenommenen Generationsrate der gl. (4-52) und die Transportgleichungen unter Vernachlässigung der Diffusion unter Annahme gleicher Driftgeschwindigkeiten für Elektronen und Löcher,

$$j_n = -env \quad , \quad j_p = -epv. \quad (4-80)$$

Der Kleinignalansatz

$$\begin{aligned} j_n(x,t) &= j_{n0} + j_{n1}(x) e^{j\omega t} & E(x,t) &= E_0 + E_1(x) e^{j\omega t} \\ j_p(x,t) &= j_{p0} + j_{p1}(x) e^{j\omega t} & \alpha(x,t) &= \alpha_0(E_0) + \alpha'(E_0) E_1(x) e^{j\omega t} \\ j(x,t) &= j_n(x,t) + j_p(x,t) = j_0 + j_1(x) e^{j\omega t} \\ \alpha'(E_0) &= \frac{d\alpha}{dE} \Big|_{E=E_0} \end{aligned} \quad (4-81)$$

führt zu den Differentialgleichungen

$$\frac{dj_{n1}}{dx} = \alpha_0 j_1 + \alpha' j_0 E_1 - j \frac{\omega}{v} j_{n1}, \quad (4-82)$$

$$\frac{dj_{p1}}{dx} = -\alpha_0 j_1 - \alpha' j_0 E_1 + j \frac{\omega}{v} j_{p1}, \quad (4-83)$$

$$\frac{dE_1}{dx} = -\frac{j_{p1} - j_{n1}}{\epsilon v}. \quad (4-84)$$

Addition von Gl. (4-82) und (4-83) zusammen mit Gl. (4-84) liefert

$$\frac{d}{dx} [j_0(x) + j\omega \epsilon E_1(x)] = 0, \quad (4-85)$$

vgl. Gl. (3-14) und (4-61), mit der Lösung

$$I_{ps1} = A (j_0(x) + j\omega \epsilon E_1(x)) \quad (4-86)$$

für den Gesamtstrom  $I_{ps1}$ .

Differenzierung von Gl. (4-84) und Einsetzen der Gleichungen (4-82) und (4-83) führt zur Differentialgleichung für die Wechselstromfeldstärke

$$\frac{d^2 E_1}{dx^2} + \left( \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{2\alpha_0' j_0}{\epsilon v} + j 2\alpha_0 \frac{\omega}{v} \right) E_1 = \frac{I_{ps1}}{\epsilon A} \left( \frac{2\alpha_0}{v} - j \frac{\omega}{v^2} \right), \quad (4-83)^*$$

deren Lösung von der Form ist

$$E_1(x) = c_1 e^{jk_2 x} + c_2 e^{-jk_2 x} + \left( \frac{2\alpha_0}{\epsilon v} - \frac{j\omega}{\epsilon v^2} \right) \frac{I_{ps1}}{A k^2}, \quad (4-84)^*$$

vgl. Gl. (3-27) für eine Trägerwelle, mit den Integrationskonstanten  $c_1, c_2$  und der komplexen Ausbreitungskonstanten  $k$  aus der Dispersionsbeziehung

$$k_2 = \pm \frac{1}{v} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2 + 2j\alpha_0 v \omega}. \quad (4-85)^*$$

Für reelles  $\omega$  hat  $k$  einen Imaginärteil, der ein räumliches Anwachsen der Lösungsfunktion  $E_1(x)$  zur Folge hat. Insbesondere gilt für den Gleichstromfall  $\omega = 0$ , daß  $k$  rein imaginär wird,

$$k_2 = \pm j \frac{\omega_0}{v} \quad (4-86)^*$$

und somit eine Instabilität vorliegt.

Integration der Gl. (4-84) über die Länge  $w$  führt nach Bestimmung der Integrationskonstanten zur Kleinignaladmittanz der Triawa-Diode,

$$Y_d = G_d + jB_d, \quad (4-87)$$

deren typischer Verlauf in Bild 4-43 gezeigt ist.

Ersatzschaltung nach Bild 4-44 ist ein Parallelkreis in Serie zum Bahnwiderstand  $R_b$ .

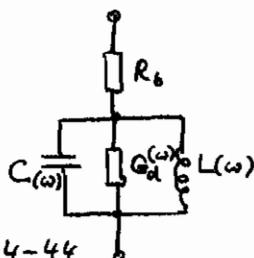


Bild 4-44

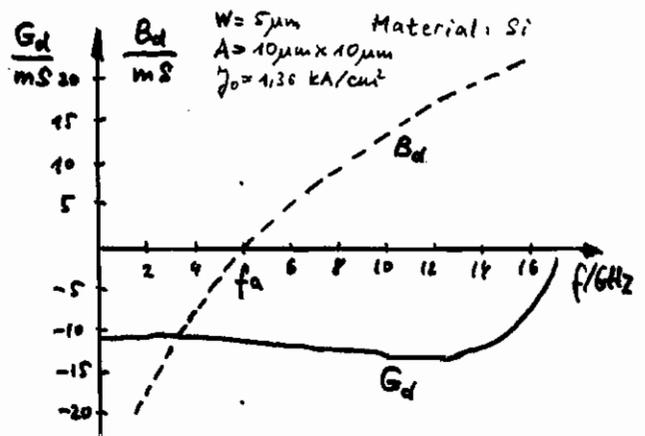


Bild 4-43

### 4.8.4. TRAPATT - Betrieb

Beim TRAPATT-Betrieb (TRAPPED Plasma Avalanche Triggered Time) können Oszillatorwirkungsgrade bis zu 60% erreicht werden. Die dem notwendigen Strom sind hochfrequent oberwellen (uhf). Er wird erzeugt, in einer  $n^+p^+p^-$ -Struktur mit abruptem Übergang eine Lawinen auslösende, durchlaufende Feldstärke Spitze zu erreichen. Bewegt sich diese Feldspitze im  $p^-$ -Gebiet schneller als die erzeugten Trägerpaare, so füllt sich dieses Bereich mit einem Ladungsträger-Plasma. Die Feldstärke sinkt deswegen auf sehr kleine Werte, wenn das Plasma die gesamte Zone ausfüllt und wächst stark an, wenn der Ladungsträgerüberschuss wieder abgebaut wird.

Zunächst sei eine konstante Drahtstromdichte  $j_0$  vorgegeben. Deshalb pliziert, bei Versuchslängung des Sättigungsstromes,  $j_0$  als Verschiebestrom  $\frac{\partial E}{\partial t} = j_0/\epsilon$  und die Feldstärke wird

$$E(x,t) = E(x,0) + \frac{j_0}{\epsilon} t \quad (4-88)$$

Mit der Spitzenfeldstärke  $E_0$  zur Zeit  $t=0$  am Ort  $x=0$  ( $n^+p^-$ -Sperrschicht) wählt man

$$E(x,0) = E_0 - \frac{eN_A}{\epsilon} x \quad (4-89)$$

aus der Poisson-Gleichung. Infolgedessen ergibt sich

$$E(x,t) = E_0 - \frac{eN_A}{\epsilon} x + \frac{j_0}{\epsilon} t \quad (4-90) \quad \text{Bild 4-45}$$

Die Phasenverdrängung dieser Feldstärke welle ergibt man aus

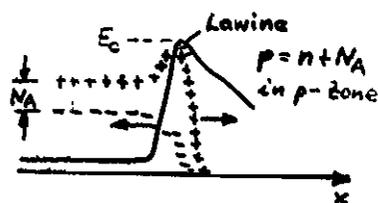
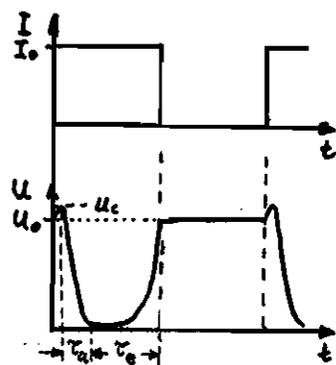
$$E_0 - \frac{eN_A}{\epsilon} x + \frac{j_0}{\epsilon} t = E_0 - \frac{eN_A}{\epsilon} (x + dx) + \frac{j_0}{\epsilon} (t + dt) \quad (4-91)$$

zu

$$v_{ph} = \frac{dx}{dt} = \frac{j_0}{eN_A} = v_{ph} \quad \text{mit der Laufzeit durch die } p\text{-Zone} \quad (4-92)$$

$$v_a = \frac{w}{v_{ph}} = \frac{w e N_A}{j_0} \quad (4-93)$$

Während des Aufladevorgangs erreicht die Feldstärke die lawinen- auslösende Wert  $E_c$ , die Probenspannung erreicht die Durchbruchspannung. Jetzt für die Träger  $v_{ph} > v_s$ , so läuft die Lawinenfront den Träger und hinterlässt ein Plasma davon. Die Löcher driften der Feldstärke front nach. Die Elektronen bewegen sich in entgegengesetzter Richtung, folglich wird die Feldstärke



Wieder der Avalanche-Front so stark verringert, daß die Träger nicht mehr sehr langsam bewegen, also in der Falle (trapped) sind. Die Spannung am Bauelement nicht während des Plasma-bildungsprozesses ab, bis die Lawinenfront nach der Laufzeit  $t_a$  den  $p-p^+$ -Übergang erreicht hat. Dann ist die ganze  $p$ -Zone von Trägerpaaren erfüllt. Löcher und Elektronen driften weiter in Richtung von Anode und Kathode, bis die gesamte Plasma-ladung verschwunden ist. Nicht danach der ein-geprägte Strom auf Null, so heißt das, daß die Ladung und damit die Spannung des  $p$ -Zonen-Kondensators erhalten bleibt, bis der Strom es-wenig ansteigt. Die Betriebsfrequenz wird also durch

$$f \propto \frac{1}{2(\tau_a + \tau_e)} = \frac{1}{T} \quad (4-94)$$

bestimmt. Der größte Teil der Periode ist durch  $\tau_e = \frac{W}{v}$ ,  $v \ll v_s$  festgelegt. Bei gleicher Driftlänge ist daher die Schwingfrequenz eines TRAPATT-Oszillators deutlich niedriger als die eines IMPATT-Oszillators, der Laufverhältnis  $w/v$  wird um einen Faktor in der Größenordnung 100 kleiner als der optimale Laufverhältnis  $\pi$  der IMPATT-Diode. Daher ist TRAPATT-Betrieb nur bis zu Frequenzen bis ca 1 GHz möglich.

Die notwendige Rechteckform des Stroms wird durch einen Mehr-fachresonanzkreis angeregt, der auf die Fundamentale, sowie auf die dritte und fünfte Harmonische abgestimmt ist, Bedingungen, die bei hohen Frequenzen nicht erfüllt zu erfüllen sind.

#### 4.9. Barriereninjektionsdiode (BARITT-Diode).

Der größte Nachteil der Lawinenlaufzeitdioden ist das starke Rauschen, welches durch die Stoßionisation verursacht wird und weit über dem Schwellenstand liegt.

Eine  $p^+n-p^+$ -Struktur, welche diesen Nachteil vermeidet, wurde 1968 von Rüegg vorgeschlagen.

Im Aufbau ähnelt sie einem Transistor mit leerlaufender Ba-

nis. Polarität und Dotierung sind so gewählt, daß sich die Raum-ladungszone 2 praktisch vollständig in die  $n$ -Zone anschiebt. Der



Bild 4-46

Überspannung ist in Flussrichtung betrieblm. Wird die Betriebsspannung soweit erhöht, daß Sperrschicht 2 bis zur Sperrschicht 1 durchdringt ("punch through"), so erhöht sich der bis dahin geringe Leittungsstrom auf sehr große Werte. Sperrschicht 1 injiziert Löcher in die Sperrschicht 2, welche bei ausreichend hoher Feldstärke fast in der gesamten n-Zone als Ladungspaket mit der Leittungsdiffusionsgeschwindigkeit bis ins  $p^+$ -Gebiet laufen, so daß der Strom im Ansehen der Spannung nachfällt.

Wird in Bild 4-47 einer Gleichspannung  $U_0$  eine Wechselspannung überlagert, so wird bei Überschreiten der Punch-Through-Spannung  $U_c$  ein Ladungspaket in die n-Zone injiziert, welches mit der Laufzeit  $\tau$  zur Kathode drifft. Bei geeigneter Wahl von Injektionszeitpunkt und Driftzeit ergeben sich ähnliche Verhältnisse wie bei der Read-Diode.

Die Bezeichnung BARITT (Barrier Injection Transit Time) wurde 1971 von D.J. Coleman, Jr. geprägt, angewandt auf ein von ihm untersuchtes äquivalentes Bauelement, bei dem die  $p^+n, n p^+$ -Überspanne durch Schottky-Kontakte ersetzt waren. Die Betriebsweise ist die gleiche wie bei der  $p^+n p^+$ -Zonenfolge.

Die Energiebandschemata unterscheiden sich durch das Vorhandensein der Schottky-Potentialbarriere. Die Energiebänder sind für  $U=U_c$  gezeichnet. Gezeichnet sind die Quasifermienergien, Bild 4-49.

Das Feldgerichtete Gitter ist die Fermienergie etwa durchgehende Gerade in allen drei Zonen. Bei Anlegen einer Spannung verringert sich die Potentialbarriere von  $e|U_0|$  auf  $e(U_0 - U_{sp})$ , wobei  $U_0$  die Diffusionsspannung und  $U_{sp}$  der an der Sperrschicht wirkende Anteil der externen Spannung ist.

Die BARITT-Diode ist lauffeitbegrenzt und verhält sich bei  $\omega = 0$  keinen negativen Widerstand auf im Gegensatz zur Hirschman-Diode.

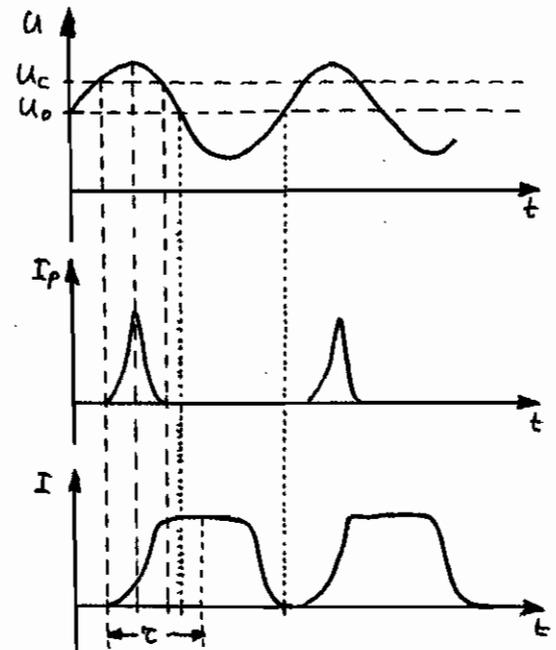


Bild 4-47

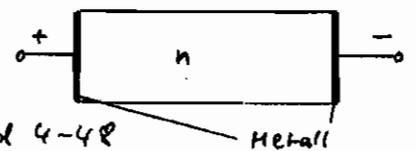


Bild 4-48

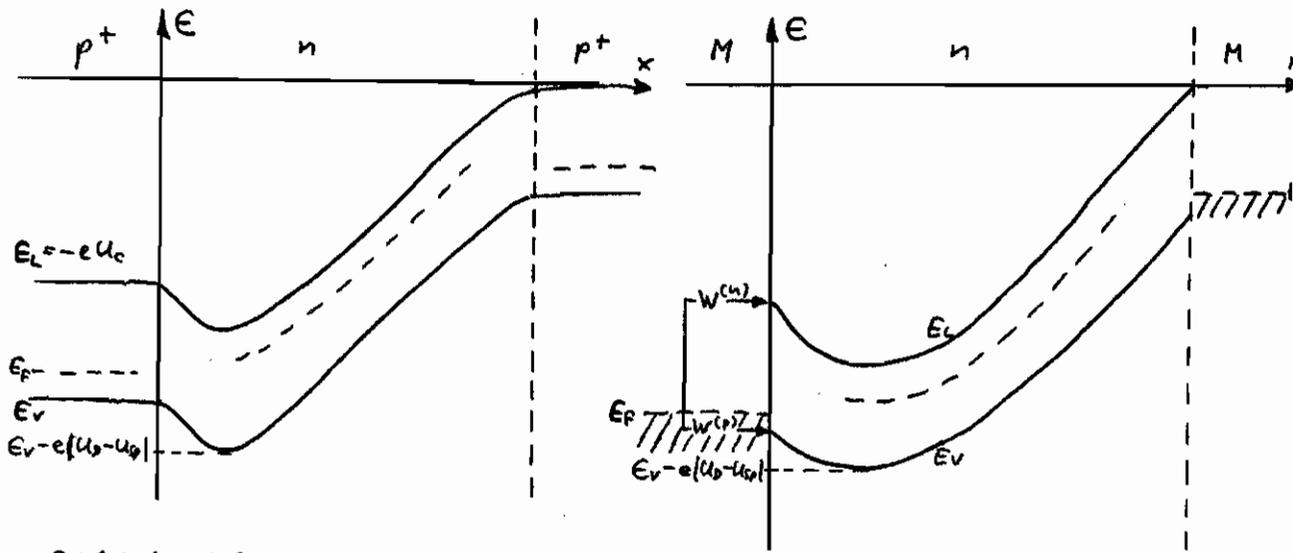


Bild 4-49

#### 4.10. Mikrowellentransistor

Fortschritte in der Technologie von Halbleitern machen die Herstellung von Bipolartransistoren mit diffundierter Basis (Droittransistor) für Kleinrighenanwendungen bis 12 GHz möglich. Erreichte Schwingfrequenzen für Si-Transistoren sind 15 GHz, für Ge-Transistoren wegen der höheren Ladungsträgerbeweglichkeit 17 GHz.

MOSFETs wurden mit Gate Längen bis herab zu 1  $\mu\text{m}$  und Schwingfrequenzen bis 14 GHz aus Si hergestellt.

HEFETs (Metall Semiconductor FET, Schottky-Barris-FET mit Sperrschicht) haben bei Si-Technologie in Bereich bis zu einer Schwingfrequenz von 15 GHz vor, GaAs-Aufbauten wegen der hohen Elektronenbeweglichkeit bis über 40 GHz.

$$\mu_{nSi} = 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \quad \mu_{nGe} = 3800 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} \quad \mu_{nGaAs} = 8600 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

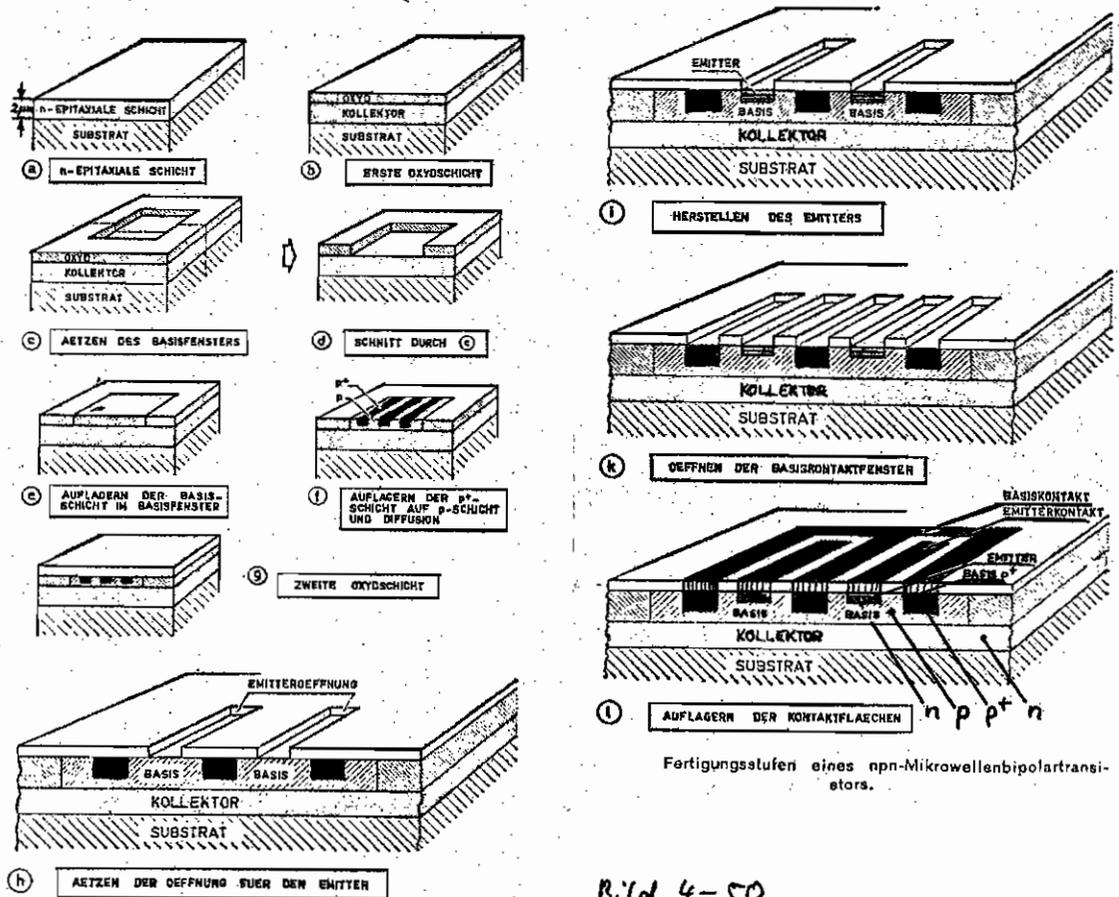
Die prinzipielle Wirkungsweise dieser Transistor Typen wurde in der Vorlesung "Halbleitersysteme" ausführlich behandelt.

### 4.10.1. Bipolartransistor

Die Eigenschaften von Bipolartransistoren werden wesentlich durch die Transitzeit, die Zeit der Basisdurchquerung der Minoritätsträger, bestimmt. Bei HF-Transistoren wird durch Diffusionsdotierung ein Driftfeld in der Basis erzeugt, welches die Minoritätsträgerbewegung beschleunigt und damit die Transitzeit verringert. Zusätzlich bemüht man sich, die Basisbreite zu verkleinern, die bei einem Transistor für 4 GHz ca. 0,05 µm beträgt.

Mikrowellentransistoren in Planartechnik werden meist aus Si hergestellt, obwohl Ge die höhere Ladungsträgerbeweglichkeit hat, da es von Ge kein natürliches isolierendes Oxid gibt.

Die Fertigungsstufen eines Mikrowellentransistors sind in Bild 4-50 schematisch dargestellt.



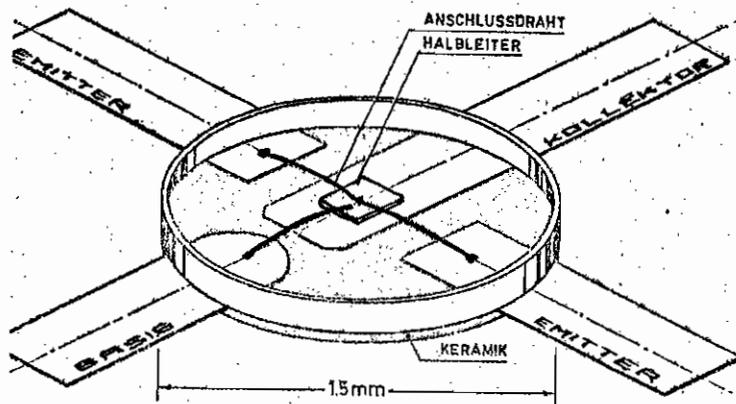
Fertigungsstufen eines npn-Mikrowellenbipolartransistors.

Bild 4-50

Auf einer Si-Substratscheibe von 1,8 cm<sup>2</sup> werden planarisiert bis zu 8000 Transistoren hergestellt. Auf das Substrat wird eine epitaxiale n-Schicht aufgewachsen, die den Kollektor bildet. In die darüberliegende Oxidschicht wird das Basisfenster geätzt und epitaktisch als Basischicht mit Bor p-dotiertes Si aufgebracht. Zur Kontaktierung der Basis dient

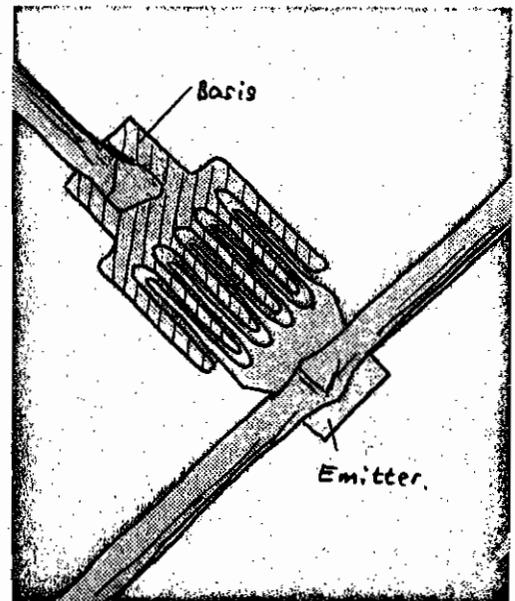
eine hochdotierte Streifenpometrie aus  $p^+ - Si$ . Erhöhte Temperatur bewirkt Diffusion der Akzeptoratome zur Erzeugung eines Driftfeldes. In die rechte Oxidschicht werden die Emitteröffnungen geätzt, durch welche einerseits mit Ionenimplantation das vorhandene Dosisprofil verbessert werden kann, durch welche andererseits aber auch das Emittermaterial aufwachsen kann. Nenn-Dotierung erfolgt mit eindiffundierten Phosphor oder Arsen. Nach dem Öffnen der Basiskontaktfenster wird Metall aufgedampft. Basis- und Emitterkontakt sind ineinander versetzte Kammerstrukturen, was im Hinblick auf die Stromverdrängung günstig ist, Bild 4-51.

Die fertige Substratplatte wird geätzt und in Ultraschallbad gebrochen. Nach dem Einsetzen in ein Gehäuse mit geringer parasitärer Impedanz ist das Bauelement betriebsbereit, Bild 4-52.



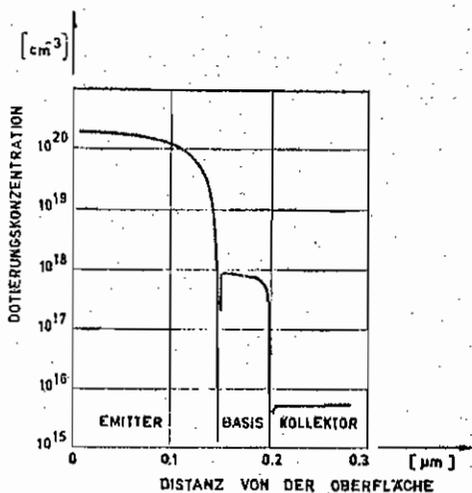
Prinzipieller Aufbau des Streifenleitergehäuses eines Bipolartransistors.

Bild 4-52



Kammerstruktur der Basis- und Emitterkontaktflächen eines Mikrowellenbipolartransistors (Firma Nippon [NEC] Japan).

Bild 4-51



Verlauf der Dotierungskonzentration eines Bipolartransistors für Frequenzen um 4 GHz (Firma Toshiba, Japan).

Bild 4-53

Typische Dotierprofile wie Bild 4-53.

Typische Werte der maximalen verbleibenden Leistungsverstärkung eines Klein-signaltransistors (hp 35861E) bei 4 GHz sind 8 dB. Die maximale Passbandbreite ist 4 dB (438 K) bei einer Kollektorspannung von 10 V und einem Kollektorstrom von 10 mA.

### 4.10.2. Feldeffekttransistor

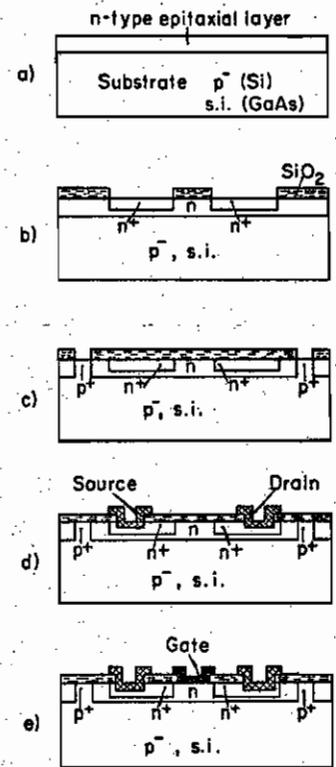
Beim Feldeffekttransistor bestimmt die Kanalgröße die Laufzeit der Träger und ist daher möglichst klein zu halten. Werte von  $0,5 \mu\text{m}$  für einen MESFET wurden 1975 verwirklicht (NEC, NE 28800, extra-polare Odo-Frequenz bei 100 GHz).

Die Fertigungsproben eines MESFET sind in Bild 4-54 schematisch dargestellt. Bevorzugtes Substratmaterial ist p-dotiertes GaAs. Darauf wird epitaxial die aktive n-leitende Schicht aufgebracht. Um den Bereich zwischen Drain und Gate zu verringern, werden in einem As-Diffusionsprozess diese Bereiche wiedererwünscht gemacht. Eindiffusion von Bor schafft die p<sup>+</sup>-Breite zur Abgrenzung des aktiven Elements. Nach Bedampfen der Source- und Drainanschlüsse wird das Schottky-Gate durch Aufdampfen eines Metalls in das Oxidfenster aufgebracht. Das Substrat befindet sich auf der Temperatur von 200°C, so daß keine Gierleptierung stattfinden kann. Auch Chrom, Nickel und Polyborän sind als Materialien geeignet.

Die Struktur kann streifenförmig wie in Bild 4-54 oder auch ringförmig wie in Bild 4-55 sein.

Für Frequenzen oberhalb 2 GHz ist der Feldeffekttransistor im Ringbau deutlich überlegen, da im wesentlichen Herms des Ringes der Majoritätsträger erwartet werden kann. Siderkanal der Minoritätsträger spielt eine untergeordnete Rolle.

Vor allem in der Nähe der Sättigungsfeldstärke steigt jedoch bei GaAs-FETs die Kanaltemperatur des Kanals plötzlich stark an, da ein Teil der Träger ins Leitband übertritt und deren effektive Masse annimmt und die daher dem Ladungsmechanismus weitgehend entzogen werden. Da auch eine Rückstromung stattfindet, ist dieser Kanalprozess mit einer Stromzahl von  $\tau_{eff} \approx 1$  ähnlich dem Rekombinationsgenerationsprozess und kann bis  $f = \frac{1}{\tau_{eff}}$  als wespannung genommen werden. Typische Werte für maximale Leistungsverstärkung bei 10 GHz sind 8 dB mit einer Kanalzahl von  $F = 2 \text{ dB} (288 \text{ K})$ .



Process steps for the fabrication of planar Schottky-barrier gate field-effect transistors.

Bild 4-54

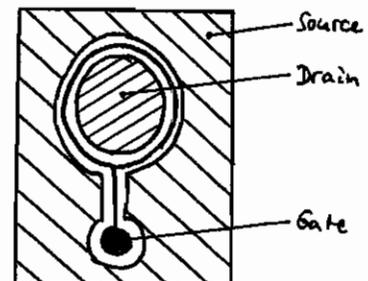


Bild 4-55

5. Vergleich der Verstärker mit Mikrowellen - Halbleitern

Bandanant	Energieversorgung	Drirkempgrad / Ausgangsleistung / Rauschtemperatur / Frequenz	Bandbreite	Frequenzbereich
IMPATT-Diode	70V / I = const.	15% 10W 30000K 10GHz	2:1	bis 100 GHz
GUNN-Element	10V / U = const.	5% 1W 9000K 10GHz	2:1	bis 100 GHz
BARITT-Diode	50V / I = const.	1% 100mW 2600K 10GHz	1,4:1	bis ?
Bipolar-Transist.	10V	10mW 440K 4GHz	2:1	bis 12 GHz
GaAs-MESFET	3V	10mW 400K 8GHz	2:1 DC-Kopplung: 0...10GHz!	bis 18 GHz f <sub>0dB</sub> → 100 GHz bzw. 5m- 6cm-Welle
Tunnel diode	100mV	< 1mW 360K 8GHz	10%	bis 100 GHz
Param. Verst.	30mW / 40GHz	< 10μW 45K 4GHz	10%	bis 100 GHz