

Analyse von Lichtwellenleitern aus dem Nah- und Fernfeld

Habilitationsschrift

von

Wolfgang Freude

Fachgebiet: Lichtwellen-Meßtechnik

Referenten: Prof. Dr. techn. G.K. Grau  
Prof. Dr.-Ing. W. Heinlein

Tag der Habilitation: 04.06.1986

Fakultät für Elektrotechnik

Universität Karlsruhe

Herrn Professor Dr. techn. G. K. Grau danke ich herzlich für die fördernden Arbeitsbedingungen und für seine Diskussionsbereitschaft.

Den Mitgliedern der mechanischen Werkstatt unter der Leitung von Herrn H. Bürger danke ich für ihre Präzisionsarbeit, ohne die viele Experimente nicht möglich gewesen wären.

Für ihre Geduld bei der sorgfältigen Ausführung des Manuskripts, der Zeichnungen und der Photoarbeiten danke ich Frau G. Werthwein, Frau I. Kober und Herrn P. Frey.

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Übersicht	1
2 Einwellige Lichtleiter	5
2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil aus dem Fernfeld [Freude, Sharma, E473]	5
2.2 Impulsverbreiterung [Freude, Sharma, E473]	10
2.3 Vergleich mit anderen Verfahren	11
2.3.1 Direkte Fourier-Inversion des Fernfelds [Freude, Sharma, E473]	11
2.3.2 Nahfeld-Methoden	14
2.4 Experimentelle Ergebnisse [Freude, Sharma, E473]	15
2.4.1 Brechzahlprofil	15
2.4.2 Impulsverbreiterung	17
2.5 Weitere mögliche Anwendungen	19
3 Vielwellige Lichtleiter	21
3.1 Brechzahlprofil aus dem Fernfeld [Freude, L1743]	21
3.2 Impulsverbreiterung [Freude, Leminger, E22]	24
3.3 Flecken-Interferometrie [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E482]	33
3.3.1 Kontrast, Frequenzkorrelationsfunktion, Quellen- und Faserbandbreite	35
3.3.2 Experimentelle Ergebnisse	44
4 Modenanalyse	51
4.1 Geometrische Optik	51
4.2 Wellenoptik	56
4.2.1 Messung optischer Felder	57
4.2.2 Optische Korrelationsanalyse mit Hologrammen [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318]	59
Anhang F Zusammenstellung von Formeln und Fakten	63
F1 Definitionen	63
F2 Skalare Optik	64
F3 Beugung	72
F4 Kohärenz	78
F5 Holographie	81
F6 Geometrische Optik	89
F7 Impulsverbreiterung	97
Anhang L Literaturverzeichnis	105
L1 zu Abschnitt 1	105
L2 zu Abschnitt 2	105
L3 zu Abschnitt 3	106
L4 zu Abschnitt 4	109
LF2 zu Anhang F2	110
LF3 zu Anhang F3	111
LF4 zu Anhang F4	112

	Seite
LF5 zu Anhang F5	112
LF6 zu Anhang F6	113
LF7 zu Anhang F7	115
Anhang S Symbole und Abkürzungen	117
Koordinaten und Sonderzeichen	117
A - Z	117
a - z	121
$\Delta$ - $\Omega$	124
$\alpha$ - $\omega$	124

## 1 Übersicht

### 1 Übersicht

Das von einem Lichtleiter abgestrahlte Feld stellt ein wichtiges Charakteristikum seiner Wellenleitereigenschaften dar. Man unterscheidet das Nahfeld in der Querschnittsebene des Lichtleiters von dem Fernfeld, das auf einer Kugelschale zu beobachten ist, deren Mittelpunkt im Zentrum der abstrahlenden Fläche liegt und deren Radius die charakteristische Querausdehnung des Nahfeldes weit übertrifft. Die Veränderung eines Anfangsfeldes mit der Ausbreitung im Raum wird Beugung genannt und durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Als Resultat der Beugungstheorie folgt, daß Nahfelder und Fernfelder über eine räumliche Fourier-Transformation miteinander verknüpft sind. Diese sehr einfache Transformationsbeziehung gestattet es, wahlweise das Nah- oder Fernfeld eines Lichtleiters zu registrieren und die Messung für den theoretisch leichter beherrschbaren Feldtyp auszuwerten.

Die Methoden der Analyse unterscheiden sich grundsätzlich für einwellige und vielwellige Lichtleiter, die in den folgenden Ausführungen als unummantelte Glasfasern mit längenunabhängigem, rotationssymmetrischem Brechzahlprofil vorausgesetzt werden. Während vielwellige Fasern, die 100 bis 1000 verschiedene transversale Feldformen (Moden) propagieren lassen, auch mit Methoden der geometrischen Optik (Strahlenoptik) beschrieben werden können, muß man einwellige Lichtleiter mit skalar-optischen oder sogar vektoriellen Formulierungen der Maxwell-Gleichungen berechnen.

Die meßtechnischen Verfahren bei beiden Fasertypen unterscheiden sich nicht grundsätzlich. Allerdings bereiten die geringen Querabmessungen einwelliger Lichtleiter (Durchmesser  $2a = 5 \dots 10 \mu\text{m}$ ) wegen der notwendigen feinmechanischen und präzisions-optischen Anordnungen größere experimentelle Schwierigkeiten als bei vielwelligen Fasern (Durchmesser  $2a = 50 \dots 200 \mu\text{m}$ ); das zeigt sich insbesondere, wenn Nahfelder gemessen werden sollen. Fernfelder haben eine Querausdehnung, die der des erzeugenden Nahfeldes umgekehrt und dem Beobachtungsabstand direkt proportional ist. Ohne vergrößernde Optik (bis zu 100-fach bei einwelligen Fasern), die zusammen mit dem notwendigen mechanischen Aufbau zusätzliche Fehler bei der Nahfeldmessung verursacht, kann das Fernfeld mit makroskopischen Detektorflächen registriert werden. Die (häufig leichter als bei Nahfeldmessungen beherrschbaren) Schwierigkeiten liegen in der Leistungsdynamik des Fernfeldes, das bis zu sehr großen Abstrahlwinkeln  $\gamma$  (bei entsprechend geringen Leistungen) bekannt sein muß, wenn das Nahfeld mit der maximal möglichen Ortsauflösung  $\lambda/\sin\gamma$  bei der Vakuum-Wellenlänge  $\lambda$  berechnet werden soll. Solche Probleme fallen allerdings nur für einwellige Lichtleiter ins Gewicht: Nur dort läßt sich auf einfache Weise aus der gemessenen Leistung die komplexe Amplitude des realen Faserfeldes ermitteln, so daß Fourier-Transformationsmethoden angewandt werden können, und nur dort besteht Bedarf nach extremer Auflösung des Nahfelds im Sub-Mikrometerbereich.

## 1 Übersicht

Kennt man das Nahfeld einer einwelligen Faser als Funktion der Lichtwellenlänge, dann kann man in skalar-optischer Näherung die zugehörigen Größen Brechzahlprofil, Ausbreitungskonstante des geführten Feldes und Verbreiterung eines übertragenen Leistungsimpulses angeben. Daraus und aus anderweitig gemessenen oder berechneten Dispersionsdaten der verwendeten Gläser läßt sich die Übertragungsbandbreite des Lichtleiters mit guter Genauigkeit voraussagen. Abschnitt 2 behandelt diese Verfahren auf der Basis von Fernfeld-Messungen.

Für vielwellige Lichtleiter wurde eine große Anzahl zum Teil hochgenauer Brechzahlprofil-Meßverfahren entwickelt. Aus diesen Profilen werden, wiederum häufig mit bemühter Präzision, Eigenwellen und Übertragungsbandbreiten berechnet, die von tatsächlich (an Faserlängen im Kilometerbereich) gemessenen Bandbreiten um bis zu 200 % abweichen. Die Ursachen sind vielfältig: Das gemessene Brechzahlprofil ist nicht rotationssymmetrisch und ändert sich entlang der Faser, so daß die Eigenwellen des ungestörten Lichtleiters verkoppelt werden. Verschiedene Feldformen erleiden unterschiedliche Dämpfungen. Die im Experiment vorhandene Verteilung der Lichtleistung auf die einzelnen Fasermode (Modenleistungsverteilung) ist ungenügend bekannt. Der Wellenleiter ist anisotrop, z. B. durch mechanische Spannungen. Alle diese Einflüsse werden von der Theorie in der Regel nicht erfaßt, so daß man zutreffende Voraussagen der Faserbandbreite nur in Sonderfällen erhält.

Abschnitt 3.1 beschreibt ein Profil-Meßverfahren, bei dem die registrierte Fernfeld-Leistung ausgewertet wird. Man erhält zwar nur bei monotonen Brechzahlverläufen das wirkliche Profil, jedoch läßt sich ein äquivalentes monotonen Brechzahlprofil definieren, das bei gleichförmiger Anregung aller Moden zum selben Fernfeld führt wie das reale Profil. Daraus kann man ohne numerischen Aufwand mit einer einfachen geometrisch-optischen Überlegung, die ein physikalisch begründetes Modenkopplungsmodell enthält, ebenso gute Voraussagen über die Impulsverbreiterung von Lichtsignalen machen wie mit der im Ansatz exakteren skalar-optischen Theorie. Diese Ergebnisse, zusammen mit der Anwendung neuer numerischer Methoden bei der skalar-optischen Berechnung von Ausbreitungskonstanten und Gruppenlaufzeiten, werden im Abschnitt 3.2 vorgestellt.

Regt man vielwellige Fasern mit einer Lichtquelle hinreichend geringer spektraler Breite an, dann beobachtet man an der Lichtaustrittsfläche der Faser ein Granulationsmuster aus unregelmäßig verteilten hellen und dunklen Flecken, ein Resultat der Vielstrahl-Interferenz zwischen den einzelnen Fasermode. Der maximale Helligkeitsunterschied wird Kontrast genannt und hängt nach einer einfachen Abschätzung vom Quotienten der Faser- und der Quellenbandbreite ab. Mißt man den Kontrast und kennt eine der beiden übrigen Größen, kann man die dritte bestimmen. Über diese Flecken-Interferometrie lassen sich mit einfachen Experimenten Quellenbandbreiten im 1-MHz-Bereich oder Faserbandbreiten im

## 1 Übersicht

1-THz-Bereich messen; damit ist ein Instrument verfügbar, das die Bandbreite auch sehr kurzer, meter-langer Faserstücke erfaßt. Da Modenkopplung, die Hauptursache der Diskrepanz zwischen Theorie und Messung, hierbei keine Rolle spielt, treffen skalar-optische Voraussagen mit Abweichungen von 20...30 % zu. Das liegt im Rahmen der akkumulierten Meßfehler. Abschnitt 3.3 gibt eine detaillierte Theorie der Granulationsmuster und verknüpft deren statistische Eigenschaften mit der Übertragungsfunktion des Wellenleiters.

Welche Bedeutung der Anregungszustand von Moden eines vielwelligen Lichtleiters hat, wurde schon erwähnt. Der Spezialfall einer solchen Modenanalyse wurde für die einwellige Faser im Abschnitt 2.1 abgehandelt: Dort konnte die Entwicklung eines Feldes nach orthogonalen Gauß-Laguerre-Moden angegeben werden. Im Prinzip ist also das Feld beliebiger ein- oder vielwelliger Lichtleiter dadurch zu analysieren, daß man es nach vorgegebenen Orthogonalfunktionen entwickelt, zum Beispiel nach den Eigenwellen der Faser. Dabei hat man die Wahl, die Kopplungsintegrale direkt auszuwerten, oder, wie im Abschnitt 2.1, die Entwicklung mit einer linearen Optimierung zu berechnen. Bei vielwelligen Lichtleitern begnügt man sich häufig mit geometrisch-optischen Aussagen wie im Abschnitt 4.1, die Beugung vernachlässigen und daher nur sehr beschränkt verwendbar sind: Interessiert der Anregungszustand einzelner Moden, d. h. eines Freiheitsgrades des Faserfeldes, dann muß die Analyse wellenoptisch begründet sein, Abschnitt 4.2. Um die Entwicklungskoeffizienten (Kopplungskoeffizienten) der Fasermode zu berechnen, hat man das gesamte Feld nach Betrag und Phase zu messen, im optischen Bereich keine leichte Aufgabe. Abschnitt 4.2.1 beschreibt einen geeigneten Meßaufbau. Zu der komplexen Datenerfassung kommt die umständliche numerische Analyse. Im Abschnitt 4.2.2 ist eine analog-optische Methode angegeben, die mit synthetischen, binären Filter-Hologrammen und angepaßter kohärenter Filterung die Kopplungskoeffizienten berechnet. Erste experimentelle Ergebnisse werden diskutiert. Interessieren nur die Betragsquadrate der Kopplungskoeffizienten (Leistungs-Kopplungskoeffizienten), kann man mit inkohärenten Quellen arbeiten, braucht nur Leistungen zu registrieren und kann im übrigen gleichartige Verfahren der numerischen Analyse anwenden. Ebenso ist eine angepaßte inkohärente Filterung möglich. Die Vor- und Nachteile bezüglich der jeweiligen Signal-Rauschleistungsverhältnisse sind im Einzelfall abzuwägen.

Umständliche Ableitungen hemmen den Fluß der Darstellung und werden daher nach Themengruppen geordnet in den Anhängen F zusammengefaßt. Die Hauptabschnitte wiederholen meist die in den Anhängen abgeleiteten Ergebnisse als Endformel, so daß allzuhäufiges Blättern vermieden wird. Die Kenntnis der Anhänge ist nicht vorausgesetzt und kann nach Bedarf im Verfolgen der Verweise erworben werden. Die Ableitungen sind verhältnismäßig ausführlich und weitgehend in sich geschlossen, wodurch Voraussetzungen und Approximationen in einheitlicher Notierung besser herausgestellt werden können. Ein Symbol- und Abkürzungsver-

## 1 Übersicht

zeichnis referiert Gleichungsnummern und Abschnitte. Koordinatensysteme, spezielle Funktions- und mathematische Zeichen sind ebenfalls dort erklärt. Zentrale eigene Arbeiten sind in den jeweiligen Kapitelüberschriften gesondert angeführt, falls sie bereits publiziert wurden. Grundlagen der Optik, der Wellenleitertheorie und der optischen Nachrichtentechnik vermitteln die Lehrbücher [Born, L1938], [Unger, L31], [Snyder, E484] und insbesondere [Grau, ONT]. Das Literaturverzeichnis stellt die zitierten Arbeiten nach Abschnitten geordnet zusammen.



2 Einwellige Lichtleiter

Einwellige und verlustlose Lichtleiter mit rotationssymmetrischem, isotropem und längs der Ausbreitungsrichtung z invariantem Brechzahlprofil, Gl.(F1-1), werden vollständig beschrieben durch Angabe des Nah- oder Fernfelds als Funktion der Wellenlänge. In skalarer Näherung ist das Feld rein transversal und einheitlich linear polarisiert über den Querschnitt; man spricht von  $LP_{\nu\mu}$ -Moden, Abschnitt F2. Der Grundmodus wird mit  $LP_{01}$  bezeichnet. Mißt man die Nahfeldintensität  $I_N(r)$  des Grundmodus als Funktion des Radius r, so kennt man die Feldamplitude  $\Psi(r) \sim \sqrt{I_N(r)}$ . Setzt man  $\Psi(r)$  sowie deren erste und zweite Ableitung nach dem Radius in die skalare Wellen- oder Helmholtz-Gleichung Gl.(F2-3a) ein, kann man das Brechzahlprofil  $n(r)$  und die Ausbreitungskonstante  $\beta = \beta_{01}$  bestimmen, wenn die konstante Brechzahl des Mantels für  $r \geq a$  gegeben ist. Statt das Nahfeld unmittelbar zu messen, kann man auch aus dem Fernfeld auf das Nahfeld schließen, was beträchtliche experimentelle Vorteile bietet. Bei bekanntem Brechzahlprofil lassen sich die Feld- und Dispersionseigenschaften der Faser berechnen. Interessiert man sich nur für die Impulsverbreiterung bei der Übertragung von Licht, so kann aus der wellenlängenabhängigen effektiven Fernfeldbreite direkt auf die Wellenleiterdispersion geschlossen werden. Die gesamte chromatische Dispersion der Faser erhält man näherungsweise, wenn man die dotierungsabhängige Materialdispersion addiert und Profildispersion berücksichtigt.

2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil aus dem Fernfeld [Freude, Sharma, E473]

Von den zahlreichen, teilweise sehr aufwendigen Verfahren, das Brechzahlprofil einwelliger Lichtleiter zu messen, wird in den folgenden Ausführungen nur die sogenannte Fernfeldmethode im Detail behandelt, weil das Fernfeld besonders einfach, ohne präzise mechanische oder optische Komponenten zu erfassen ist. Als theoretische Grundlage der Methode dient die skalare Wellenleiter- und Beugungstheorie der Abschnitte F2, F3; longitudinale Komponenten des einwelligen, rotationssymmetrischen Faserfeldes werden also vernachlässigt. Bild F2 zeigt die Lichtaustrittsfläche und das Koordinatensystem mit den Nahfeld-Polarkoordinaten  $r, \varphi$  und dem Fernfeldwinkel  $\gamma$ . Das Fernfeld werde nur in einer Meridianebene  $y = 0$  in konstantem Abstand  $d$  vom Koordinatenursprung betrachtet. Ist in der Faserendfläche  $z = 0$  das rotationssymmetrische Nahfeld  $\Psi(r)$  bekannt, so erhält man nach Gl.(F3-6c, F3-7b) im Vakuum das Fernfeld

$$\Psi_F(\gamma) = j e^{-jk_0 d} \cos \gamma \underline{\Psi}^{(d)}(\gamma), \quad \underline{\Psi}^{(d)}(\gamma) = 2\pi \int_0^\infty \Psi(r) J_0(k_0 r \sin \gamma) \frac{r dr}{\lambda d} \quad (2-1a)$$

bzw. aus dem rotationssymmetrischen Fernfeld  $\Psi_F(\gamma)$  nach Gl.(F3-7a) das Nahfeld

$$\Psi(r) = -j e^{jk_0 d} \int_0^\infty \frac{\Psi_F(\gamma)}{k_0 \cos \gamma / d} J_0(k_0 r \sin \gamma) k_0 \sin \gamma d(k_0 \sin \gamma); \quad (2-1b)$$

## 2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil

$k_0 = 2\pi/\lambda$  ist die Vakuum-Ausbreitungskonstante bei der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $J_0$  die Bessel-Funktion nullter Ordnung.

Mit den Betrachtungen des Abschnitts F3, Gl.(F3-6e) gelten die Gl.(2-1a,b) für Nah- bzw. Fernfelder der maximalen signifikanten Ausdehnung  $r \leq r_M$  bzw.  $\gamma \leq \gamma_{\max}$  unter den Bedingungen

$$r_M \ll d, \quad \gamma_{\max} \approx \frac{\pi}{2} - 22\sqrt{\lambda/d}. \quad (2-1c)$$

Das Fernfeld  $\Psi_F(\gamma)$  kann in einfacher Weise über die Fernfeldleistung  $P_F(\gamma)$  bestimmt werden,

$$\Psi_F(\gamma) = \text{sign}\left[\frac{\Psi_F(\gamma)}{\Psi_F(0)}\right] \Psi_F(0) \sqrt{P_F(\gamma)/P_F(0)}, \quad P_F(\gamma) = \frac{1}{2} |\Psi_F(\gamma)|^2. \quad (2-2)$$

Die Signum-Funktion mit den Werten +1 oder -1 gibt die Polarität des Fernfeldes an. Diese Phaseninformation kann man aus den Nullstellen von  $P_F(\gamma)$  gewinnen, da dort das Vorzeichen der kontinuierlichen, reellen Funktion  $\Psi_F(\gamma)/\Psi_F(0)$  sich ändert.

Die Gl.(2-1b, 2) vermitteln den Zusammenhang des gemessenen Fernfelds mit dem eigentlich interessierenden Nahfeld. Statt die Fourier-Transformation Gl.(2-1b) direkt auszuführen [Hotate, L688], kann man  $\Psi_F(\gamma)$  in eine Reihe von M Gauß-Laguerre-Funktionen  $Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r)$  entwickeln [Freude, Sharma, E473], wobei deren Fourier-Transformation auf dasselbe Funktionensystem führt, Gl.(F2-7, 13, 14) mit  $P_{\nu\mu} = 1$ ,

$$\Psi(r) = \sum_{\mu=1}^M c_{\mu} Q_{0\mu}^{(\chi)}(r), \quad \Psi_F(\gamma) = jk_0 e^{-jk_0 d} \frac{\cos \gamma}{d} \sum_{\mu=1}^M (-1)^{\mu-1} c_{\mu} Q_{0\mu}^{(1/\chi)}(k_0 \sin \gamma), \quad (2-3a)$$

$$Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r) = 2 \sqrt{\frac{(\mu-1)!}{(\mu-1+\nu)!}} \chi (\chi^2 r^2)^{\nu/2} e^{-\chi^2 r^2/2} L_{\mu-1}^{(\nu)}(\chi^2 r^2), \quad \chi = \sqrt{2}/w_0. \quad (2-3b)$$

$L_{\mu-1}^{(\nu)}$  sind die verallgemeinerten Laguerre-Polynome Gl.(F2-9). Die  $Q_{0\mu}^{(\chi)}(r)$  sind orthonormiert, Gl.(F2-8), und die Entwicklung für  $\Psi(r)$  sei vollständig,

$$\frac{1}{2} \int_0^{\infty} Q_{0\mu}^{(\chi)}(r) Q_{0\mu'}^{(\chi)}(r) r dr = \delta_{\mu\mu'}, \quad \sum_{\mu=1}^M |c_{\mu}|^2 = 1. \quad (2-3c)$$

Der zunächst unbestimmte Parameter  $\chi$  ist dem Strahlradius  $w_0$  umgekehrt proportional.  $w_0$  gibt den Radius an, bei dem das Feld einer Gauß-Verteilung  $Q_{01}^{(\chi)}(r)$  auf den e-ten Teil des Maximalwertes abgesunken ist.

Sind die Entwicklungskoeffizienten  $c_{\mu}$  für das Fernfeld  $\Psi_F(\gamma)$  bekannt, dann ist ohne weitere Rechnung das Nahfeld  $\Psi(r)$  gegeben. Man könnte die  $c_{\mu}$  mit einem Kopplungsintegral wie in Gl.(F2-22, 23) bestimmen; im Rechnungsaufwand günstiger und genauer ist es jedoch, dem gemessenen, normierten Fernfeld

$$\hat{\Psi}_F(\gamma) = \Psi_F(\gamma) / [\Psi_F(0) \cos \gamma] \quad (2-4a)$$

## 2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil

die Entwicklung

$$\phi_F(\gamma) = \sum_{\mu=1}^M C_{\mu} Q_{0\mu}^{(1/\chi)}(k_0 \sin \gamma) \quad (2-4b)$$

nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate einzupassen,

$$\sum_{n=1}^N W_n^2 [\hat{\psi}_F(\gamma_n) - \phi_F(\gamma_n)]^2 = \text{minimal}, \quad (2-4c)$$

wobei  $N$  die Anzahl der gemessenen Wertepaare  $\gamma_n, \hat{\psi}_F(\gamma_n)$  ist. Die Gewichte  $W_n$  werden zu  $W_n = 1/\hat{\psi}_F(\gamma_n)$  gewählt. Ausgenommen sind  $\gamma_n$ -Werte in der Nähe einer Nullstelle  $\hat{\psi}_F(\gamma_{n \approx s}) \approx 0$ ; da dort  $\hat{\psi}_F(\gamma_{n \approx s})$  nur ungenau bekannt ist, werden die benachbarten Gewichte  $W_{n \approx s} = 0$  angenommen.

Differenziert man Gl.(2-4c) nach den unbekanntem Koeffizienten  $C_{\mu}$ , so erhält man die Extremalbedingung

$$\sum_{n=1}^N W_n^2 [\hat{\psi}_F(\gamma_n) - \phi_F(\gamma_n)] Q_{0\ell}^{(1/\chi)}(k_0 \sin \gamma_n) = 0, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (2-5)$$

Gl.(2-4b) in Gl.(2-5) eingesetzt führt mit den Abkürzungen ( $K_n$  stimmt bis auf den Faktor  $2\pi$  mit der Raumfrequenz  $\kappa = \frac{\sin \gamma}{\lambda}$  der Gl.(F3-8b) überein)

$$K_n = k_0 \sin \gamma_n, \quad (2-6a)$$

$$R_{\ell} = \sum_{n=1}^N W_n^2 \hat{\psi}_F(\gamma_n) Q_{0\ell}^{(1/\chi)}(K_n), \quad S_{\ell\mu} = \sum_{n=1}^N W_n^2 Q_{0\ell}^{(1/\chi)}(K_n) Q_{0\mu}^{(1/\chi)}(K_n), \quad (2-6b)$$

auf das lineare Gleichungssystem für die Koeffizienten  $C_{\mu}$

$$\{R_{\ell}\} = [S_{\ell\mu}] \{C_{\mu}\}, \quad \{C_{\mu}\} = [S_{\ell\mu}]^{-1} \{R_{\ell}\}. \quad (2-6c)$$

$\{X_{\ell}\}$  sind Spaltenvektoren mit den Elementen  $X_{\ell}$ ,  $[S_{\ell\mu}]$  ist eine Hermitesche Matrix mit den Elementen  $S_{\ell\mu}$ ,  $[S_{\ell\mu}]^{-1}$  deren Inverse. Solche Gleichungssysteme sind mit Standardalgorithmen rasch und genau lösbar. Die Anpassprozedur liefert im allgemeinen kein im Sinne von Gl.(2-3c) vollständiges Funktionensystem, weshalb die Koeffizienten  $c_{\mu}$  eines vollständigen Approximationssystems Gl.(2-3a) für das Nahfeld nachträglich normiert werden,

$$c_{\mu} = (-1)^{\mu-1} C_{\mu} / \sqrt{\sum_{\mu=1}^M |C_{\mu}|^2}; \quad (2-7)$$

$\Psi(r)$  ist dann auf die Querschnittsleistung 1 normiert,  $\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \Psi^2(r) r dr = 1$ .

Der Parameter  $\chi$  der Gauß-Laguerre-Funktionen  $Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r)$  Gl.(2-3b) kann willkürlich festgelegt werden, jedoch beeinflusst diese Wahl die Anzahl  $M$  der Reihenglieder, die man zur Approximation des Fernfelds mit der gewünschten Genauigkeit benötigt. Günstig im Sinn kleiner  $M$  ist sicher ein Wert von  $\chi$ , der mit

## 2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil

einer Gauß-Funktion  $Q_{01}^{(1/\chi)}(K_n)$  den glockenförmigen Mittelteil des normierten Fernfelds optimal nähert. Meist erstreckt sich dieser Bereich wenigstens bis zu Fernfeldleistungen von 30 % der Maximalleistung; er umfaßt eine Datenmenge  $N_R$ , die gegenüber der gesamten Meßwertanzahl  $N$  Gl. (2-4c) reduziert ist. Um  $\chi$  zu finden, paßt man die Funktion  $\ln Q_{01}^{(1/\chi)}(K_n) = A_1 + A_2 K_n + A_3 K_n^2$  den Meßdaten  $\ln \hat{\psi}_F(\gamma_n)$  Gl. (2-4a) nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate Gl. (2-4c) an, wobei die Gewichte  $W_n^2 = 1$  gewählt werden. Mit analogen Abkürzungen wie in Gl. (2-6),

$$K_n = k_0 \sin \gamma_n, \quad R_\ell = \sum_{n=1}^{N_R} K_n^{\ell-1} \ln \hat{\psi}_F(\gamma_\ell), \quad S_{\ell i} = \sum_{n=1}^{N_R} K_n^{\ell-1} K_n^{i-1}, \quad (2-8a)$$

erhält man das lineare Gleichungssystem für die Koeffizienten  $A_i$  in gleicher Notierung wie Gl. (2-6c),

$$\{R_\ell\} = [S_{\ell i}] \{A_i\}, \quad \{A_i\} = [S_{\ell i}]^{-1} \{R_\ell\}. \quad (2-8b)$$

Die Lösung definiert den Winkel  $\gamma_0$ ,  $K_0 = -A_2/(2A_3)$  der geschätzten maximalen Fernfeldamplitude  $e^{A_1 - A_2^2/(4A_3)}$ . Der Parameter  $\chi$  bzw. der Strahlradius  $w_0$  ergibt sich mit Gl. (2-3) zu

$$\chi = 1/\sqrt{-2A_3}, \quad w_0 = 2\sqrt{-A_3}. \quad (2-9)$$

Da  $K_0$  errechnet werden kann, braucht die absolute Winkellage des Fernfelds relativ zur Faserachse nicht gemessen werden.

Schließlich muß man noch die geforderte Anzahl  $M$  der Koeffizienten  $c_\mu$  spezifizieren. Nach Gl. (F3-17) beträgt die beugungsbegrenzte Ortsauflösung des Nahfelds höchstens

$$\delta_B \approx 0,610 \lambda/A_B, \quad A_B = \sin \gamma_{\max}, \quad (2-10)$$

wenn das Fernfeld für Winkel  $\gamma > \gamma_{\max}$  verschwindet (bzw. nicht registriert wird). Andererseits läßt sich das kleinste auflösbare Radiusinkrement für die Nahfeld-Entwicklung Gl. (F2-3) charakterisieren durch die größte Nullstelle  $r_{\max}$ ,  $L_{M-1}^{(0)}(\chi^2 r_{\max}^2) = 0$ , dividiert durch die Anzahl der Nullstellen  $M-1$ , also

$$\delta_B = \frac{r_{\max}}{M-1} \approx w_0 F_{M-1}^{(0)}, \quad F_{M-1}^{(v)} = \frac{1}{(M-1)\sqrt{2}} \sqrt{\frac{j_{v,M-1}^2}{4(M-1 - \frac{v+1}{2})} \left[ 1 + \frac{2(v^2 - 1) + j_{v,M-1}^2}{48(M-1 + \frac{v+1}{2})^2} \right]}; \quad (2-11)$$

$j_{v,M-1}$  in der Näherung für die Nullstelle der Laguerre-Funktion  $L_{M-1}^{(v)}(\chi^2 r)$  [Abramowitz, L270] ist die  $(M-1)$ -te Nullstelle der Besselfunktion  $v$ -ter Ordnung, vgl. Gl. (F2-17), und kann durch elementare Rechenoperationen ausreichend genau mit Hilfe der Entwicklung von McMahon [Abramowitz, L270] genähert werden, sogar für kleine  $j_{v,M-1}$ . Die empirischen Funktionen

## 2.1 Nahfeld und Brechzahlprofil

$$\delta_B \approx w_0 F_{M-1}^{(0)}, \quad F_{M-1}^{(0)} \approx (1,23/M)^{0,472}, \quad \gamma_{\max}(w_0 = 5\lambda) \approx (10,5 + 0,734 M) \text{ Grad} \quad (2-12)$$

beschreiben die Ortsauflösung  $\delta_B$  bzw. den für diese Auflösung notwendigen größten Meßwinkel  $\gamma_{\max}$  mit relativen Fehlern unter 3 % ( $3 \leq M \leq 100$  für  $\delta_B$ ) bzw. unter 9 % ( $5 \leq M \leq 100$ ) für  $\gamma_{\max}$ ; der Wert  $w_0 = 5\lambda$  liegt in der üblichen Größenordnung für einwellige Lichtleiter.

Ist also nach einer Anfangsschätzung  $w_0$  bekannt und die gewünschte beugungsbegrenzte Auflösung  $\delta_B$  vorgegeben, so läßt sich aus Gl.(2-12) die notwendige Koeffizientenanzahl  $M$  und aus Gl.(2-10) der erforderliche Meßbereich  $0 \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$  ablesen; für eine Abschätzung  $\gamma_{\max} = \gamma_{\max}(M)$  genügt Gl.(2-12).

In skalarer Näherung ist  $\Psi(r)$  eine Lösung der Helmholtz-Gleichung Gl.(F2-3a) mit dem Brechzahlprofil  $n(r)$  und der Ausbreitungskonstante  $\beta$ ,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d\Psi(r)}{dr} \right] + \left[ k_0^2 n^2(r) - \beta^2 \right] \Psi(r) = 0, \quad (2-13)$$

so daß der Profilverlauf nach Ausführen der Differentiation berechnet werden kann,

$$k_0^2 n^2(r) - \beta^2 = -2\chi^2 - \chi^4 r^2 + 4\chi^2 \frac{\sum_{\mu=1}^M \mu c_{\mu} Q_{O\mu}^{(\chi)}(r)}{\sum_{\mu=1}^M c_{\mu} Q_{O\mu}^{(\chi)}(r)}; \quad (2-14)$$

da  $Q_{O\mu}^{(\chi)}(r)$  die Helmholtz-Gleichung  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d}{dr} Q_{O\mu}^{(\chi)}(r) \right] + \chi^2 (4\mu - 2 - \chi^2 r^2) Q_{O\mu}^{(\chi)}(r) = 0$  für ein ideales Parabelprofil Gl.(F1-5) erfüllt [Abramowitz, L270], ist  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d}{dr} \Psi(r) \right] = \sum_{\mu=1}^M c_{\mu} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \frac{d}{dr} Q_{O\mu}^{(\chi)}(r) \right] = \sum_{\mu=1}^M c_{\mu} \chi^2 (\chi^2 r^2 - 4\mu + 2) Q_{O\mu}^{(\chi)}(r)$  gegeben und Gl.(2-14) resultiert. Kennt man zusätzlich irgendeinen Brechzahlwert des Profils, z.B.  $n(r > a) = n_2$  für den häufig undotierten Quarzmantel, Bild F10, Gl.(F7-6a) und Tabelle F12, dann liefert Gl.(2-14) über den Brechzahlverlauf  $k_0^2 n^2(r) - \beta^2$  hinaus das absolute Brechzahlprofil  $n(r)$  und die Ausbreitungskonstante  $\beta$  des Wellenleiter-Grundmodus. Zur Berechnung von  $\beta$  empfiehlt es sich,  $k_0^2 n^2(r) - \beta^2$  im Mantelbereich  $r > a$  örtlich zu mitteln.  $\beta$  kann dann mit einem Fehler kleiner als 3 % bestimmt werden, wenn  $\gamma_{\max} \geq 20^\circ$  ist [Hotate, L688].

## 2.2 Impulsverbreiterung

### 2.2 Impulsverbreiterung [Freude, Sharma, E473]

Abschnitt F7 behandelt die Impulsverbreiterung in Lichtleitern. Insbesondere zeigt die Leistungs-Übertragungsfunktion  $\underline{h}(f)$  Gl. (F7-20), daß unter Annahme eines gaußschen optischen Trägerspektrums bei der mittleren Wellenlänge  $\lambda_g$  für einwellige Lichtleiter  $M = 1$  die Farbdispersionsfaktoren 1. und 2. Ordnung  $G_\lambda$  und  $H_\lambda$  Gl. (F7-5) das Übertragungsverhalten charakterisieren: Mißt man die Gruppenlaufzeit  $t_g(\lambda)$  des im Lichtleiter propagierenden Signals als Funktion der Wellenlänge, dann können bei bekannter Länge  $L$  des Wellenleiters die Parameter  $\dot{t}_g \sim G_\lambda$ ,  $\ddot{t}_g \sim H_\lambda$  der Leistungs-Übertragungsfunktion  $\underline{h}(f)$  bestimmt werden. Gruppenlaufzeitmessungen erfordern Faserlängen im Kilometerbereich und aufwendige Meßgeräte. Man kann aber  $G_\lambda(\lambda)$  auch auf einfachere Weise erfassen.

Gl. (F7-11, 12) zeigt, daß für schwach führende einwellige Fasern  $G_\lambda$  als Summe von Material-, Profil- und Wellenleiterdispersionsfaktoren dargestellt werden kann

$$G_\lambda = G_\lambda^M + (G_\lambda^P + G_\lambda^W) \approx \frac{1}{c} \frac{dn_{g2}}{d\lambda} + \frac{\lambda^{(2-2P)/(2-P)}}{8\pi^2 n_2 c^{2/(2-P)}} \frac{d}{d\lambda} \left[ \lambda^{2/(2-P)} \overline{K_{01}^2} \right]. \quad (2-15a)$$

Dabei ist  $P$  der lineare Profildispersionsparameter von Gl. (F6-21),  $c$  die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit,  $n_2$  die Brechzahl des Mantelglases und  $n_{g2}$  dessen Gruppenbrechzahl. Da nach Gl. (F7-7, 9) gilt

$$\overline{K_{01}^2} = \int_0^\infty \left[ \frac{d\Psi(r)}{dr} \right]^2 r dr / \int_0^\infty \Psi^2(r) r dr, \quad (2-15b)$$

$$\overline{K_{01}^2} = (2\pi)^2 \int_0^\infty \kappa^2 \frac{P_F(\gamma)}{\cos^2 \gamma} \kappa d\kappa / \int_0^\infty \frac{P_F(\gamma)}{\cos^2 \gamma} \kappa d\kappa, \quad \kappa = \frac{\sin \gamma}{\lambda}, \quad (2-15c)$$

kann die effektive Raum-Kreisfrequenz-Bandbreite des Fernfeldes  $K_{01}^e = \sqrt{\overline{K_{01}^2}}$  aus dem Nahfeld oder direkt aus dem Fernfeld ermittelt werden. Verfügt man bereits über eine Reihendarstellung des Nahfelds wie in Gl. (2-3a), so erhält man

$$\overline{K_{01}^2} = x^2 \int_0^\infty e^{-x} f(x) dx, \quad f(x) = \frac{1}{x} \left\{ \sum_{\mu=1}^M c_\mu \left[ (2\mu - 2 - x) L_{\mu-1}^{(0)}(x) - (2\mu - 2) L_{\mu-2}^{(0)}(x) \right] \right\}^2. \quad (2-15d)$$

$f(x)$  ist ein Polynom in  $x$  vom Grade  $2M-1$ .  $\overline{K_{01}^2}$  kann daher rasch und exakt mit einer Laguerre-Integration  $\int_0^\infty e^{-x} f(x) dx = \sum_{i=1}^M w_i f(x_i)$  berechnet werden; die  $M$  Gewichte  $w_i = (M!)^2 x_i / [(M+1) L_{M+1}^{(0)}(x_i)]^2$  und die Abszissen  $x_i$  ( $i$ -te Nullstelle des Laguerre-Polynoms  $L_M^{(0)}(x_i)$ ) sind tabelliert [Abramowitz, L270].

Die Materialdispersion  $G_\lambda^M \approx \frac{1}{c} dn_{g2}/d\lambda$  wird mit der Sellmeier-Reihe Gl. (F7-6) berechnet; deren Koeffizienten für das Mantelglas sind z. B. aus Tabelle F12 bekannt. Die lineare Profildispersion  $P$  muß an einem Faserrohling vor dem Zieh-

### 2.3. Vergleich mit anderen Verfahren

vorgang gemessen [Sladen, E267] oder ebenfalls mit einer Sellmeier-Reihe berechnet werden. Mit  $P = 0$  ist die Profildispersion vernachlässigt,  $G_\lambda^P = 0$ . Wenn die bei verschiedenen Wellenlängen berechneten Integrale  $\overline{K_{01}^2}(\lambda)$  einer Exponentialfunktion oder einem Polynom in  $\lambda$  eingepaßt werden, kann man die erforderliche Ableitung und folglich die Wellenleiterdispersion  $G_\lambda^W$  ohne großen Aufwand bestimmen. Wie weit Gl. (2-15) auch auf mehrfach ummantelte Fasern [Francois, L3137, L3307, L4003, L4047, L4081] angewendet werden kann, bleibt zu überprüfen.

### 2.3. Vergleich mit anderen Verfahren

#### 2.3.1 Direkte Fourier-Inversion des Fernfelds

Zunächst soll die im Abschnitt 2.1 entwickelte Methode mit dem von [Hotate, L688] angegebenen Verfahren der direkten Fourier-Inversion des Fernfelds verglichen werden, Gl. (2-1b). Dazu wurden die  $N = 130$  Meßdaten von [Hotate, L688] mit Hilfe der Gauß-Laguerre-Entwicklung Gl. (2-3) ausgewertet und im Bild 2.1 dargestellt. Die Lichtwellenlänge beträgt  $\lambda = 632,8$  nm, der maximale Fernfeldwinkel  $\gamma = 65^\circ$ . Das Nebenmaximum bei  $\gamma_{\max} = 62^\circ$  liegt  $D = 90$  dB unterhalb des absoluten Leistungsmaximums. Nimmt man den realistischen Kernradius  $a \approx 4\lambda$  für einwellige Lichtleiter an, so variiert das Argument  $u$  von  $J_0(u)$  in der Fourier-Inversionsbeziehung Gl. (2-1b) im Bereich  $0 \leq u \leq 2\pi a/\lambda \approx 25$ , wobei die Maxima von  $|J_0(25 \sin \gamma) \cdot \sin \gamma|$  ungefähr  $10^{-2}$  im Bereich  $0,6^\circ \leq \gamma \leq 14^\circ$  und  $10^{-1}$  im Bereich  $14^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$  betragen. Deshalb verändert sich der Integrand von Gl. (2-1b) zwischen  $10^{-2}$  in der Nähe von  $\gamma = 0$  und  $3 \cdot 10^{-6}$  bei  $\gamma_{\max} = 62^\circ$ . Beträgt die Breite der Hauptkeule  $\gamma_w \approx 0,1 \gamma_{\max}$ , dann ergibt eine grobe Abschätzung, daß bei der Berechnung des Inversions-Integrals Gl. (2-1b)  $N\gamma_w/\gamma_{\max}$  Zahlen der Größenordnung  $10^{-2}$  und  $N(1 - \gamma_w/\gamma_{\max})$  Zahlen der Größenordnung  $3 \cdot 10^{-6}$  zu summieren sind, was einen Ausdruck proportional zu  $0,1 \cdot 10^{-2} + 0,9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}$  ergibt. Soll daher die Nebenzipfel-Information des Fernfelds nicht durch Meßfehler überdeckt werden, so muß  $\hat{\Psi}_F(\gamma)$  auf 4 Dezimalstellen genau bekannt sein, d. h. mit einem relativen Fehler von  $10^{-5}$ ; der zulässige Fehler für  $P_F(\gamma)$  beträgt entsprechend  $2 \cdot 10^{-5}$ . Unter den genannten Voraussetzungen gilt zwischen wirksamer Leistungsdynamik  $D$  und relativer Leistungsgenauigkeit  $A$  die empirische Beziehung

$$A \approx 10^{-\frac{D/\text{dB}}{20}}, \quad D/\text{dB} \approx -20 \log A. \quad (2-16)$$

Messungen mit einem  $4\frac{1}{2}$ -stelligen Anzeigeeinstrument haben im schlechtesten Fall eine relative Genauigkeit von  $A = 5 \cdot 10^{-4}$  entsprechend einer wirksamen Leistungsdynamik von  $D = 66$  dB. Wäre diese Annahme für die Meßdaten des Bildes 2.1 gerechtfertigt (über die Art der Rohdaten-Präparation liegen keine Angaben vor), so würde im Inversionsintegral Gl. (2-1b) der Beitrag des Fernfelds für  $\gamma > 20^\circ$  in derselben Größenordnung liegen wie die Unsicherheit durch Meßfehler.

### 2.3 Vergleich mit anderen Verfahren

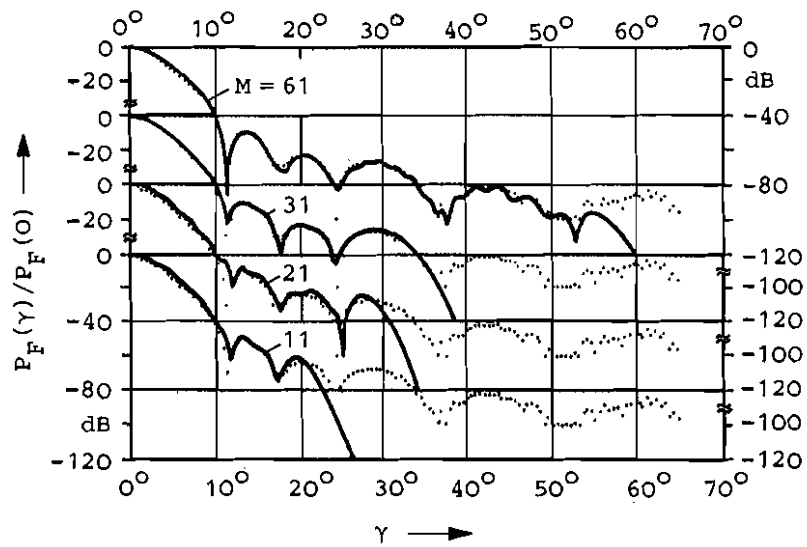


Bild 2.1. Fernfeldleistung  $P_F(\gamma)$  als Funktion des Winkels  $\gamma$  bei  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  [Hotate, L688] (.....); angepaßte Entwicklung symmetrischer Gauß-Laguerre-Funktionen für verschiedene Koeffizientenzahlen  $M$  (—). (Nach [Freude, Sharma, E473]).

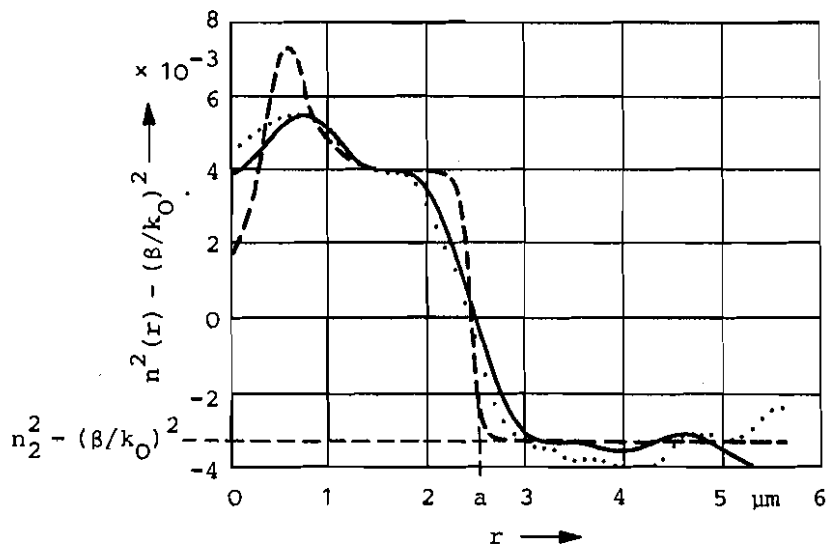


Bild 2.2. Brechzahlprofil, berechnet mit der Fernfeld-Methode des Abschnitts 2.1,  $M = 31$  (—), und durch direkte Fourier-Inversion [Hotate, L688] (.....). Referenzprofil wurde mit einer Interferenzmethode an einer Q-Faser gemessen [Hotate, L688] (---).

$\beta = k_0 n_2 + \Delta\beta$ ,  $n_2 = 1,4572$ ,  $\Delta\beta = 0,0144 \mu\text{m}^{-1}$   
(nach [Freude, Sharma, E473]).



### 2.3 Vergleich mit anderen Verfahren

Daher wäre die Nahfeldauflösung nur  $\delta_B = 1,8 \lambda = 1,1 \mu\text{m}$  für  $\gamma_{\text{max}} = 20^\circ$  statt der von [Hotate, L688] spezifizierten  $\delta_B = 0,69 \lambda = 0,44 \mu\text{m}$  für  $\gamma_{\text{max}} = 62^\circ$ .

Diese Probleme bestehen bei der Anpassmethode des Abschnitts 2.1 nicht. Das Nahfeld resultiert aus der Minimierung der relativen Abweichung des gemessenen Fernfelds von einer Funktion, deren Fourier-Inversion analytisch bekannt ist. Auflösung und Meßbereich werden durch Gl.(2-10, 11, 12) übersichtlich definiert. Ein Vergleich der Brechzahlprofile, die von [Hotate, L688] und nach Gl.(2-14) berechnet wurden, zeigt eindrucksvoll, wie unempfindlich sich die Anpassmethode gegenüber Meßfehlern verhält, Bild 2.2. Die Fernfeldleistungs-Daten wurden von [Hotate, L688] in Form einer halblogarithmischen Drucker-Graphik präsentiert mit einem Quantisierungsfehler von 0,8 dB entsprechend einem relativen Fehler  $A = 20 \%$  und einer wirksamen Leistungsdynamik  $D = 34 \text{ dB}$  bei  $\gamma_{\text{max}} = 9^\circ$ . Die ausgezogene Kurve im Bild 2.2 zeigt das Brechzahlprofil, das mit  $M = 31$  Koeffizienten nach Gl.(2-14) berechnet wurde. Gegenüber dem von [Hotate, L688] publizierten Profil nach der direkten Fourier-Inversions-Methode, Punkte im Bild 2.2, ist der Verlauf sehr ähnlich mit besserer Auflösung des Brechzahleinbruchs auf der Faserachse. Die strichlierte Kurve zeigt Referenzdaten, wie sie mit einer Interferenzmethode an einer Q-Faser von 1 mm Durchmesser gemessen wurden. (Eine Q-Faser wird aus der Übergangsregion zwischen der gezogenen Faser und dem verbleibenden Rohling gewonnen.) Aus den Angaben [Hotate, L688]  $\beta = k_0 n_2 + \Delta\beta$ ,  $n_2 = 1,4572$ ,  $\Delta\beta = 0,0144 \mu\text{m}^{-1}$  können  $n(r)$  und  $\beta$  erschlossen werden. In [Hotate, L688] wurde die Profilwelligkeit (verursacht durch die beschränkte Auflösung von nominell  $\delta_B = 0,37 \mu\text{m}$ ) durch eine gleitende Mittelwertbildung über den Bereich  $2\delta_B = 0,74 \mu\text{m}$  verringert. Nach Gl.(2-12) erhält man mit  $w_0 = 2,7 \mu\text{m}$  und  $M = 31$  eine Auflösung von  $\delta_B = 0,59 \mu\text{m}$ ; über diesen Bereich wurde die durchgezogene Kurve des Bildes 2.2 gleitend gemittelt. Der Abfallradius zwischen den 90%- und 10%-Punkten beträgt (vor und nach der Mittelung)  $0,67 \mu\text{m}$ , für die gepunktete Kurve  $0,75 \mu\text{m}$  und für das strichlierte Profil der Q-Faser  $0,21 \mu\text{m}$ . Quadratische Subtraktion dieses Referenzwertes liefert für das Verfahren nach Abschnitt 2.2 einen Abfallradius von  $0,64 \mu\text{m}$ , was der geschätzten Auflösung  $\delta_B = 0,59 \mu\text{m}$  bis auf 8 % entspricht. Wählt man statt  $M = 31$  eine Koeffizientenzahl  $M = 21$  bzw.  $M = 11$ , so reduziert sich die Auflösung auf  $\delta_B = 0,69 \mu\text{m}$  bzw.  $\delta_B = 0,95 \mu\text{m}$ , und der Brechzahleinbruch verschwindet. Mit einer erhöhten Anzahl von Koeffizienten läßt sich die Auflösung nicht unbedingt verbessern. Im Bild 2.1 für  $M = 61$  reagiert die Anpassfunktion "unwillig" und zeigt eine starke Welligkeit. Dieses Verhalten ist typisch für Fernfeld-Daten, die oberhalb eines Winkels  $\gamma$  von Streulicht oder nicht vollständig entfernten Mantelwellen zunehmend verfälscht werden. Die Welligkeit für  $M = 21$  und  $M = 11$  kommt daher, daß die Anpassung für alle verfügbaren Meßdaten berechnet wurde. Der Kurvenverlauf wird bedeutend glatter, wenn man nur Meßwerte für  $\gamma \leq \gamma_{\text{max}}$  von Gl.(2-12) berücksichtigt.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die Fernfeldmethode mit Reihenentwicklung des Feldes nach Gauß-Laguerre-Moden sich als Verfahren erweist, das äußerst unempfindlich auf (zufällige) Meßfehler reagiert, so daß Rauschen, dessen

## 2.3 Vergleich mit anderen Verfahren

Einfluß bei der großen erforderlichen Dynamik unvermeidlich ist, die Auflösung weitaus weniger begrenzt als bei der direkten Fourier-Inversion. Wie bei Fernfeld-Messungen üblich, sind weder präzise optische noch mechanische Komponenten erforderlich; insbesondere werden Nahfeld-Radiusdifferenzen im Sub-Mikrometer-Bereich aus Fernfeldwinkeln abgeleitet, die auf  $0,1^\circ$  genau bequem gemessen werden können. Eine hohe Nahfeldauflösung bedingt die Messung großer Winkelbereiche. Der nutzbare Winkelbereich wird durch die praktischen Möglichkeiten begrenzt, Mantelwellen zu entfernen und Streulicht zu unterdrücken; nur mit Laserlichtquellen erreicht man die für hohe Nahfeld-Auflösung notwendige Dynamik. Interessiert man sich allein für die chromatische Impulsverbreiterung, so ist nach Gl.(2-15) das Integral über die quadrierte Ableitung des Nahfeldes bzw. die effektive Fernfeldbreite maßgeblich. Daher kann der Winkelbereich, in dem das Fernfeld zu messen ist, so weit reduziert werden, daß die verringerte Fernfeld-Leistungsdynamik es gestattet, inkohärente gefilterte Strahler zu verwenden.

Von [Tewari, L3269], [Ghatak, L4007], [Boucouvalas, L3302] wurde das Nahfeld nach [Sharma, E447] im zentralen Kernbereich durch eine Gauß-Funktion mit daran anschließenden, exponentiell abfallenden Bereichen genähert. Die Zweckmäßigkeit dieser Gauß-Exponential-Approximation zeigt Gl.(F2-16, 18): Das evaneszente Feld im Fasermantel klingt nahezu exponentiell ab. Zwei Parameter kennzeichnen die Nahfeldfunktion und den analytischen Ausdruck für das Fernfeld, das wie Gl.(2-1b) ein Integral über die Bessel-Funktion nullter Ordnung enthält. Will man diese Parameter aus der gemessenen Fernfeldleistung bestimmen, so muß ein nichtlineares Minimierungsproblem gelöst werden mit wiederholter Berechnung des Bessel-Funktion-Integrals. Diese Prozedur ist numerisch ungleich langsamer als die lineare Optimierung von Gl.(2-4c, 6c) und liefert zudem so wenige Freiheitsgrade des Nahfeldes, daß die Auflösung von Details des Brechzahlprofils unmöglich ist. Das Verfahren kann allenfalls zur Bestimmung des Nahfeld-Strahlradius verwendet werden.

Das einfachste Anpaßverfahren mit nur einem Freiheitsgrad verwendet eine Gauß-Funktion mit dem Strahlradius  $w_0$  als Parameter. Es empfiehlt sich, entweder wie in Gl.(2-8, 9) nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate vorzugehen, oder denjenigen Gauß-Strahl mit einem Kopplungsintegral Gl.(F2-23) zu berechnen, der den Faser-Grundmodus maximal erregt. Ein nützlicher Vergleich dieses Verfahrens mit der direkten Fernfeld-Inversionsmethode wird von [Anderson, E477] geboten.

### 2.3.2 Nahfeld-Methoden

Das Nahfeld des Grundmodus

$$\Psi(r) = \Psi(0) \sqrt{I_N(r)/I_N(0)} \quad (2-17)$$

kann ähnlich wie in Gl.(2-2) aus der Nahfeld-Intensität  $I_N(r)$  unmittelbar gewonnen werden [Coppa, L40005], [Irving, L4023], [Anderson, E477]. Wegen des unvermeidlich rauschenden Meßsignals und der Ableitungen, die für die Berechnung des Brechzahlprofils Gl.(2-13) zu bilden sind, kann ebenfalls die Einpassung eines Gauß-Laguerre-Funktionensystems zweckmäßig werden, Gl.(2-3a). Da man nicht das originale Nahfeld registrieren kann, ist eine ungefähr 100-fache op-

## 2.4 Experimentelle Ergebnisse

tische Vergrößerung notwendig; das erforderliche Linsensystem muß ein ebenes Bildfeld erzeugen und bei jeder Wellenlänge so genau kalibriert sein, daß, rückgerechnet, Submikrometer-Präzision in der Faserebene garantiert ist. Mikrophonie, z. B. durch motorgetriebene Verstelleinheiten, ist sorgfältigst zu vermeiden. Die notwendige Leistungsdynamik beträgt ca.  $D = 20$  dB. Die Meßmethode besteht wegen der physikalischen Unmittelbarkeit, wirft aber erhebliche technische Probleme auf.

Trennt man einen einwelligen Lichtleiter und bewegt die (perfekt vorausgesetzten) Bruchstellen radial aneinander vorbei, so ist die integrale Ausgangsleistung im abgehenden Wellenleiter ein Maß für das Kopplungsintegral  $c = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \Psi(r) \cdot \Psi(\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \varphi}) r dr d\varphi$  der um  $r_0$  gegeneinander versetzten, achsenparallelen Lichtleiter. Für  $\Psi(r)$  kann man wiederum eine analytische Näherung vorgeben, z. B. eine Gauß-Exponential-Approximation wie im Abschnitt 2.3.1, und das Kopplungsintegral berechneten [Hosain, L3036]. Die beiden Parameter der Approximation gewinnt man durch lineare Anpassung an die Meßdaten. Will man das Nahfeld detaillierter beschreiben, so sind mehr Freiheitsgrade notwendig, z. B. wieder in Form einer Reihe von Gauß-Laguerre-Funktionen. Vorteilhaft ist die integrale Messung wegen der optimalen Leistungsausbeute. Als Nachteil muß man die diffizile Verschiebung im Submikrometerbereich sehen und den erhöhten numerischen Aufwand, falls das Kopplungsintegral für die gewählte Anpassfunktion  $\Psi(r)$  nicht analytisch gelöst werden kann.

### 2.4 Experimentelle Ergebnisse [Freude, Sharma, E473]

#### 2.4.1 Brechzahlprofil

Die einwellige Testfaser (L137/II, AEG,  $L = 149$  m,  $a = 3$   $\mu$ m,  $n_2$  ( $\lambda = 632,8$  nm) = 1,4573, einwellig für  $\lambda \gtrsim 600$  nm) wurde mit einem zerhacker-modulierten HeNe-Laser der Leistung 2 mW angeregt. Der Detektor, das polierte Ende einer Dickkernfaser mit  $a = 100$   $\mu$ m, bewegte sich auf einem Drehtisch im konstanten Abstand  $d = 13,2$  mm, vgl. Bild F2, um die Mitte der Testfaser-Endfläche; daraus resultiert eine Winkelauflösung von  $0,87^\circ$ . Die Lichtaustrittsseite der Detektorfaser wurde leicht aufgeraut und beleuchtete gleichförmig die Kathode eines Photovervielfachers (PM); ein Synchrondetektor (lock-in amplifier, LIA) zeigte dessen Strom an. Die analoge Winkelinformation des Drehtisches und das LIA-Ausgangssignal wurden mit 12 bit Genauigkeit ( $5 \cdot 10^{-4}$ ) in einem Bereich von 3 Dekaden digitalisiert und von einem Tischrechner HP87XM erfaßt. Zusätzlich wurde die vorher kalibrierte Verstärkung des PM sowie des LIA manuell umgeschaltet, so daß eine Leistungsdynamik von  $D = 90$  dB bei linearem Verhalten des PM erreicht werden konnte, ohne optische Dämpfungsplatten in den Strahlengang einfügen zu müssen. Höhere Fasermode und Mantelwellen konnten wirksam (aber nicht vollkommen) mit einer immersierten Faserschleife von 7 mm Krümmungsradius unterdrückt werden. Vor der Endflächen-Präparation durch Brechen wurde das Faserendstück

## 2.4 Experimentelle Ergebnisse

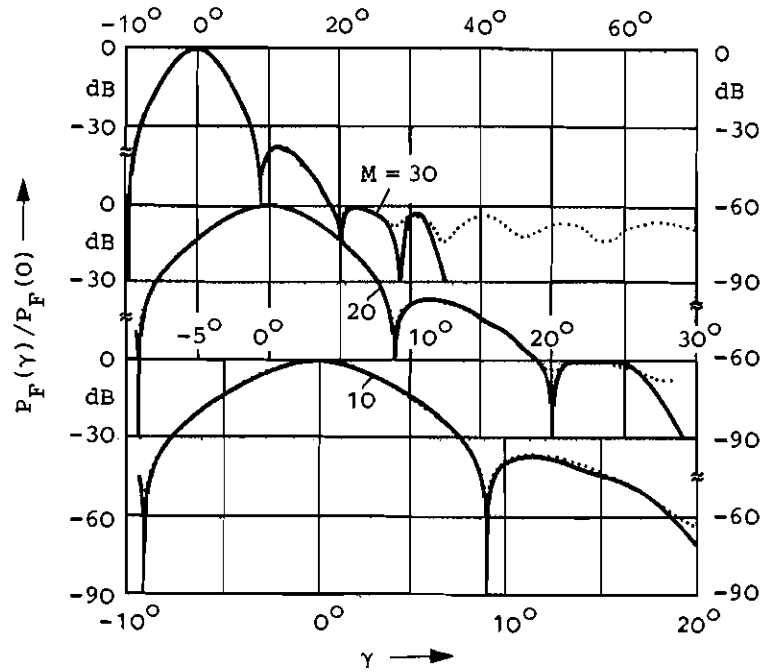


Bild 2.3. Fernfeldleistung  $P_F(\gamma)$  der einwelligen Faser L137/II als Funktion des Winkels bei  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  (.....); angepaßte Reihe von Gauß-Laguerre-Funktionen für verschiedene Koeffizientenzahlen  $M$  (—). (Nach [Freude, Sharma, E473]).

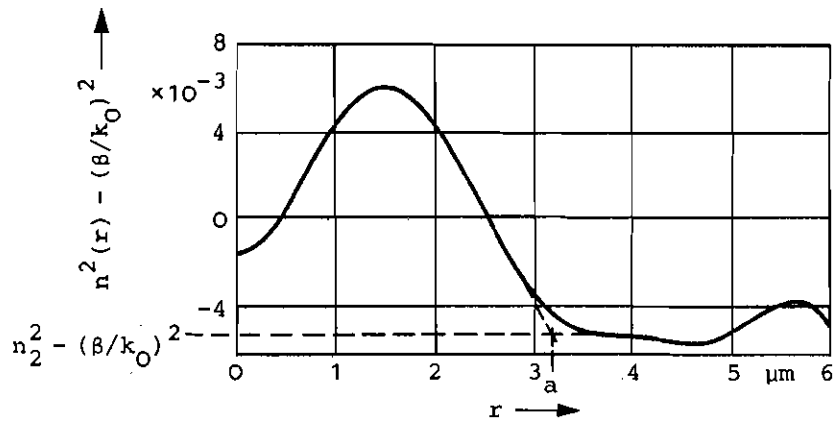


Bild 2.4. Brechzahlprofil der einwelligen Faser L137/II für  $M = 10$ ;  $k_0 n_2 + \Delta\beta$ ,  $n_2 = 1,4573$ ,  $\Delta\beta = 0,0179 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $a = 3,2 \mu\text{m}$ . (Nach [Freude, Sharma, E473]).

## 2.4 Experimentelle Ergebnisse

auf einer Länge von 20 mm mit Graphit-Spray geschwärzt, um seitliche Streustrahlung zu verhindern. Gemessen wurde in einem Winkelbereich  $-10^\circ \leq \gamma \leq 70^\circ$  von der nominellen Faserachse aus, so daß die Anfangsschätzung für  $w_0$  und der Winkel  $\gamma_0$  der maximalen Fernfeld-Leistung, Gl.(2-8, 9), aus den Meßdaten bestimmt werden konnten. Bild 2.3 zeigt die Meßkurve gepunktet und in durchgezogenen Kurven drei angepaßte Gauß-Laguerre-Entwicklungen mit  $M = 30, 20, 10$  Koeffizienten, entsprechend einer Nahfeld-Auflösung von  $\delta_B = 0,62 \mu\text{m}, 0,75 \mu\text{m}, 1,0 \mu\text{m}$  bei maximalen Fernfeldwinkeln von  $\gamma_{\text{max}} = 39^\circ, 31^\circ, 23^\circ$ . Die Anpassung wurde im dargestellten vollen bzw. reduzierten Winkelbereich vorgenommen, wobei die Anzahl der Meßwerte  $N = 1200, 800, 700$  betrug. Die Meßpunkte waren entlang dem Kurvenverlauf gleichmäßig dicht und somit an den Flanken von besonders geringem Winkelabstand. Für jeden Meßpunkt wurde das Mittel aus 10 Meßwerten gebildet. Wie die Betrachtungen des Abschnitts 2.3.1 zeigen, war dieser Aufwand sicherlich unnötig. Tatsächlich führt eine reduzierte Meßpunktdichte zu keinen signifikanten Änderungen im Brechzahlprofil. Ferner kommt der Lage der Nullstellen ein erhöhter Informationsgehalt zu; wird nämlich durch eine Gewichtung, wie nach Gl.(2-4c) beschrieben, der ignorierte Bereich um eine Nullstelle herum zu weit ausgedehnt, dann hat die Anpassfunktion visuell nur noch wenig mit den Meßdaten zu tun.

Die Brechzahlprofile für Koeffizientenzahlen  $M = 5, 10, 20, 30$  entwickeln sich in stetiger Abfolge. Für  $M > 10$  kann keine Verfeinerung der Profilauflösung beobachtet werden, nur die Welligkeit für  $r > 6 \mu\text{m}$  steigt an. Das ist nach dem Verlauf der Meßdaten zu erwarten: Oberhalb von  $\gamma = 30^\circ$  nehmen die Leistungsmaxima im Fernfeld nicht mehr ab, was auf Streulicht, unvollständig entfernte höhere Moden und vor allem Mantelwellen hindeutet, deren Vorhandensein somit die Auflösung begrenzt. Bild 2.4 zeigt das Brechzahlprofil für  $M = 10$  Koeffizienten. Mit einer Geradenapproximation findet man mit  $\beta = k_0 n_2 + \Delta\beta$ ,  $n_2(\lambda = 632,8 \text{ nm}) = 1,4573$  die Werte  $\Delta\beta = 0,0179 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $a = 3,2 \mu\text{m}$ .

### 2.4.2 Impulsverbreiterung

Um die chromatische Impulsverbreiterung  $G_\lambda$  zu bestimmen, muß man nach Gl.(2-15) die Material-, Profil- und Wellenleiterdispersion  $G_\lambda^M$ ,  $G_\lambda^P$  oder  $P$  und  $G_\lambda^W$  getrennt messen. Der lineare Profildispersionsparameter  $P$  kann für einwellige Fasern aus einer Messung des Faser-Rohlings bestimmt werden [Sladen, E267], oder auch zusammen mit der Materialdispersion  $G_\lambda^M$  aus einer Auswertung der Sellmeier-Reihe Gl.(F7-6) mit Tabelle F12. Für  $G_\lambda^W$  kann nach Gl.(2-15) das Nahfeld oder das Fernfeld als Funktion der Wellenlänge gemessen werden. Die Auflösung ist wegen der Integration unkritisch. Es genügt eine Leistungsdynamik von  $D = 20 \text{ dB}$ , so daß leistungsschwache, inkohärente Lichtquellen verwendet werden können. Bei der im Abschnitt 2.4.1 beschriebenen Meßanordnung wurde der HeNe-Laser durch eine 100-W-Halogenlampe ersetzt, deren Strahlung von einem optischen Bandpaß der Spektralbreite  $\Delta\lambda = 50 \text{ nm}$  gefiltert wurde; die mittlere Wel-

## 2.4 Experimentelle Ergebnisse

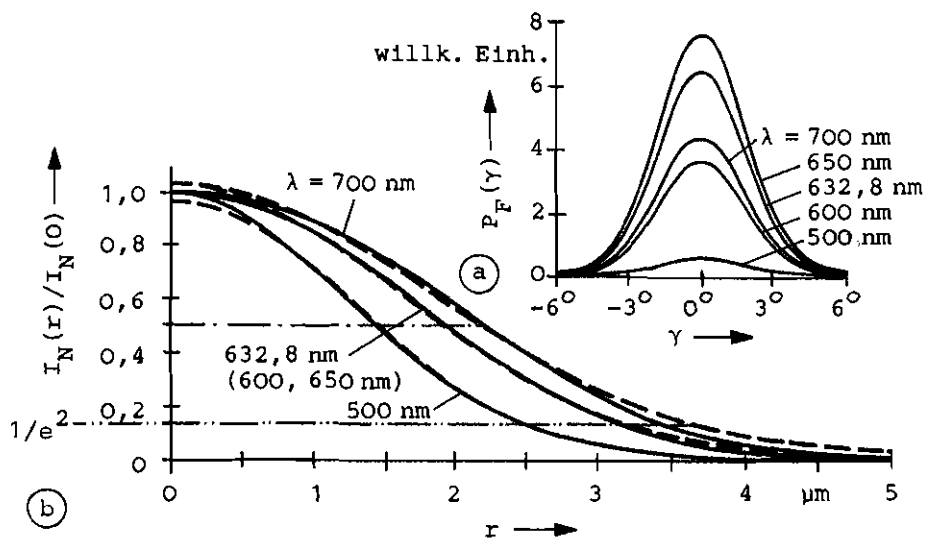


Bild 2.5. (a) Fernfeld-Leistung  $P_F(\gamma)$  der einwelligen Faser L137/II bei verschiedenen Wellenlängen im Bereich  $500 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$ .

(b) Berechnete Nahfeld-Intensität  $I_N(r)$  mit  $M = 5$  (—); angepaßte Gauß-Funktion (---).

(Nach [Freude, Sharma, E473]).

## 2.5 Weitere mögliche Anwendungen

lenlänge konnte im Bereich  $500 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$  eingestellt werden. Bild 2.5a zeigt einen Ausschnitt der bis  $\gamma_{\max} = 8^\circ$  gemessenen Fernfeld-Leistungen bei 5 verschiedenen Wellenlängen. Der bei  $\lambda = 500 \text{ nm}$  propagationsfähige  $LP_{11}$ -Modus wurde durch das im Abschnitt 2.4.1 beschriebene Modenfilter unterdrückt. Die Nahfeld-Intensitäten im Bild 2.5b wurden mit  $M = 5$  Koeffizienten berechnet, was einer Ortsauflösung von  $\delta_B = 1,6 \mu\text{m}$  entspricht. Die strichlierten Kurven sind angepaßte Gauß-Funktionen, deren Strahlradien  $w_0$  sich im Bereich  $2,56 \mu\text{m} \leq w_0 \leq 3,59 \mu\text{m}$  ändern. Mit der gaußschen Näherung Gl.(F7-11e) [Sansonetti, L3022] erhält man daraus  $G_\lambda^W(\lambda = 632,8 \text{ nm}) = -8,1 \text{ ps km}^{-1} \text{ nm}^{-1}$ . Wie man sieht, ähnelt die Nahfeld-(und die Fernfeld-)Intensität nur in eingeschränkten Bereichen einer Gauß-Kurve, daher ist es angebracht, die Wellenleiterdispersion nach Gl.(2-15a, d) zu ermitteln. Der gemessenen Fernfeld-Varianz  $K_{O1}^2(\lambda)$  läßt sich die empirische Funktion  $\overline{K_{O1}^2}(\lambda) = 0,9255 \mu\text{m}^{-2} e^{-2,248 \lambda/\mu\text{m}}$  sehr gut einpassen, woraus man mit Gl.(2-15) und  $P = 0$   $G_\lambda^W(\lambda = 632,8 \text{ nm}) = -3,5 \text{ ps km}^{-1} \text{ nm}^{-1}$  erhält. Dieser Wert weicht beträchtlich von der Schätzung mit Hilfe des  $w_0$ - (oder des  $1/e^2$ -)Verlaufs ab, was auf die breite Brechzahlabsenkung in der Faserachse und auf den relativ weichen Verlauf des Profils zurückzuführen ist; bei solchen Verhältnissen läßt sich eine Gauß-Hypothese für das Nah- oder Fernfeld eben nur schlecht begründen. Für die (dominierende) Materialdispersion des Quarzmantels erhält man nach Gl.(2-15a) und Bild F10  $G_\lambda^M(\lambda = 632,8 \text{ nm}) = -240 \text{ ps km}^{-1} \text{ nm}^{-1}$ . Profildispersion kann dagegen vernachlässigt werden. Die unmittelbare Auswertung der Fernfeldleistung nach Gl.(2-15c) führt zum selben Ergebnis wie die Rechnung nach Gl.(2-15d).

### 2.5 Weitere mögliche Anwendungen

Wenn neben dem  $LP_{01}$ -Grundmodus noch der nächsthöhere Wellentyp  $LP_{11}$  ausbreitungsfähig ist, zeigt sich das an einem charakteristischen Leistungseinbruch im Zentrum der Funktion  $P_F(\gamma)$ . Die Meßebeane werde so gedreht, daß  $P_F(\gamma)$  gleich hohe Höcker rechts und links des Zentrums aufweist. Entwickelt man dann  $\hat{\Psi}_F(\gamma)$  nach Gl.(2-4a, 2) in eine Doppelsumme von Funktionen  $\sum_{\nu=0}^{N-1} \sum_{\mu=1}^M C_{\nu\mu} Q_{\nu\mu}^{(1/X)}(k_0 \sin \gamma)$ , so läßt sich der relative Gehalt des unsymmetrischen  $LP_{11}$ -Modus aus der wellenlängenabhängigen Größe der Koeffizienten  $C_{\nu\mu}$  mit  $\nu = 0$  ablesen und derart die Grenzwellenlänge  $\lambda_{11G}$  (vgl.  $V_{\nu\mu G}$  von Gl.(F2-12, 20), Gl.(F2-21) und der folgende Text) bestimmen.  $\lambda_{11G}$  könnte man dort definieren, wo der Quotient  $\sum_{\nu=1}^{N-1} \sum_{\mu=1}^M |C_{\nu\mu}|^2 / \sum_{\mu=1}^M |C_{0\mu}|^2$  klein genug geworden ist; dieser Grenzquotient muß im Vergleich zu anderen Methoden bestimmt werden. Um die Anpassung nicht zu überziehen, sollten die Koeffizientenzahlen begrenzt werden, z. B.  $N, M \leq 3$ .

Integrierte optische Wellenleiter haben häufig einen rechteckförmigen Querschnitt mit den kartesischen Koordinaten  $x, y$  wie im Bild F2. Gauß-Hermite-Funktionen sind diesem Koordinatensystem angepaßt. Nimmt man wie im Abschnitt 2.1 an, daß das skalare orthonormierte Nahfeld  $\Psi(x, y) = \Psi_x(x) \Psi_y(y)$  separierbar ist, dann können die Fernfelder  $\Psi_{Fx}(\gamma_x)$ ,  $\Psi_{Fy}(\gamma_y)$  in den  $xz$ - und  $yz$ -Ebenen des Bildes

## 2.5 Weitere mögliche Anwendungen

F2 mit den Kirchhoff-Integralen Gl. (F3-6a, b) als eindimensionale Fourier-Transformierte von  $\psi_x(x)$ ,  $\psi_y(y)$  berechnet werden. Wie bei Gauß-Laguerre-Funktionen führt auch die Fourier-Transformation von Gauß-Hermite-Funktionen auf ein identisches Funktionensystem. Man könnte daher aus einer Anpassung von Gauß-Hermite-Funktionen an die in orthogonalen Richtungen gemessenen Fernfelder  $\psi_{Fx}(y)$ ,  $\psi_{Fy}(y)$  die Koeffizienten der äquivalenten Nahfeld-Entwicklungen für  $\psi_x(x)$ ,  $\psi_y(y)$  gewinnen. Wenn auch das Brechzahlprofil separierbar ist im Sinne von  $n(x,y) = n_x(x) + n_y(y)$ , kann sein Verlauf wie im Abschnitt 2.1 berechnet werden. Für die Wellenleiterdispersionen müßte die effektive Fernfeld-Breite in Gl. (2-15b) ersetzt werden durch

$$\frac{1}{k_{01}^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{d\psi_x(x)}{dx} \right]^2 dx \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_x^2(x) dx + \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{d\psi_y(y)}{dy} \right]^2 dy \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_y^2(y) dy. \quad (2-18)$$



### 3 Vielwellige Lichtleiter

#### 3 Vielwellige Lichtleiter

Bei vielwelligen Lichtleitern interessiert neben der Dämpfung vor allem die Übertragungsbandbreite. Messungen der Impulsantwort bzw. der Übertragungsfunktion an langen Faserstrecken sind aufwendig und auf der Stufe der Beurteilung von Rohlingen (massive Stäbe, aus denen die Faser gezogen wird) nicht praktikabel. Das Brechzahlprofil läßt sich dagegen gerade bei Faserrohlingen bequem registrieren, und da in [Chu, L519] gezeigt wurde, daß sich die Profile von Rohling und ausgezogener Faser nicht wesentlich unterscheiden, sind Methoden zur Berechnung der Impulsantwort von großem Interesse. Diese stellen dann zusammen mit der Erfassung des Rohlings- oder Faser-Brechzahlprofils eine indirekte Meßmethode dar zur Beurteilung der dynamischen Übertragungsgüte. In der Regel werden mögliche axiale Variationen des Profils ebensowenig berücksichtigt wie Modenkopplung. Bei Multimodenfasern stehen Verfahren der geometrischen Optik bzw. der WKB-Methode, ausgehend von der Dispersionsrelation der Gl.(F6-1), in Konkurrenz zur direkten Lösung der skalaren Wellengleichung Gl.(F2-3) für die Radialkomponente eines transversal angenommenen Feldes.

Die Überlagerung sehr vieler Moden führt zu einer komplizierten Interferenzfigur im Faserquerschnitt. Filtert man dieses Feld räumlich oder wählt man bestimmte Polarisierungen oder Frequenzen aus, dann ändert sich die so detektierte Leistung, falls Lichtquellen- oder Fasereigenschaften zeitlich variieren. Dieses unerwünschte sogenannte Modenrauschen kann für ein besonders einfaches und aussagekräftiges Meßverfahren genutzt werden, mit dem man auf die Modendispersion und die dadurch bedingte Bandbreite kurzer Fasern rückschließen kann.

#### 3.1 Brechzahlprofil aus dem Fernfeld [Freude, L1743]

Es gibt überaus zahlreiche Verfahren, das Brechzahlprofil von Fasern und Faserrohlingen zu messen [Marcuse, L1942], [Presby, L2080]. Gewöhnlich bemüht man sich um größtmögliche Präzision. Neben der Kontrolle geometrischer Parameter wird die Profilinformaton meist zur Berechnung und Optimierung der Übertragungsbandbreite langer Fasern benutzt. Wenn man nun berücksichtigt, mit welchen Fehlern diese Voraussagen behaftet sind, scheint es nicht sinnvoll zu sein, zu diesem Zweck das Brechzahlprofil von Fasern hochgenau und mit großem Aufwand zu messen.

Wie in Gl.(F1-1) definiert, möge das Brechzahlprofil  $n(r)$  nur vom Radius  $r$  abhängen,

$$n^2(r) - n_2^2 = A_N^2 [1 - g(r/a)], \quad (3-1)$$

wobei  $a$  der Kernradius,  $n_2$  die Brechzahl im Mantel,  $A_N$  die numerische Apertur und  $g(\rho)$  die Profilfunktion ist. Bei der Nahfeld-Methode werden alle Moden gleichförmig angeregt und die resultierende Nahfeld-Intensität  $I_{NO}(r)$ , normiert

### 3.1 Brechzahlprofil aus dem Fernfeld

auf ihren Maximalwert  $I_{Nm}$ , nach Gl.(F6-14) in Beziehung gesetzt zur Profilkfunktion (Nahfeldprofil, NFP),

$$g(\rho) = 1 - I_{NO}(r)/I_{Nm}, \quad r = a\rho. \quad (3-2)$$

Komplementär hierzu ist das Fernfeld-Verfahren, das für streng monotone Profile von [Grau, L933] vorgeschlagen wurde, aber auch für allgemeine Profile sinnvoll und mit minimalem experimentellem Aufwand angewendet werden kann [Freude, L1743] (äquivalentes Fernfeldprofil, ÄFFP).

Regt man alle Fasermoden gleichförmig an und mißt die resultierende Fernfeld-Leistung  $P_{FO}(\gamma)$  als Funktion des Winkels  $\gamma$  zur Faserachse, dann erhält man nach Gl.(6-15a) die Umkehrfunktion der äquivalenten Profilkfunktion

$$g_{\text{äq}}^{-1}(\rho) = \sqrt{P_{FO}(\gamma)/(P_{Fm} \cos \gamma)}, \quad \gamma = \sin^{-1} A_N \sqrt{1 - \rho}. \quad (3-3)$$

Für streng monotonen Brechzahlverlauf gilt  $g^{-1}(\rho) = g_{\text{äq}}^{-1}(\rho)$ . Wenn jedoch die physikalische Profilkfunktion nichtmonoton ist, bedeutet  $g_{\text{äq}}(\rho)$  ein äquivalentes monotones Profil; an einer Faser mit diesem Brechzahlverlauf würde man dieselbe Fernfeld-Leistung  $P_{FO}(\gamma)$  messen wie an der realen Faser. Ein Beispiel für ein Profil mit Brechzahleinbruch auf der Faserachse gibt Bild F9; gestrichelt ist die aus Gl.(F6-16) berechnete äquivalente Profilkfunktion  $g_{\text{äq}}$  eingetragen.

Bild 3.1 zeigt experimentell ermittelte Fernfeld-Leistungs- und Nahfeld-Intensitätsverteilungen [Freude, L1743] einer vielwelligen Faser (B 198) mit Bor-dotiertem Quarzmantel und  $\text{GeO}_2\text{-P}_2\text{O}_5$ -dotiertem  $\text{SiO}_2$ -Kern [Zwick, L267]. Der Hersteller spezifizierte  $a = 24 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,2$ , eine Dämpfung von 3,1 dB/km und eine Impulsverbreiterung von 1,6 ns/2 km. bei einer Wellenlänge  $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$ . Eine Lumineszenz-Diode der Wellenlänge  $\lambda = 0,65 \mu\text{m}$  koppelte ihr Licht stumpf stoßend in die Faser der Länge  $L = 2,3 \text{ m}$ . Diese Lichtquelle approximierte im Bereich der Faserapertur einen Lambert-Strahler  $P_{FL}(\gamma)$ , Gl.(F6-10), so daß nach Gl.(F6-15a) alle Moden gleiche Leistung trugen,  $P(\delta, \nu) = P_0$  in Gl.(F6-13). Leck- und Mantelwellen [Winkler, L1616], [Petermann, L1550] wurden mit einem Modenfilter entfernt; es bestand aus einem S-förmigen, mit einem Radius von 20 mm gekrümmten Trog der Länge 25 cm, der mit Indexöl gefüllt und in dem die von der Primärbeschichtung befreite Faser immersiert wurde. Bei solchen Krümmungen sind Gesamt-Leistungsverluste der geführten Wellen von 0,1 dB zu erwarten [Winkler, L1616]. Die Fernfeld-Leistung  $P_{FO}(\gamma)$  wurde in einer Entfernung  $d = 286 \text{ mm}$  von der Faserendfläche gemessen, vgl. Bild F2, so daß mit  $d \gg r_M = a$  die Fernfeld-Bedingung der Gl.(F3-6e) sicher erfüllt war. Um die Nahfeld-Intensität  $I_{NO}(r)$  zu registrieren, wurde ein 100-fach vergrößerndes Mikroskop verwendet. Die Rohdaten glättete ein Filteralgorithmus, der einen gleichenden Mittelwert über die Apertur  $0,4^\circ$  des Detektors im Fall der Fernfeld-Messung ausführte, bzw. über die halbe, beugungsbegrenzte Ortsauflösung  $\delta_B/2 \approx 0,3 \lambda/A_N \approx 0,9 \mu\text{m}$  nach Gl.(F3-17) bei den Nahfeld-Daten. Aus dem Fern- oder dem Nahfeld kann man mit Gl.(3-3) oder Gl.(3-2) die Profilkfunktion bestimm-

### 3.1 Brechzahlprofil aus dem Fernfeld

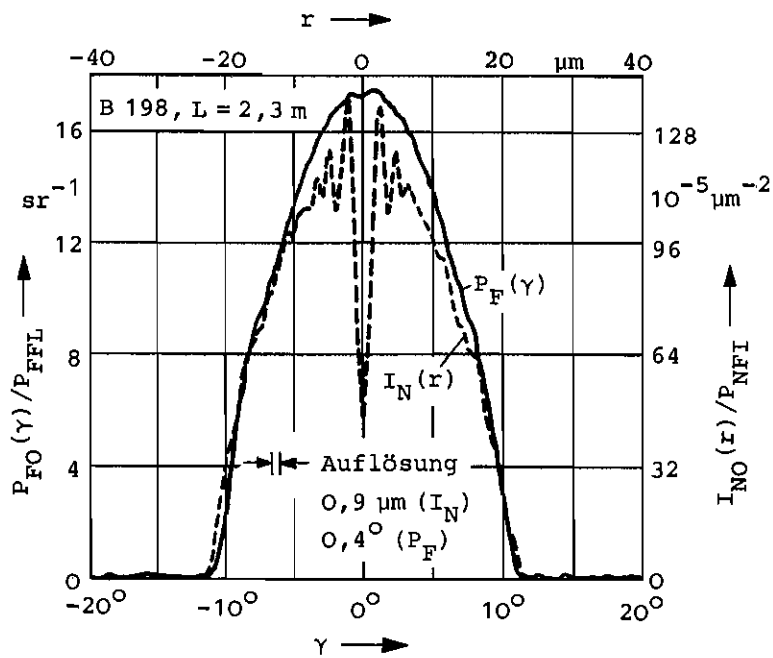


Bild 3.1. Fernfeldleistung  $P_{FO}(\gamma)$  und Nahfeldintensität  $I_{NO}(r)$ , normiert auf die Gesamtleistung  $P_{FFL} = 2,2 \mu\text{W}$  und  $P_{NFI} = 3,7 \mu\text{W}$ ,  $\lambda = 0,65 \mu\text{m}$  (nach [Freude, L1743]).

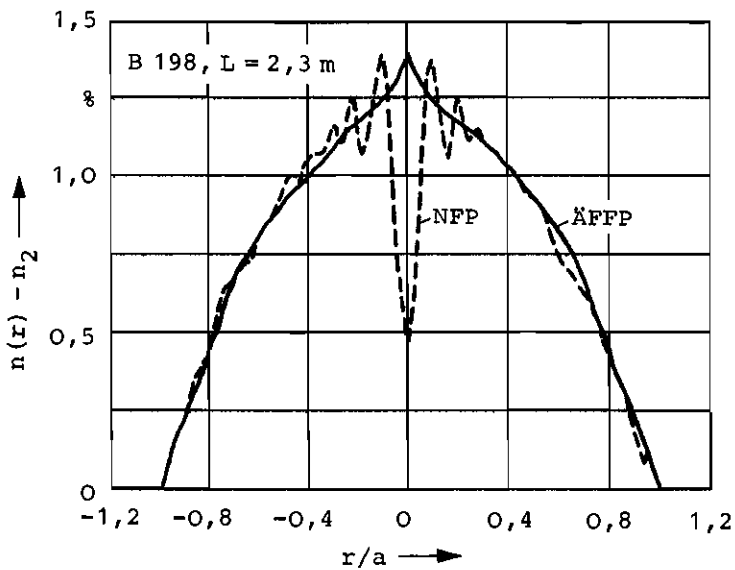


Bild 3.2. Brechzahldifferenz zum Mantel mit  $n_2 = 1,457$  bei  $\lambda = 0,65 \mu\text{m}$  für das äquivalente Fernfeld-Profil ÄFFP und das physikalische Nahfeld-Profil NFP (nach [Freude, L1743]).

### 3.2 Impulsverbreiterung

men. Im Falle der Gl.(3-3) muß zusätzlich  $A_N$  angegeben werden, z. B. als Sinus des Winkels  $\gamma$ , bei dem das Fernfeld in einer Geradenapproximation auf Null abgenommen hat. In analoger Weise ermittelt man den Kernradius  $a$  aus der Nahfeld-Intensität, wenn man Gl.(3-2) auswertet.

$n(r)$  nach Gl.(3-1) kann man weder allein aus dem Fernfeld, noch allein aus dem Nahfeld bestimmen: Im einen Fall fehlt der Kernradius  $a$ , im anderen die numerische Faserapertur  $A_N$ . Aus einer Geradenapproximation der jeweils komplementären Leistungsverteilung erhält man  $a = 23 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,20$ . Bild 3.2 zeigt die errechneten Brechzahldifferenzen als Funktion des normierten Radius [Freude, L1743].

Zur Messung des ÄFFP benötigt man weder präzisionsmechanische noch optische Komponenten, ganz im Gegensatz zu den störepfindlichen Aufbauten, welche das NFP registrieren. Dieser Einfachheit entspricht die unkomplizierte Berechnung der Impulsverbreiterung aus dem ÄFFP, die im Abschnitt 3.3 erläutert wird.

Sowohl bei der Nah- als auch bei der Fernfeld-Methode müssen störende Leckwellen mit geeigneten Filtern unterdrückt werden. Beim modifizierten Nahfeld-Verfahren [Zwick, E321], [Sabine, L1219], [Irving, L1647, L1972, L2513, L3341] vereinfacht sich dieses Problem.

#### 3.2 Impulsverbreiterung [Freude, Leminger, E22]

Die gebräuchlichen Methoden der geometrischen Optik zur numerischen Berechnung von Impulsantwort und Bandbreite aus gemessenen Brechzahlprofilen sind in [Irving, L268], [Okamoto, L1886], [Marcuse L522, L693, L934, L1986, L1987, L1942], [Weierholt, L1519], [Olshansky, L1538], [Arnaud, L1721] beschrieben und die Ergebnisse diskutiert. Vorausgesetzt wird in der Regel, daß die optische Leistung auf alle Moden gleich verteilt ist, eine nicht sehr praxisnahe Annahme. Wettgemacht wird dies allerdings durch eine Schwachstelle im Verfahren: Die sogenannte WKB-Methode "sieht" keinen abrupten Übergang vom Kernprofil zum weitausgedehnten Mantel und errechnet daher nicht die eigentlich zu erwartenden Laufzeitverkürzungen für Moden, deren Felder nennenswerte Anteile im Mantel mitschleppen [Olshansky, L47, L929], [Crone, L1232], [Freude, Leminger, E22]. Gerade diese Felder aber werden durch unvermeidliche Irregularitäten des Wellenleiters besonders intensiv an Strahlungsmoden gekoppelt [Olshansky, L47, L929], so daß sie realiter zur Impulsverbreiterung nichts beitragen. Die heute üblichen Brechzahltäler an der Kern-Mantel-Grenze (wie in [Okamoto, E24] beschrieben) gleichen die Laufzeiten der höchsten Moden den Laufzeiten der weiter im Kerninneren propagierenden Felder an.

[Marcuse, E107], [Presby, L523] berichten, daß Voraussagen der Impulsverbreiterung mit der WKB-Methode und Meßwerte gut übereinstimmen, geben allerdings den Hinweis, daß die untersuchten Fasern sehr sorgfältig auf Gleichförmigkeit und

### 3.2 Impulsverbreiterung

nur minimale Modenkopplung ausgewählt wurden [Cohen, L517]. Die Abweichung der Rechnung zur Messung war im Mittel  $(-12 \pm 24) \%$  (mittlerer relativer Fehler  $\pm$  Standardabweichung des Fehlers) der gemessenen Bandbreite. [Marcuse, E107] vermerkt weiter, daß für typische Fasern aus üblicher Fertigung "die Bandbreite-voraussagen aus dem Brechzahlprofil weit niedriger waren als die gemessenen Werte" und führt dies auf Modenkopplung zurück. Ein Vergleich der Ergebnisse von WKB-Näherung, Näherungslösung der Wellengleichung für Gradientenprofile durch Störungstheorie und Laufzeitberechnung nach Gl.(F6-23) mit angepaßtem Potenzprofil zeigt die Überlegenheit der WKB-Methode bei der Wiedergabe gemessener Impulsantworten [Ramskov Hansen, E91], [Jacobsen, L686, L687, L1036].

Weniger beliebt wegen der numerischen Schwierigkeiten ist die exakte Lösung der skalaren Wellengleichung für die schwach führende Faser. Das Verfahren bietet aber große Vorteile, da es genau ist und sich unterschiedliche Modenleistungs-verteilungen leicht erfassen lassen. Von [Leminger, L345, L3387] wurde erstmals die Idee formuliert, reale Fasern eines Gradientenprofils nach Gauß-Laguerre-Funktionen eines angepaßten Parabelprofils zu entwickeln und die Koeffizienten nach dem Ritzschen Verfahren zu bestimmen. Unabhängig davon erprobten [Meunier, L1508] und später [Georg, L2241] diese Methode an Potenzprofilen, jedoch nicht an gemessenen Profilen. Nach einem solchen Variationsverfahren wurden aus analytisch gegebenen und aus gemessenen Profilen von [Freude, Leminger, E22] Impulsverbreiterungen für verschiedene Modenleistungsverteilungen unter Einschluß linearer Profildispersion  $P$ , Gl.(F6-21), berechnet. Dabei wurden ideale Fasern vorausgesetzt, d. h. ein rotationssymmetrisches, isotropes Brechzahlprofil, das sich entlang der Wellenausbreitung nicht verändert. Kopplung von Moden war also ausgeschlossen. Das numerische Programm arbeitete sehr schnell und löste das Eigenwertproblem bei 2000 Stützstellen des Profils auf einem UNIVAC-1108-Rechner in 1 Minute. Ein Vergleich mit der analytisch bekannten Lösung für ein beim Kernradius  $r = a$  abgeschnittenes Parabelprofil [Unger, L31], [Kitayama, L559] ergab eine Übereinstimmung der Laufzeitdifferenzen zum Grundmodus auf 4 Dezimalen. Aus dem Nahfeldprofil (NFP) der Faser von Bild 3.2 wurden die Laufzeiten  $t_{g\nu\mu}$  für jede geführte Eigenwelle  $LP_{\nu\mu}$ , Text vor Gl.(F2-22), berechnet und als Differenz  $\Delta t_{g\nu\mu} = t_{g\nu\mu} - t_{g01}$  zur Laufzeit des Grundmodus über der  $\nu\mu$ -Ebene aufgetragen, Bild 3.3. Höhenlinien gleicher Laufzeit bewegen sich keineswegs parallel zu Kurven konstanter Hauptmodenzahl  $m = \nu + 2\mu - 1$ ; innerhalb von Hauptmodengruppen sind bei realen Profilen starke Laufzeitunterschiede zu sehen. Laufzeiten jenseits der Geraden  $\nu + 2\mu - 1 = m_{\max}$  haben keine physikalische Bedeutung. Man erkennt die erwähnte Laufzeitverkürzung für Moden nahe der Grenzfrequenz (zum Begriff der Grenzfrequenz vgl. Gl.(F2-12, 21) und der folgende Text).

Modenlaufzeiten können ohne Willkür berechnet werden. Will man jedoch eine Impulsverbreiterung über die Laufzeitstreuung  $\sigma_t^2, \sigma_{tm}^2$  nach Gl.(F6-28) ermitteln, müssen die Moden und damit die Laufzeiten physikalisch relevant gewichtet wer-

### 3.2 Impulsverbreiterung

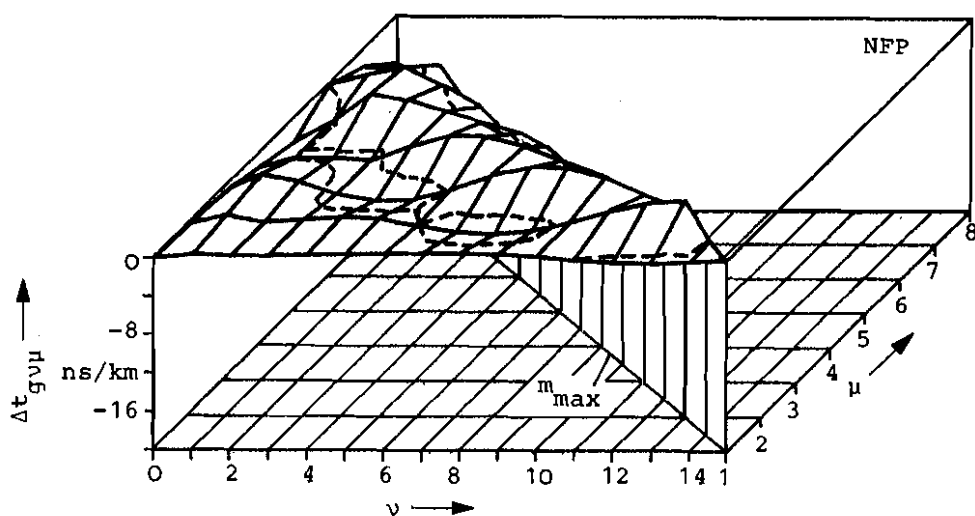


Bild 3.3. Laufzeitdifferenzen  $\Delta t_{gv\mu} = t_{gv\mu} - t_{g01}$  als Funktion des azimuthalen und des radialen Modenindex  $v$  und  $\mu$  (nach [Freude, Leminger, E22]).

Gradientenfaser B198 von Bild 3.2.  $a = 23 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = 0,9 \%$ ,  $A_N = 0,2$ ,  
 $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$ ,  $V = 34$ ,  $n_1 = 1,4665$ ,  $n_2 = 1,4528$ ,  $P = -0,05$ .

--- Höhenlinien.

### 3.2 Impulsverbreiterung

den. Sinnvoll ist es, dazu die Leistungskopplungskoeffizienten  $p_{\nu\mu}$  von Gl. (F2-24) bzw.  $p_m$  zu verwenden; sie geben an, mit welchem prozentualen Leistungsanteil der Modus ( $\nu\mu$ ) bzw. der Hauptmodus  $m$  vertreten ist. Die gleichförmige Modenleistungsverteilung ist sicher unrealistisch. Näherliegend wäre die stationäre Modenleistungsverteilung, die sich nach sehr langen Laufstrecken unter Berücksichtigung von Modenkopplung einstellt und durch

$$p_{\nu\mu} = \begin{cases} (1 - m/M_c)/M_g & m \leq M_c \approx 0,9\sqrt{M_g}, \\ 0 & m > M_c, \end{cases} \quad m = \nu + 2\mu - 1, \quad (3-4)$$

genähert werden kann [Olshansky, L908]; hierbei ist  $M_c$  die maximale Nummer desjenigen Hauptmodus, der am Ende einer sehr langen Faserstrecke gerade keine Leistung mehr transportiert.  $M_g$  wie in Gl. (F6-3) ist die Gesamtzahl geführter Moden. Eine solche Verteilung berücksichtigt insbesondere die typischerweise größere Dämpfung von Moden hoher Ordnungszahl. Eine Vollständigkeitsrelation wie in Gl. (F2-24) gilt unter diesen Umständen nicht mehr. Bild 3.4a zeigt eine graphische Darstellung. Ebenfalls diskutabel erscheint eine Verteilung, die sich ohne Modenkopplung durch einen stärker als der Kern dämpfenden Mantel einstellt. Als vierte Möglichkeit soll eine geometrisch-optische Modenleistungsverteilung diskutiert werden, bei welcher der Grundmodus und die drei Hauptmodengruppen mit den höchsten Ordnungsnummern  $m$  keine, alle anderen Moden aber dieselbe Leistung tragen, Bild 3.4b. Die Bezeichnung "geometrisch-optisch" soll an die Eigenschaft der oben diskutierten WKB-Lösungsmethode erinnern, Laufzeitverkürzungen zu ignorieren, die durch die Kern-Mantel-Grenze verursacht werden. Die Hypothese erhöhter Dämpfung des Grundmodus wird durch Beobachtungen von [Cohen, L1725] unterstützt, nach denen sich während der Faserherstellung mit dem MCVD-Prozeß (Modified Chemical Vapor Deposition) die OH-Ionen-Konzentration und damit die Dämpfung auf der Faserachse erhöhen kann.

Bei den numerischen Laufzeitberechnungen für analytisch vorgegebene und gemessene Brechzahlprofile zeigte sich ferner, daß selbst für stark gestörte Profile  $\Delta\beta_m/\Delta\beta \leq 5\% \ll 1$  war, wobei  $\Delta\beta_m$  die maximale Differenz der Ausbreitungskonstante  $\beta$  innerhalb einer Hauptmodengruppe  $m = \nu + 2\mu - 1$  und  $\Delta\beta$  die maximale  $\beta$ -Differenz aller geführten Moden meint. Folglich ist es zulässig, eine enge Kopplung der Felder mit demselben  $m$  anzunehmen und mit einer mittleren Laufzeit  $t_{gm}$  für den Hauptmodus  $m$  zu rechnen. Die Impulsverbreiterung der realen Faser wird dementsprechend durch die Streuung der mittleren Laufzeiten  $t_{gm}$  beschrieben, Gl. (F6-28b), gewichtet durch die Leistungskopplungskoeffizienten  $p_{\nu\mu} = p_m$ . Diese sollen der geometrisch-optischen Modenleistungsverteilung wie im Bild 3.4b entsprechen. Ein solches Kopplungsmodell wird an fünfter Stelle diskutiert werden.

Hohe Genauigkeit der numerischen Analyse garantiert selbst bei Anwendung skalarer oder gar vektorieller Optik noch keine gute Übereinstimmung mit tatsächlich gemessenen Werten der Bandbreite. Hauptfehlerquellen sind Unsicherheiten des

### 3.2 Impulsverbreiterung

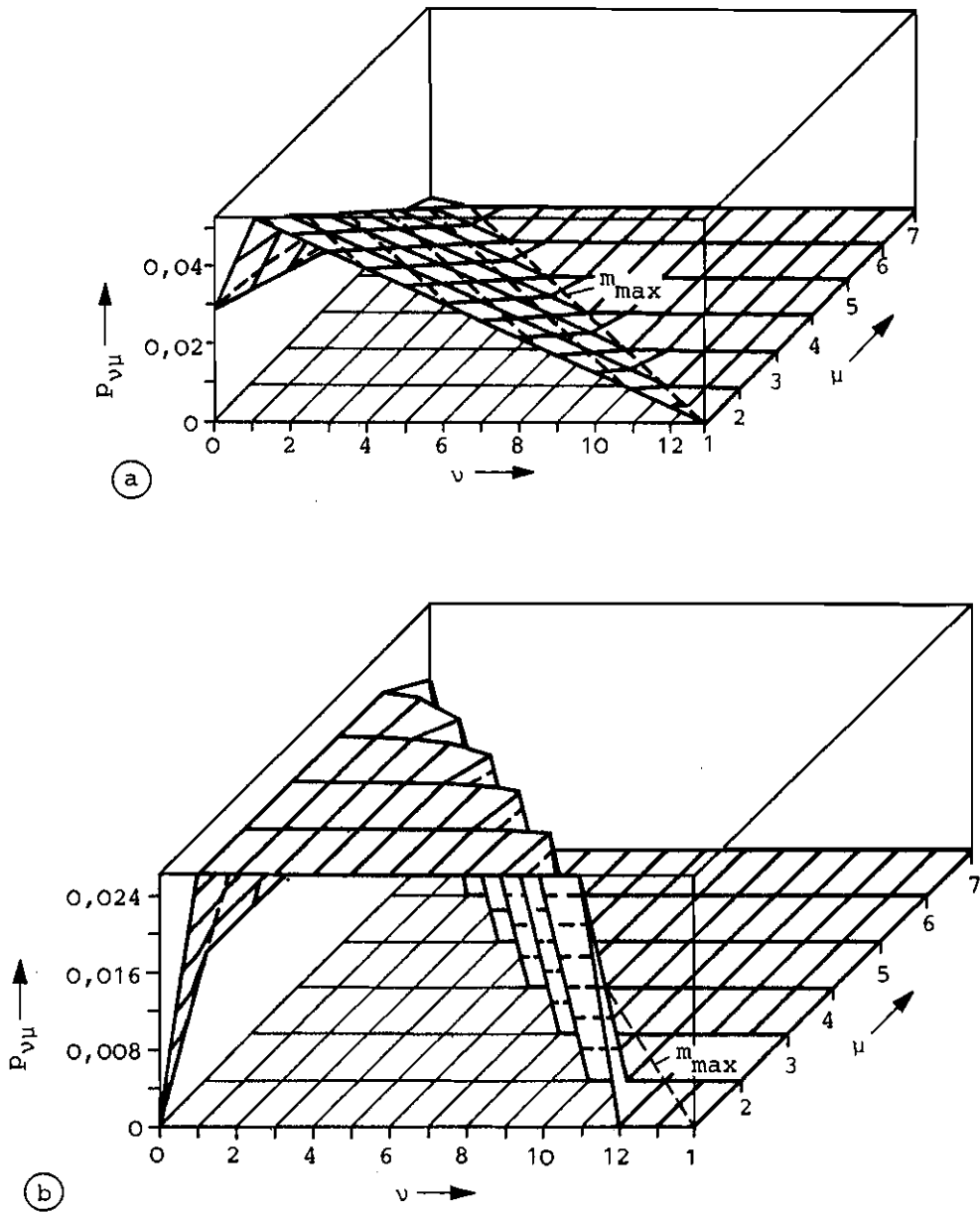


Bild 3.4. Beispiele von Modenleistungsverteilungen

- (a) stationäre Modenleistungsverteilung
- (b) geometrisch-optische Modenleistungsverteilung.



### 3.2 Impulsverbreiterung

zugrunde gelegten Brechzahlprofils, das sich im allgemeinen entlang der Faser ändern wird, selektive Modendämpfung und Modenkopplung. Bedenkt man diese Einflüsse, so erscheint es nicht abwegig, ein theoretisch ungenaueres Verfahren der geometrischen Optik zu verwenden, das dafür jedoch bedeutende meßtechnische und rechnerische Vereinfachungen mit sich bringt. Gemeint ist die Methode, aus dem in Abschnitt 3.1 erörterten äquivalenten Fernfeldprofil (ÄFFP) die Modenlaufzeiten zu berechnen, Gl.(F6-26, 27),

$$t_{g\delta} = \frac{L}{c} \frac{n_{g2}}{\sqrt{1-2\delta}} \left\{ 1 - 2\delta + \frac{2\lambda^2}{n_2^2} \int_{\frac{A_N}{\lambda} \sqrt{1-\delta}}^{\infty} \frac{P_{FO}(\gamma)}{\cos \gamma} \kappa d\kappa \left[ \frac{P_{FO}(\sin^{-1} A_N \sqrt{1-\frac{\delta}{\Delta}})}{\cos \sin^{-1} A_N \sqrt{1-\frac{\delta}{\Delta}}} \right] \right\}, \quad (3-5a)$$

$$\beta = k_0 n_1 \sqrt{1-2\delta}, \quad \kappa = \frac{\sin \gamma}{\lambda}.$$

In dieser Beziehung ist  $\delta$  die normierte Ausbreitungskonstante  $\beta$ ,  $\Delta$  die relative Brechzahldifferenz der schwach führenden Faser, Gl.(F1-3),  $k_0 = 2\pi/\lambda$  die Vakuum-Ausbreitungskonstante bei der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $n_2$  bzw.  $n_1$  die Mantel- bzw. die maximale Kernbrechzahl,  $n_{g2} \approx n_{g1} \approx n_2 \approx n_1$  die zugehörigen Gruppenbrechzahlen,  $A_N$  die numerische Faserapertur,  $P_{FO}(\gamma)$  die beim Winkel  $\gamma$  zur Faserachse gemessene Fernfeldleistung bei gleichförmiger Anregung aller Moden und  $\kappa$  die Raumfrequenz. Gl.(3-3) verknüpft  $P_{FO}(\gamma)$  mit dem ÄFFP  $g_{\text{äq}}(\rho)$ . Gl.(3-5a) gilt gerade für den Fall intensiven Leistungsaustauschs von Feldern derselben Hauptmodengruppe  $m$  bzw. derselben normierten Ausbreitungskonstante  $\delta$ . Mit der Modendichte  $m(\delta)$  von Gl.(F6-5), berechnet aus dem äquivalenten monotonen Profil,  $g_2(\rho) = g_{\text{äq}}(\rho), g_1(\rho) = 0$ , erhält man für die effektive Impulsbreite  $\sigma_{t\delta}$  analog zu Gl.(F6-28b)

$$\sigma_{t\delta}^2 = \frac{1}{M_g} \int_0^{\Delta} (t_{g\delta} - \bar{t}_{g\delta})^2 m(\delta) d\delta, \quad \bar{t}_{g\delta} = \frac{1}{M_g} \int_0^{\Delta} t_{g\delta} m(\delta) d\delta, \quad m(\delta) = \left[ a k_0 n_1 g_{\text{äq}}^{-1} \left( \frac{\delta}{\Delta} \right) \right]^2. \quad (3-5b)$$

Die Gln.(3-5) liefern eine sechste Variante der Impulsverbreiterung, die mit den skalar-optisch berechneten Ergebnissen bei fünf verschiedenen Modenleistungsverteilungen und mit Meßwerten von langen und kurzen Faserstücken verglichen werden soll.

Tabelle 3.5 [Freude, Leminger, E22] gibt einen Überblick über die Ergebnisse für die Faser vom Bild 3.1, 3.2. Alle berechneten Laufzeitstreuungen  $\sigma_t, \sigma_{tm}, \sigma_{t\delta}$  wurden als Halbwertsbreite  $\Delta t_h$  eines äquivalenten Gauß-Impulses ausgedrückt. Für die Faser wurde im Zeitbereich eine Impulsverbreiterung von  $\Delta t_h = 1,6$  ns für  $L = 2$  km gemessen. Eine Auswertung des Granulationskontrasts nach Abschnitt 3.3 ergab  $\Delta t_h = 11,5$  ps für  $L = 3,2$  m. Daraus wird der Einfluß von Modenkopplung sichtbar; ohne Modenkopplung variiert  $\Delta t_h \sim L$ , mit starker Modenkopplung gilt  $\Delta t_h \sim \sqrt{L}$ , wenn der Lichtleiter wesentlich länger als die sogenannte Kopp-

### 3.2 Impulsverbreiterung

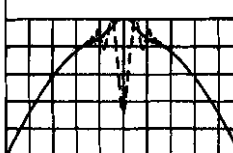
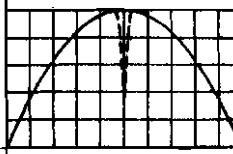


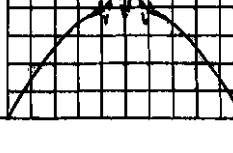
Impulsverbreiterungen $\Delta t_h \approx 2,35 \sigma_t$ in ns/km aus NFP und AAFP. Meßwerte: 1,1 ns/km, 3,6 ps/m							
Profil- typ	skalare Optik NFP					geom. Opt. AAFP	Profil $1-g(r/a)$ NFP/AAFP
	gleichf. MLV	station. MLV	Dämpfung Mantel	geom.-opt. MLV	geom.-opt. MLV + Koppl.	gleichf. MLV	— AAFP --- NFP
M 1	7,4	2,2		3,2	1,1	} 1,5	
M 2	2,9	2,1		2,4	1,3		
M 3	2,5	2,2		1,3	1,3		
A 1	4,4	1,6	1,5	1,6	0,68	1,7	
A	5,2	1,4	1,2	1,3	0,79	0,24	
A	6,4	4,8	4,5	4,8	0,86	1,0	
A	5,3	2,1	1,8	1,6	1,05	1,1	
A	3,5	3,2	2,6	2,1	1,43	3,3	

Tabelle 3.5. Impulshalbwertsbreiten aus dem Nahfeld- und dem äquivalenten Fernfeldprofil (nach [Freude, Leminger, E22]).

Gradientenfaser B198 von Bild 3.2.  $a = 23 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = 0,9 \%$ ,  
 $A_N = 0,2$ ,  $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$ ,  $V = 34$ ,  $n_1 = 1,4665$ ,  $n_2 = 1,4528$ ,  
 $L = 1 \text{ km}$ .

M1, M2, M3 aus Profilmessungen an derselben Faser an verschiedenen Abschnitten berechnet.

A1 Anpassung einer analytischen Funktion an M1. Das Fehlen der natürlichen Brechzahlfluktuationen erniedrigt die Impulsverbreiterung.

A analytische Modifikationen von A1 aus.

### 3.2 Impulsverbreiterung

lungslänge  $L_c$  ist, und wenn Materialdispersion dominiert, wächst die Impulsverbreiterung wieder mit  $\Delta t_h \sim L$ . Rechnet man nach [Geckeler, L685], so erhält man eine Kopplungslänge von  $L_c = 100$  m, woraus  $\Delta t_h = 1,1$  ns für  $L = 1$  km resultiert und  $\Delta t_h = 3,6$  ps für  $L = 1$  m.

In der äußeren Spalte rechts sind die untersuchten Brechzahlverläufe (NFP und korrespondierendes ÄFFP) graphisch dargestellt, die Spalte links außen charakterisiert diese Profile als Meßkurve an verschiedenen Abschnitten derselben Faser (M1, M2, M3), als analytische Näherung (A1) der Meßkurve M1 und als analytische Modifikationen (A), ausgehend vom Profil A1.

Die Impulsverbreiterungen der mit "skalare Optik, NFP" überschriebenen Spalten wurden aus dem NFP nach Lösen der skalaren Wellengleichung berechnet, und zwar für die oben beschriebenen fünf Fälle der gleichförmigen, der stationären Modenleistungsverteilung (MLV), Bild 3.4a, der starken Dämpfung im Mantel, der geometrisch-optischen, Bild 3.4b, und der geometrisch-optischen Modenleistungsverteilung mit starker Kopplung innerhalb von Hauptmodengruppen.

In der Spalte "geom. Opt., ÄFFP" stehen aus Gl.(3-5) berechnete Zahlen, die mit einer geometrisch-optischen Theorie unter Annahme von gleichförmiger Modenleistungsverteilung sowie Kopplung innerhalb der Hauptmodengruppen gewonnen wurden; gerade die letzte Annahme wird durch die numerisch ermittelte Beziehung  $\Delta\beta_m \ll \Delta\beta$  (siehe oben) gerechtfertigt.

Vergleicht man mit dem interpolierten Meßwert 1,1 ns/km, dann erkennt man, daß die skalare Optik für gleichförmige Modenleistungsverteilung unrealistische Impulsverbreiterungen voraussagt (M1), auch für den Fall, daß kompensierende Brechzahltäler an der Kern-Mantel-Grenze eine Laufzeitanpassung bewirken (M2, M3); diese wurden in den Fällen M1, A1, A ignoriert. Nimmt man andere Modenleistungsverteilungen an, bessert sich das Bild, die Prognose für  $\Delta t_h$  ist aber immer noch zu groß. Dieselbe Tendenz läßt sich für das analytische, angepaßte Profil A1 ablesen, wobei allerdings das Fehlen der realen Brechzahlfluktuationen die Impulsverbreiterung reduziert. Messung und Rechnung stimmen am besten überein, wenn man das beschriebene Kopplungsmodell einführt; das verwundert nicht, da ja bereits festgestellt wurde, daß bei dieser Faser Modenkopplung wesentlich ist.

In der Spalte "geom. Opt., gleichf.MLV" sind die Ergebnisse der geometrisch-optischen Rechnung notiert. Sie stimmen in der Größenordnung mit den skalar-optischen Voraussagen überein, insbesondere für die Profile M1, M2, M3 und A der zweit- und drittletzten Zeile, können aber auch um den Faktor 2 nach oben oder unten abweichen, Profile A1 und A der letzten und viertletzten Zeile. Für die gemessenen Profile M2, M3 ergibt sich mit der skalar- und der geometrisch-optischen Rechnung eine Überschätzung der gemessenen Impulsverbreiterung von 18 % und 36 %. Mit dem oben erwähnten Modenkopplungsmodell von [Geckeler, L685] in-

### 3.2 Impulsverbreiterung

terpoliert man eine gemessene Impulsverbreiterung von  $\Delta t_h = 0,77$  ns für  $L = 500$  m. Bei linearer Skalierung der skalar- und der geometrisch-optischen Rechenwerte auf  $\Delta t_h = 0,65$  ns und  $\Delta t_h = 0,75$  ns für  $L = 500$  m betragen die Abweichungen vom Meßwert  $-10\%$  und  $-2,6\%$ . An diesen Beispielen ist zu erkennen, daß man mit den vorliegenden Daten nicht entscheiden kann, welche von beiden Theorien, die skalar- oder die geometrisch-optische, der Realität näher kommt. Daher sollte die einfachere geometrisch-optische Überlegung Gl. (3-5) bevorzugt werden, solange nicht wirklichkeitsnahe Modelle der Modenkopplung und der differentiellen Modendämpfung in die skalar-optische Theorie eingebaut worden sind.

Interessant ist auch der Vergleich numerischer Voraussagen mit der an einem kurzen Faserstück gemessenen interpolierten Impulsverbreiterung  $3,6$  ps/m, vgl. Bild 3.8 und Abschnitt 3.3.2, da Modenkopplung hier keinen wesentlichen Einfluß hat. Bei der Messung wurde versucht, eine gleichförmige Modenleistungsverteilung anzuregen. Die mit skalarer Optik berechneten Werte für die laufzeit-kompensierten Profile M2, M3 weichen, linear auf  $L = 1$  m skaliert, um  $-20\%$  ...  $-30\%$  vom Meßwert ab, was als bemerkenswerter Grad von Übereinstimmung gewertet werden muß (beim Profil M1 wurden die kompensierenden Brechzahltäler an der Kern-Mantel-Grenze ignoriert), wenn man allein die mögliche Variation des Brechzahlprofils entlang der Ausbreitungsrichtung bedenkt.

Als Ergebnis der vorgestellten Untersuchungen kann man festhalten: Skalar-optische Methoden liefern numerisch aus gemessenen Brechzahlprofilen Felder und Ausbreitungskonstanten der Moden einer vielwelligen Faser. Diese Techniken sind erprobt, genau und erfordern auf modernen Großrechenanlagen relativ wenig Rechenzeit. Allerdings werden Störeinflüsse wie Variation des Brechzahlprofils entlang der Faser, Modenkopplung, selektive Modendämpfung und -anregung nicht erfaßt, so daß Voraussagen der Impulsverbreiterung nur in Sonderfällen mit Meßwerten an kilometerlangen Fasern übereinstimmen werden, vgl. zweiter Absatz vom laufenden Abschnitt 3.2. Hier sind erhebliche Anstrengungen notwendig, um numerisch handhabbare, verbesserte Theorien zu entwickeln; dabei sollte stets beachtet werden, daß die Zahl der zu messenden Modellparameter überschaubar bleibt.

Felder derselben Hauptmodenzahl haben ähnliche Ausbreitungskonstanten; dies ergab die numerische Untersuchung sehr verschiedener Brechzahlprofile. Ein aus dieser Erkenntnis abgeleitetes primitives Kopplungsmodell für Wellen einer Hauptmodengruppe verbessert die Voraussage der Impulsverbreiterung; es bleibt allerdings eine Diskrepanz, die auf Kopplung von Wellen verschiedener Hauptmodengruppen zurückgeführt werden kann.

Starke Kopplung von Wellen derselben Hauptmodengruppe liegt einer überaus einfachen, geometrisch-optischen Theorie zugrunde, deren Ansatz von vornherein keine übertriebenen Erwartungen an die Genauigkeit ihrer Voraussagen aufkommen

### 3.3 Flecken-Interferometrie

läßt. Alle ihre Aussagen stützen sich auf eine Fernfeld-Leistungsverteilung, die bei gleichförmiger Anregung aller Moden gemessen wird. Die mit Tischrechnern bestimmbaren Impulsverbreiterungen weisen Abweichungen von den Meßwerten auf, die in derselben Größenordnung liegen wie bei den weitaus aufwendigeren, skalar-optischen Methoden. Solange also nicht verfeinerte Verfahren es gestatten, die erwähnten Störeinflüsse mit vertretbarem Aufwand meßtechnisch zu erfassen und in eine erweiterte, skalar-optische Theorie einzubauen, ist es nur konsequent, sich primitiver, geometrisch-optischer Modelle zu bedienen, die zu der herkömmlichen, wenig differenzierenden Meßtechnik passen.

Bei kurzen, meterlangen Faserstücken dagegen sind skalar-optische Rechenmethoden angebracht und liefern Impulsbreite-Voraussagen akzeptabler Genauigkeit. Verknüpft man die Meßergebnisse der Impulsverbreiterung von kilometerlangen Fasern mit den skalar-optischen Rechenwerten für meterlange Abschnitte, wobei man die in der Regel vorhandene Profilinformaton nutzen und eine weitere Messung nach Abschnitt 3.3 vermeiden kann, so erhält man eine zusätzliche Information über die Längenabhängigkeit der Impulsverbreiterung und damit über das Ausmaß der Modenkopplung im betrachteten Wellenleiter.

#### 3.3 Flecken-Interferometrie [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E482]

Die Überlagerung sehr vieler, kohärent angeregter Fasermodes wird von einem quadratischen Detektor (wie z. B. dem Auge) als kompliziertes Interferenzbild registriert; diese ungeordnete Vielzahl heller und dunkler Flecken wird auch Granulationsmuster genannt und verursacht das Modenrauschen [Grau, ONT]. Über das Aussehen vergleichbarer Granulationsmuster im Nah- und Fernfeld sowie bei Betrachtung schräg zur Ausbreitungsrichtung informiert [Schiffner, E21] sehr ausführlich. Neue Darstellungen sind bei [Dainty, L1152], [Takai, L3263] zu finden. Bild 3.6 zeigt Nahfeldaufnahmen der Granulation einer Gradienten- (a,b) und einer Stufenprofil-Faser (c,d) mit räumlich und zeitlich kohärenter (a,c) bzw. zeitlich weniger kohärenter (b,d) Lichtanregung am Fasereingang. Gradienten- und Stufenprofil-Lichtleiter führen nach Gl.(F6-3) und  $\alpha \approx 2$ ,  $V = 34$  bzw.  $\alpha \rightarrow \infty$ ,  $V = 39$  eine Anzahl von  $M_g = 290$  bzw.  $M_g = 760$  Moden, so daß der größeren Zahl von geführten Eigenwellen die kleinere Fleckgröße entspricht. Im Nahfeld wird die kleinste auflösbare Fläche  $a_k^2(r)\pi$  bei der Radiuskoordinate  $r$  der Faserendfläche durch den lokalen Abstrahl-Raumwinkel  $\Omega_k = A_N^2(r)\pi$  der Faser bestimmt, Gl.(F3-17), während die kleinste Raumwinkel-Auflösung  $A_k^2(\gamma)\pi$  beim Fernfeldwinkel  $\gamma$  von der Fläche  $F_k = a_N^2(\gamma)\pi$  abhängt, die zum Feld bei  $\gamma$  beiträgt. Aus Gl.(F4-6) im Vakuum  $n = 1$  erhält man

$$a_k^2(r)\pi = \frac{\lambda^2}{A_N^2(r)\pi}, \quad A_k^2(\gamma)\pi = \frac{\lambda^2}{a_N^2(\gamma)\pi}. \quad (3-6a)$$

Unterstellt man Potenzprofile Gl.(F1-2, 4), so berechnet man aus  $A_N^2(r) = A_N^2 [1 - (r/a)^\alpha] = \sin^2 \gamma$  den Radius  $a_N^2(\gamma) = a^2 [1 - \sin^2 \gamma / A_N^2]^{2/\alpha}$ . Mit der transversalen

### 3.3 Flecken-Interferometrie

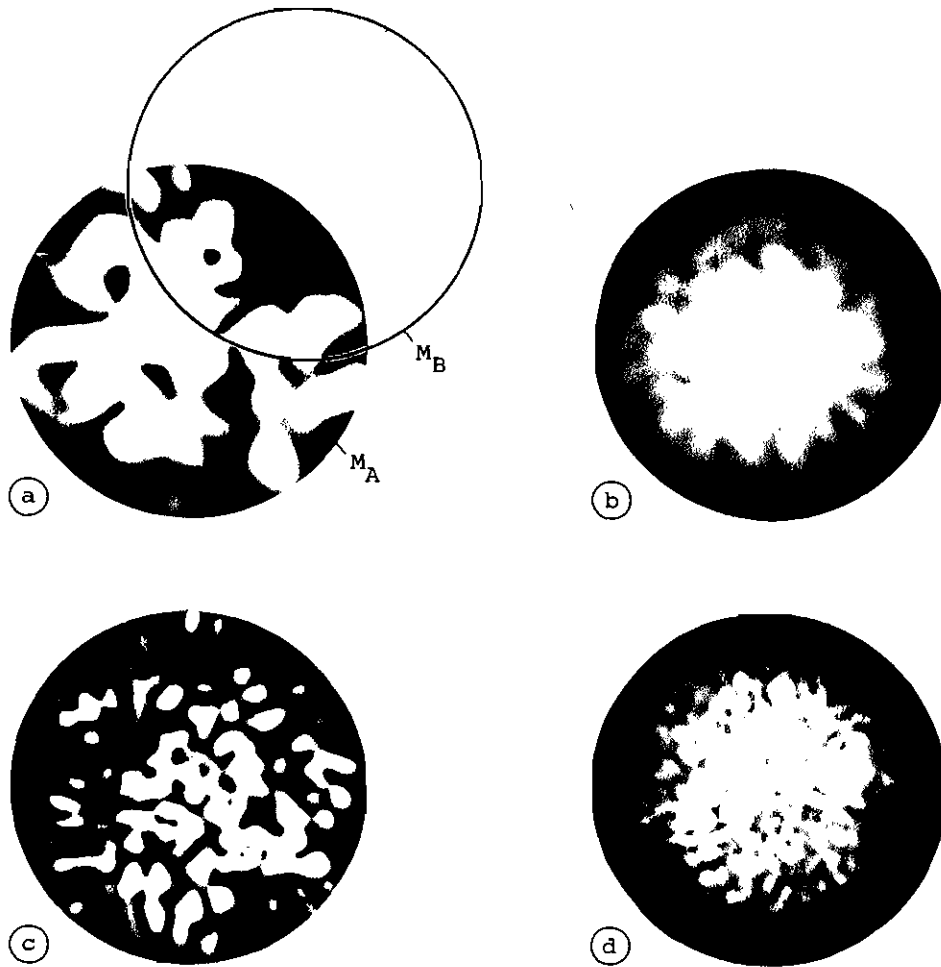


Bild 3.6. Granulation des unpolarisierten Nahfelds

- (a) (b) Gradientenprofil-Faser (B198, Bild 3.2) mit maximalem bzw. geringem Kontrast ( $M_g = 290$ )
- (c) (d) Stufenprofil-Faser mit maximalem bzw. geringem Kontrast ( $M_g = 760$ ).

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Modenzahl  $M_T$ , Gl. (F4-5, 7), die gleich der halben Anzahl geführter Moden  $M_g$  in beiden Polarisierungen ist, Gl. (F6-3),  $M_T = M_g/2 = \frac{\alpha}{\alpha+2} (ak_0 A_N/2)^2$  ( $a$  Kernradius,  $k_0$  Vakuum-Ausbreitungskonstante,  $A_N$  numerische Faserapertur), ergibt sich schließlich

$$a_k^2(r) = \frac{a^2}{M_T \frac{\alpha+2}{\alpha} [1 - (r/a)^\alpha]}, \quad A_k^2(\gamma) = \frac{A_N^2}{M_T \frac{\alpha+2}{\alpha} [1 - (\sin \gamma/A_N)^2]^{2/\alpha}}. \quad (3-6b)$$

Folglich wächst bei Gradienten-Fasern der durchschnittliche Radius heller und dunkler Flecken  $a_k$  bzw.  $A_k$  im Nah- bzw. Fernfeld mit der Entfernung von der Faserachse. Gleichzeitig reduziert sich die mittlere Leistung eines Flecks nach Gl. (6-14, 15a), so daß ein Detektor mit festem Schwellenwert (dem eine kontrastreiche Photographie wie im Bild 3.6 oder auch das Auge entspricht) keine wesentliche Veränderung des Fleckradius erkennt. Für Stufenprofil-Fasern  $\alpha \rightarrow \infty$  findet man das anschauliche Resultat, daß die mittlere Fläche eines Flecks gleich der von der Faser erleuchteten Fläche ist, dividiert durch die Summe  $M_T$  von hellen und dunklen Flecken. Gl. (3-6b) versagt wegen des geometrisch-optischen Ansatzes für  $a_k^2(r)$ ,  $A_k^2(\gamma)$  in der Nähe von  $r = a$ ,  $\sin \gamma = A_N$ .

#### 3.3.1 Kontrast, Frequenzkorrelationsfunktion, Quellen- und Faserbandbreite

Verbiegt man den Lichtleiter oder verschiebt die Frequenz der Lichtquelle, dann variieren die Laufzeitdifferenzen der Moden und das Granulationsmuster verändert sich in Position und Form der Flecken; die Anzahl heller und dunkler Bereiche bleibt im Mittel konstant. Ein Beobachter wähle von diesen  $M_A$  Flecken eine Anzahl  $M_B$  aus, Bild 3.6a, z. B. mit einer Blende. Registriert werde das mittlere Schwankungsquadrat  $\overline{\delta P_B^2}$  und der quadrierte Mittelwert  $\overline{P_B^2}$  der Leistung aller  $M_B$  Flecken an einem Faserensemble. Der Quotient

$$C_{AB}^2 = \frac{\overline{\delta P_B^2}}{\overline{P_B^2}} = \frac{M_A - M_B}{M_B (M_A - 1)} \quad (3-7a)$$

wurde von [Grau, ONT] als quadrierter Kontrast  $C_{AB}$  des Granulationsmusters definiert und aus Beziehungen der Stichprobentheorie [Fisz, L2193] mit  $M_A$  und  $M_B$  verknüpft. Der Kontrast eines einzigen Flecks bleibt entsprechend der exponentiellen Wahrscheinlichkeitsdichte seiner Leistung immer gleich eins, wenn das Granulationsmuster maximalen Kontrast hat. Die Anzahl  $M_A, M_B$  unabhängiger Flecken ist gemäß Gl. (F4-5) als Gesamtzahl der transversalen ( $M_{TA}, M_{TB}$ ) und longitudinalen Freiheitsgrade ( $M_{LA}, M_{LB}$ ) des Feldes zu interpretieren,

$$M_A = 2M_{TA} M_{LA}, \quad M_B = 2M_{TB} M_{LB}, \quad (3-7b)$$

wobei der Faktor 2 die beiden orthogonalen Polarisierungen erfaßt. Transversale Flecken, deren Größe in Gl. (3-6) berechnet wurde, unterscheiden sich in ihrer transversalen Position auf der Faserendfläche. Longitudinale Flecken differieren in der Frequenz der sie konstituierenden Felder. Ihre Anzahl hängt ab vom

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Verhältnis der Lichtquellenbandbreite  $\Delta f_s$  zur sogenannten Korrelationsbandbreite  $\Delta f_k$  des Lichtleiters,

$$M_L = \begin{cases} \Delta f_s / \Delta f_k & \Delta f_k \leq \Delta f_s, \\ 1 & \Delta f_s \leq \Delta f_k. \end{cases} \quad (3-7c)$$

$\Delta f_k$  bezeichnet diejenige Frequenzverschiebung der Lichtquelle von  $f_s$  auf  $f_s + \Delta f_k$ , bei der sich wegen der unterschiedlichen Gruppenlaufzeiten  $t_{gm}$  der einzelnen Moden  $m$  ( $m$  bezeichnet hier allgemein Wellen mit Modenindizes  $\nu_m$ ) eine maximale Phasendifferenz  $\Delta \omega_k (t_{gm} - t_{gn})_{\max} = 2\pi$  ergeben hat, also

$$\Delta f_k = 1/T, \quad T = (t_{gm} - t_{gn})_{\max}, \quad (3-7d)$$

so daß statistische Unabhängigkeit der um  $\Delta f_k$  in der Frequenz verschiedenen Granulationsmuster angenommen werden darf.

Eine sehr einfache Formulierung des Zusammenhangs zwischen Granulationskontrast  $C$ , Korrelationsbandbreite  $\Delta f_k$  und Quellenbandbreite  $\Delta f_s$  wurde von [Freude, Grau, L2358], [Freude, Fritzsche, Grau, L3391] angegeben für den Fall, daß der Detektor kleiner als die Fleckgröße nach Gl.(3-6) ist, so daß  $M_{TB} = 1$  gilt. Besteht eine Quelle aus  $\Delta f_s / \Delta f_M$  äquidistanten Linien im Abstand  $\Delta f_M$ , und hat jede Linie dieselbe Breite  $\Delta f_I$ , dann erhält man für vielwellige Fasern  $M_{TA} \gg 1$  an Stelle von Gl.(3-7a) in einer Polarisation

$$C^2 = \begin{cases} 1 & \Delta f_s \leq \Delta f_k \\ (\Delta f_s / \Delta f_k)^{-1} & \Delta f_M \leq \Delta f_k \leq \Delta f_s \\ \Delta f_M / \Delta f_s & \Delta f_I \leq \Delta f_k \leq \Delta f_M \\ (\Delta f_M / \Delta f_I) (\Delta f_s / \Delta f_k)^{-1} & \Delta f_k \leq \Delta f_I. \end{cases} \quad (3-8)$$

Für Quellen mit nur einer Linie der Breite  $\Delta f_s$  gilt  $\Delta f_I = \Delta f_M = \Delta f_s$ . Mißt man den Kontrast  $C$  und kennt entweder die Quellen- oder die Korrelationsbandbreite der Faser, kann die jeweils dritte Größe bestimmt werden. Messungen [Freude, Grau, L2358] bestätigten Gl.(3-8).

Aus den Gl.(F6-20, F1-3) erhält man bei vernachlässigter chromatischer Dispersion für die maximale Laufzeitdifferenz die Abschätzung

$$T = \begin{cases} 2L \frac{n_g^2}{c} \left( \frac{A_N}{2n_1} \right)^2 & \text{(Stufenprofil)} \\ 2L \frac{n_g^2}{c} \left( \frac{A_N}{2n_1} \right)^4 & \text{(Parabelprofil)} \end{cases} \quad \begin{matrix} (3-9a) \\ (3-9b) \end{matrix}$$

bei einem Wellenleiter der Länge  $L$ , der maximalen Kernbrechzahl  $n_1$ , der Gruppenbrechzahl  $n_{g2}$  im Mantel und der numerischen Apertur  $A_N$ ;  $c$  ist die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit.

Die angeführten Überlegungen konnten von [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E 482] verfeinert und erweitert werden. Ziel war es vor allem, die Übertragungsband-



### 3.3 Flecken-Interferometrie

breite der Faser mit dem Kontrast  $C$  und der Linienform der Lichtquelle in Beziehung zu setzen, d. h. die Abschätzung Gl.(3-8) detaillierter zu formulieren.

Eine schmalbandige, ergodische Lichtquelle mit reinem Kreuzspektrum werde wie in Gl.(F4-1) durch ihr analytisches Signal als Funktion des Ortes  $\vec{r}$  und der Zeit  $t$  beschrieben,

$$\tilde{\Psi}_s(\vec{r}, t) = A_s(t)B_s(\vec{r})e^{j\omega_s t}, \quad \Delta f_s \ll f_s. \quad (3-10)$$

Die spektrale Halbwertsbreite  $\Delta f_s$  sei viel kleiner als die mittlere Frequenz  $f_s = \omega_s / (2\pi)$ . Diese Quelle rege einen Wellenleiter an mit  $M$  orthogonalen Moden  $\phi_m(\vec{r})$ . Die Wellenausbreitung in jedem Modus erfolge verlustfrei. Die Ortsabhängigkeit der Lichtquelle sei durch die Moden  $\phi_m(\vec{r})$  vollständig zu entwickeln. Die zugehörigen Anregungskoeffizienten heißen  $c_m$ , die analytischen Moden-Impulsantworten  $\tilde{g}_m(t)$ , Gl.(F7-13) mit  $\alpha_m = 0$ . Nach Gl.(F4-3a) erhält man am Ausgang des Wellenleiters im Punkt  $\vec{r}_G$  das analytische Summenfeld

$$\tilde{\Psi}_G(\vec{r}_G, t) = \sum_{m=1}^M c_m \phi_m(\vec{r}_G) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) A_s(t-t_1) e^{j\omega_s(t-t_1)} dt_1. \quad (3-11)$$

Für die Leistung  $P_G(f_s) = \Delta F I_G = \frac{1}{2} \langle |\tilde{\Psi}_G(\vec{r}_G, t_0)|^2 \rangle_{t_0} \Delta F$  in einer differentiellen Fläche  $\Delta F$ , zentriert auf den Ort  $\vec{r}_G$ , erhält man durch Mittelung  $\langle \dots \rangle_{t_0}$  in einem Zeitintervall der Länge  $1/\Delta f_s$  nach Gl.(F4-4b)

$$P_G(f_s) = P_s \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \Delta F \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2-t_1) e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2 + \\ + 2P_s \operatorname{Re} \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} c_m c_n^* \frac{1}{2} \phi_m(\vec{r}_G) \phi_n^*(\vec{r}_G) \Delta F \cdot \quad (3-12a)$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_n^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2-t_1) e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2,$$

$$P_s = \langle |A_s(t_0)|^2 \rangle_{t_0}, \quad (3-12b)$$

$$\tilde{\gamma}_{AA}(t) = \langle A_s(t_0) A_s^*(t_0-t) \rangle_{t_0} / P_s,$$

$$\gamma_{AA}(t) = |\tilde{\gamma}_{AA}(t) e^{j\omega_s t}|. \quad (3-12c)$$

$\tilde{\gamma}_{AA}$  ist die normierte Autokorrelationsfunktion des schmalbandigen Amplitudenprozesses  $A_s(t)$ .  $\gamma_{AA}(t)$  bezeichnet die Einhüllende der normierten Quellen-Autokorrelationsfunktion.  $P_s$  steht für die gesamte mittlere, in die Faser eingekoppelte Quellenleistung.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Lokaler Kontrast  $C_G = \frac{\overline{\delta P_G^2(f_s)}}{P_G(f_s)}$  und lokale Frequenzkorrelationsfunktion  $\rho_G(f) = \frac{\overline{\delta P_G(f_s) \delta P_G(f_s + f)}}{\overline{\delta P_G^2(f_s)}}$  [Rawson, L949, L1058] werden als Mittelwerte über ein Faserensemble definiert, das mit Licht gleicher räumlicher und spektraler Verteilung angeregt wird. Die Mittelung bezieht sich auf die Phasen  $\text{arc}[\tilde{g}_m(t)]$ , die stark fluktuieren mögen und sich deshalb so verhalten, wie wenn sie im Intervall  $(0, 2\pi)$  gleichverteilt wären. Um global charakterisierende Größen zu gewinnen, werden die Momente bezüglich des Faserensembles im Kernbereich örtlich gemittelt. Das Zeichen  $\langle \dots \rangle_G$  bedeutet eine Mittelung über die im Kern zugelassenen Positionen  $\vec{r}_G$ . Man erhält dann für den globalen Kontrast  $C$  und die globale Frequenzkorrelationsfunktion  $\rho(f)$  die Definitionen

$$C^2 = \frac{\langle \overline{\delta P_G^2(f_s)} \rangle_G}{\langle \overline{P_G(f_s)^2} \rangle_G} = \frac{|\underline{H}(0)|^2}{2 \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} |c_m c_n^*|^2 |\tilde{g}_m(f_s) \tilde{g}_n^*(f_s)|^2} \quad (3-13a)$$

$$\rho(f) = \frac{\langle \overline{\delta P_G(f_s) \delta P_G(f_s + f)} \rangle_G}{\langle \overline{\delta P_G^2(f_s)} \rangle_G} = \frac{|\underline{H}(f)|^2}{|\underline{H}(0)|^2}. \quad (3-13b)$$

Setzt man Gl.(3-12) in Gl.(3-13a, b) ein, so folgt nach längerer Rechnung

$$|\underline{H}(f)|^2 = 2 \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} |c_m c_n^*|^2 |\tilde{g}_m(f_s) \tilde{g}_n^*(f_s)|^2 \gamma_{AA}^2(t_{gm} - t_{gn}) \cos \omega(t_{gm} - t_{gn}). \quad (3-13c)$$

Die Ergebnisse der Gl.(3-13) gelten für beliebige Wellenleiter unter den folgenden Voraussetzungen:

1. Die schmalbandige Lichtquelle  $\Delta f_s \ll f_s$  hat ein reines Kreuzspektrum, d. h. eine Faktorisierung in Zeit- und Ortsfunktion ist möglich (vgl. Text nach Gl.(F4-1)).
2. Zufallsprozesse sind ergodisch.
3. Der verlustarme Wellenleiter führt  $M \gg 1$  orthogonale Moden. Modenkopplung wird vernachlässigt. Für die Halbwertsbreite  $\Delta f_g$  der Modenübertragungsfunktion  $\tilde{g}_m(f)$  (Fourier-Transformierte der Impulsantwort  $\tilde{g}_m(t)$ , die auf die Gruppenlaufzeit  $t_{gm}$  des Modus  $m$  zentriert ist) gelte  $\Delta f_s \ll \Delta f_g \ll f_s$ . Bei verlustlosen Wellenleitern ist  $|\tilde{g}_m(f_s)| = 1$  für alle  $m$ , Gl.(F7-13), und der Nenner in Gl.(3-13a) wird 1.
4. Die Frequenzverschiebung  $f$  sei wesentlich kleiner als die reziproke effektive Schwankung der Gruppenlaufzeit-Differenzen  $t_{gm} - t_{gn}$  im Wellenleiter-Ensemble,  $f \ll 1/\sqrt{\delta(t_{gm} - t_{gn})^2}$ .
5. Um den Ortsmittelwert  $\langle \dots \rangle_G$  zu berechnen, muß der Ausdruck  $\langle \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \frac{1}{2} |\phi_n(\vec{r}_G)|^2 \rangle_G$  ausgewertet werden. Für planare Schicht- und rechteckige Stufenprofil-Wellenleiter, die sehr viele Moden führen, können die Felder

### 3.3 Flecken-Interferometrie

$\phi_m(\vec{r}_G)$  durch Sinus-Funktionen genähert werden; im Falle der Stufenprofil-Faser werden die Ergebnisse des rechteckigen Stufenprofil-Wellenleiters näherungsweise benutzt. Man erhält

$$\left\langle \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \frac{1}{2} |\phi_n(\vec{r}_G)|^2 \right\rangle_G \approx \left\langle \frac{1}{2} |\phi_l(\vec{r}_G)|^2 \right\rangle_G^2 = \text{const}$$

unabhängig von den Modenindizes  $m, n, l$ , wenn über den Wellenleiterquerschnitt gemittelt wird; der zweite Gleichungsteil entspricht der Orthogonalitätsrelation  $\int_{\vec{r}_G} \frac{1}{2} |\phi_l(\vec{r}_G)|^2 d^2 \vec{r}_G = 1$ , vgl. Gl. (F2-8). Für Gradientenprofil-Fasern ist diese Approximation schlechter, weil die Felder vom sinusförmigen Verlauf deutlich abweichen. An einer idealen Parabelfaser Gl. (F1-5) mit dem Eigenfunktionsystem der Gauß-Laguerre-Moden Gl. (F2-7) läßt sich jedoch numerisch zeigen, daß

$$\frac{2}{M(M-1)} \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} \left\langle \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \frac{1}{2} |\phi_n(\vec{r}_G)|^2 \right\rangle_G \approx 1,33 \text{ const}$$

(statt const wie oben) gilt mit einer Standardabweichung der Summanden von 0,6 const. Diese Näherungsbeziehung trifft für V-Parameter im Bereich  $16 \leq V \leq 38$  zu; bei der Auswertung ist zu beachten, daß  $m = (\nu\mu)$  die Moden durchnummeriert. Die einzelnen Moden waren zufällig gegeneinander rotiert. Bei allen realen Fasern wird die Standardabweichung geringer sein, da der Einfluß der Kern-Mantel-Grenze die Felder im Kern sinus-ähnlicher verteilt.

Als Folge dieser Ergebnisse wird der Mittelwert  $\left\langle \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \frac{1}{2} |\phi_n(\vec{r}_G)|^2 \right\rangle_G$  als konstant und von den Modenindizes  $m + n$  unabhängig angesehen, so daß sich dieser Faktor in den Gl. (3-13a, b) herauskürzt und in Gl. (3-13c) nicht mehr erscheint.

6. Mittelwerte über das zeitinvariante Wellenleiterensemble sollen durch Zeitmittelwerte an einem Wellenleiter ersetzt werden; dessen Modenausbreitungskonstanten  $\beta_m$  fluktuieren zufällig. Hat das Spektrum dieser Schwankungen eine charakteristische Eckfrequenz  $\Delta f_\beta$ , und wird die schwankende Leistung  $P_G(f_s)$  mit einer elektronischen Bandbreite  $\Delta f_p$  detektiert, dann möge mit der spektralen Quellenbreite  $\Delta f_s$  die Größenordnungsbeziehung  $\Delta f_\beta \ll \Delta f_p \ll \Delta f_s$  gelten.

Physikalisch kann Gl. (3-13c) folgendermaßen interpretiert werden: Moduliert man die mittlere Quellenleistung,

$$P_s(t) = P_s [1 + m(t)], \quad \langle m(t_0) \rangle_{t_0} = 0, \quad (3-14)$$

dann wird das Quellensignal mit  $\sqrt{1+m(t)}$  (als Phase der Modulation wurde null angenommen) verändert, Gl. (F7-14) mit  $M_0 = 1$ . Entsprechend ist in Gl. (3-12a)  $\tilde{Y}_{AA}(t_2 - t_1)$  durch  $\sqrt{1+m(t-t_1)} \sqrt{1+m(t-t_2)} \tilde{Y}_{AA}(t_2 - t_1)$  zu ersetzen. Die gesamte Leistung  $P_L(t)$  am Ende eines Wellenleiters der Länge  $L$  erhält man durch In-

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Integration von  $P_G(f_s)$  über die Querschnittsfläche, wobei wegen der Orthogonalität der Moden die Kreuzterme der Doppelsumme von Gl.(3-12a) keinen Beitrag liefern, Gl.(F7-15). Mit verschiedenen Annahmen läßt sich das Wurzelprodukt durch  $1 + \frac{m(t-t_1)}{2} + \frac{m(t-t_2)}{2}$  nähern, Gl.(F7-16):

7. Entweder fordert man Kleinsignalmodulation  $m(t) \ll 1$ , oder Schmalbandmodulation, wobei  $\underline{m}(f)$ , die Fourier-Transformierte von  $m(t)$  nach Gl.(F3-18), eine spektrale Halbwertsbreite  $\Delta f_m$  habe, die wesentlich kleiner sei als die spektrale Halbwertsbreite  $\Delta f_g$  der Modenübertragungsfunktion  $\tilde{g}_m(f)$ ,  $\Delta f_m \ll \Delta f_g$ .

Aus Gl.(F7-17) erhält man dann in vereinfachter Schreibung

$$P_L(t) = P_S \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) [1 + m(t-t_1)] dt_1, \quad (3-14a)$$

$$h(t) = \operatorname{Re} \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \tilde{g}_m(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2-t) e^{j\omega_s(t_2-t)} dt_2. \quad (3-14b)$$

$h(t)$  heißt Leistungs-Impulsantwort des Wellenleiters und hängt im Gegensatz zur Moden-Impulsantwort  $\tilde{g}_m(t)$  von den Anregungsbedingungen und den Kohärenzeigenschaften der Quelle ab.

Beachtet man die Voraussetzung 3, daß die Lichtquelle monochromatisch im Vergleich zur Modenbandbreite  $\Delta f_g$  sei und folglich chromatische Dispersion vernachlässigt werden darf, dann kann man nach Gl.(F7-19) das Betragsquadrat der Leistungs-Übertragungsfunktion  $|h(f)|^2$  angeben, wobei  $\tilde{\gamma}_{AA}(t_{gm} - t_{gn}) \approx \gamma_{AA}(0) = 1$  ist,

$$|h(f)|^2 = 2 \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} |c_m c_n^*|^2 |\tilde{g}_m(f_s) \tilde{g}_n^*(f_s)|^2 \gamma_{AA}^2(0) \cos \omega(t_{gm} - t_{gn}). \quad (3-15)$$

Vergleicht man die Gln.(3-15, 13c), so erkennt man, daß für eine monochromatische Quelle  $|H(f)| = |h(f)|$  gilt. Der Kontrast wird  $C = 1$ . Die Frequenzkorrelationsfunktion entspricht dem Betragsquadrat der Leistungs-Übertragungsfunktion,  $\rho(f) = |h(f)|^2$ .

Hat man daher mit einer beliebigen Quelle  $\rho(f)$  gemessen und die Parameter der Funktion Gl.(3-13b) den Meßwerten angepaßt, kann man anschließend  $\rho(f)$  für  $\Delta f_s \rightarrow 0$  berechnen und die Faserbandbreite  $\Delta f_h$  aus  $\rho(\Delta f_h) = 1/4$  bestimmen. Chromatische Dispersion wird dabei vernachlässigt. Das ist zulässig, weil selbst für breitbandige Gradienten-Fasern typische Halbwertsbreiten  $\Delta t_h$  der Leistungs-Impulsantwort  $h(t)$  bei  $\Delta t_h/L = 1 \text{ ns km}^{-1}$  liegen, während nach Bild F10 für Wellenlängen  $\lambda_s \geq 0,8 \mu\text{m}$  die Materialdispersion  $|G_\lambda^M| \leq 0,1 \text{ ns km}^{-1} \text{ nm}^{-1}$  bleibt. Subtrahiert man für diesen ungünstigen Fall und eine typische Quellen-Linienbreite von  $\Delta \lambda_s = 2 \text{ nm}$   $\Delta t_h$  und Farbdispersion quadratisch, vgl. Gl.(F7-20a, 5), so resultiert ein Moden- oder Laufzeitdispersionsanteil  $\sqrt{1-0,04} \text{ ns km}^{-1} = 0,98 \text{ ns km}^{-1}$ , der um nur 2 % von der Gesamtverbreiterung abweicht.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Zur weiteren analytischen Untersuchung von Gl.(3-13) müssen Modelle für die Faser und die Lichtquelle angegeben werden. Die Impulsantwort einer Stufenprofilfaser besteht nach Gl.(F6-20a) unter Vernachlässigung chromatischer Dispersion aus einer Folge von  $\delta$ -Impulsen, die gleichmäßig auf den Laufzeitbereich  $1 \leq \frac{c}{Ln_{g2}} t_{g\delta} \leq 1 + \Delta$  verteilt sind; dabei ist die Modendichte  $m(\delta) = (ak_0 n_1)^2$  nach Gl.(F6-5) konstant. Für verlustlose Wellenleiter gelte nach Gl.(F7-13)

$$|\tilde{g}_m(f_s)| = 1 \quad \text{für alle } m. \quad (3-16a)$$

Da jeweils benachbarte Moden einer Stufenprofilfaser dieselbe Laufzeitdifferenz  $\Delta t$  haben, gilt

$$t_{gm} - t_{gm-1} = \Delta t, \quad 2 \leq m \leq M, \quad T = (M-1)\Delta t. \quad (3-16b)$$

Die Approximation Gl.(3-16) bleibt auch für Parabelprofilfasern richtig: Zwar wächst bei gleichem Inkrement  $\delta\delta$  die Gruppenlaufzeitdifferenz  $dt_{g\delta} \sim \delta$  nach Gl.(F6-20b), doch steigt gleichzeitig die Anzahl der zugehörigen Moden wegen  $m(\delta) \sim \delta$  nach Gl.(F7-13) im selben Maße an, so daß man die gewichtete  $\delta$ -Impulsfolge mit wachsenden Laufzeitdifferenzen durch eine gleichförmig gewichtete  $\delta$ -Impulsfolge mit gleichen Laufzeitdifferenzen ersetzen darf. Die Summen in Gl.(3-10c) können wegen  $M \gg 1$  in Integrale umgewandelt werden,

$$\sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} f(t_{gm} - t_{gn}) \approx \int_{m=0}^M \int_{n=0}^m f[(m-n)\Delta t] dn dm.$$

Weiterhin wird eine gleichförmige Anregung aller Moden vorausgesetzt,  $|c_m|^2 = |c_n|^2 = \frac{1}{M}$ . In Tabelle 3.7 sind die Ergebnisse für verschiedene Lichtquellenspektren  $\theta_{AA}(f)$  (Fourier-Transformierte der Autokorrelation  $\gamma_{AA}(t)$ , Gl.(F3-18)) zusammengestellt. Verwendet wurde, beginnend mit Gl.(3-17) Tabelle 3.7, eine monochromatische Linie, ein Lorentz- und ein Gauß-Spektrum der jeweiligen Halbwertsbreite  $\Delta f_s$ , eine Doppellinienquelle mit zwei monochromatischen Linien im Abstand  $\Delta f_s$  und ein Viellinienspektrum mit beliebiger, aber identisch wiederholter Kurvenform der Einzellinien; die einzelne Linie  $\theta_{II}(f)$  hat eine Halbwertsbreite von  $\Delta f_I$ , der Linienabstand beträgt  $\Delta f_M$  und die gesamte Halbwertsbreite des Spektrums wiederum  $\Delta f_s$ .

Im Bild 3.8 sind die Gl.(3-8, 18, 19, 20) für den Kontrast C graphisch dargestellt. Man sieht, daß die Abschätzung Gl.(3-8) für eine Einlinienquelle  $\Delta f_I = \Delta f_M = \Delta f_s$  einem Meßwert C wesentlich zu hohe Quotienten  $\Delta f_s / \Delta f_k$  zuordnet, und daß aus dem Verlauf von C Rückschlüsse auf die spektrale Form der Lichtquelle gezogen werden können.

Bild 3.9 zeigt den Kontrast für eine Viellinienquelle mit lorentz-förmigen Einzellinien nach Gl.(3-21) Tabelle 3.7 bzw. nach der Abschätzung Gl.(3-8). Für Quellenbandbreite, Linienabstand und -breite wurden die Verhältnisse  $\Delta f_s : \Delta f_M : \Delta f_I = 100 : 10 : 1$  gewählt, wie sie für Viellinienspektren bei Halbleiter-

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Gl.	$\theta_{AA}(f)$	$\gamma_{AA}(t)$	$c^2$	$\rho(f)$
(3-17)	$\delta(f)$	1	1	$\left(\frac{\sin \varphi_f / 2}{\varphi_f / 2}\right)^2$
(3-18)	$\frac{2 / (\pi \Delta f_s)}{1 + (2f / \Delta f_s)^2}$	$e^{-\pi \Delta f_s  t }$	$\frac{e^{-\varphi_L + \varphi_L - 1}}{\varphi_L^2 / 2}$	$\varphi_L^2 \left[ \varphi_L + \frac{\varphi_L^2 - \varphi_L^2}{2 + \varphi_L} - e^{-\varphi_L} \left( \frac{\varphi_L^2 - \varphi_L^2}{2} \cos \varphi_f + \frac{2 \varphi_L \varphi_f}{\varphi_L^2 + \varphi_L^2} \sin \varphi_f \right) \right] \left[ (e^{-\varphi_L + \varphi_L - 1}) (\varphi_f^2 + \varphi_L^2) \right]$
(3-19)	$\frac{1}{\Delta f_s} \sqrt{\frac{\ln 16}{\pi}} e^{-x^2 \ln 16 / \Delta f_s^2}$	$e^{-(\pi \Delta f_s t)^2 / \ln 16}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{\varphi_G} \cdot \text{erf}(\varphi_G) + \frac{1}{\varphi_G^2} (e^{-\varphi_G^2} - 1)$	$\varphi_f = 2\pi f / \Delta f_k \quad \varphi_L = 2\pi \Delta f_s / \Delta f_k$ $\varphi_G = \frac{\pi}{\sqrt{\ln 2}} \Delta f_s / \Delta f_k \quad \varphi_M = 2\pi \Delta f_M / \Delta f_k$ $F = \ln 4 \Delta f_M / \Delta f_s \quad \Delta f_k = 1/T \approx 1 / (M \Delta t)$
(3-20)	$\frac{1}{2} \delta(f + \Delta f_s / 2) + \frac{1}{2} \delta(f - \Delta f_s / 2)$	$\cos(\pi \Delta f_s t)$	$\frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\sin(\varphi_L / 2)}{\varphi_L / 2} \right)^2 \right]$	$\Delta f_s$ Halbwertsbreite von $\theta_{AA}(f)$ $\Delta f_M$ Linienabstand $\Delta f_I$ Halbwertsbreite von $\theta_{II}(f)$ $\Delta f_k$ Kohärenzbandbreite
(3-21)	$\frac{\cosh F - 1}{\sinh F} \int_{k=-\infty}^{+\infty} e^{- k F} \theta_{II}(f - k \Delta f_M)$	$\frac{\cosh F - 1}{\cosh F - \cos \Delta \omega t} Y_{II}(t)$	$2(\cosh F - 1)^2 \int_0^1 \frac{(1-x)^2 (x/\Delta f_k)}{(\cosh F - \cos \varphi_k x)^2} dx$	

**Tabelle 3.7.** Auswertung von Gl. (3-13) für ein Fasermodell (Stufenprofil- bzw. Parabelprofil-Lichtleiter) mit maximaler Laufzeitdifferenz  $T = 1/\Delta f_k$  bei gleichförmiger Anregung aller  $M \gg 1$  Fasermoden.

Gl. (3-17): Linienspektrum; Gl. (3-18): Lorentz-Spektrum; Gl. (3-19): Gauß-Spektrum;

Gl. (3-20): Doppel-Linienspektrum; Gl. (3-21): Multimodenspektrum mit beliebigem, aber identisch wiederholtem Spektrum.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

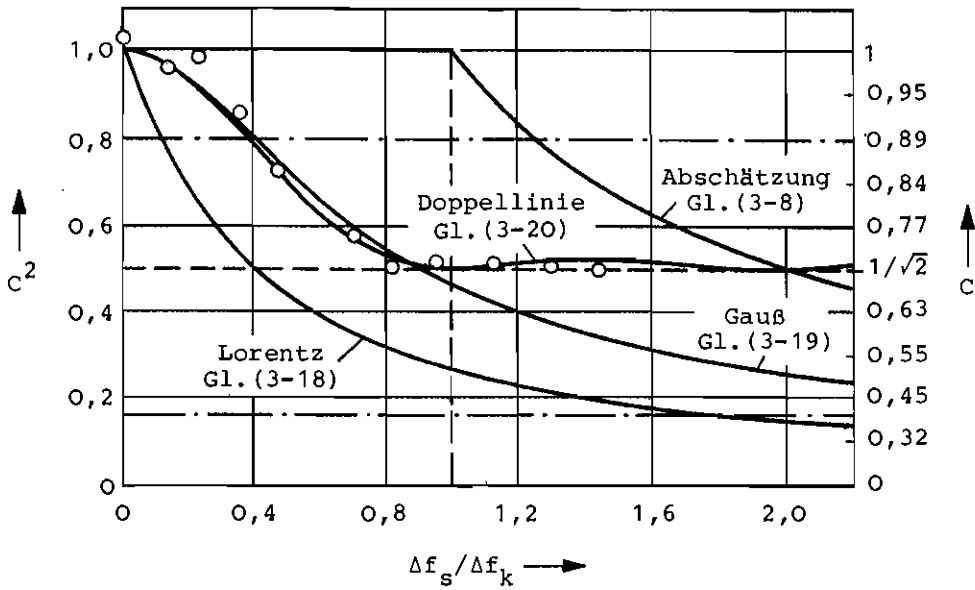


Bild 3.8. Kontrast  $C^2$ ,  $C$  für verschiedene Quellspektren. Die strichpunktieren Horizontalen markieren den sinnvollen Meßbereich.  
 O gemessen [Freude, Fritzsche, Grau, L3391] mit einer Doppellinienquelle variablen Linienabstands  $\Delta f_s$ ;  $\Delta f_k = 61$  GHz (Gradientenfaser,  $L = 3,2$  m).  
 (nach [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E 482]).

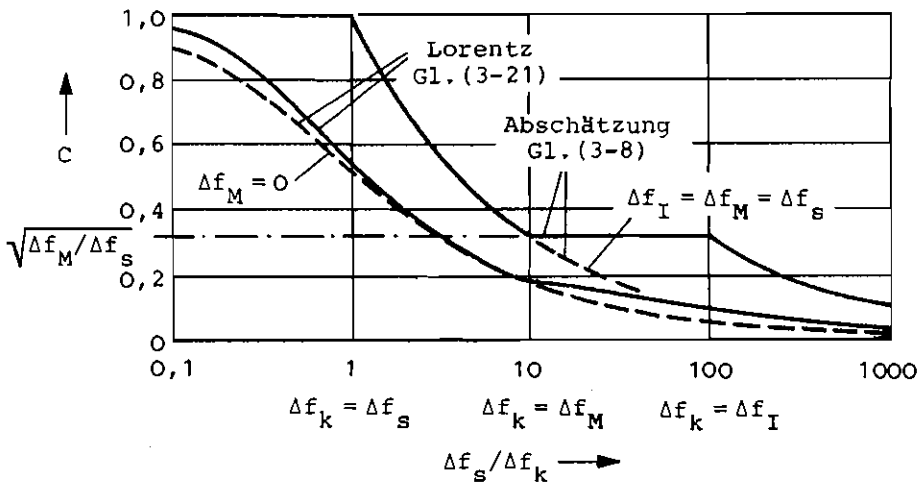


Bild 3.9. Kontrast  $C$  für eine Viellinienquelle mit  $\Delta f_s : \Delta f_M : \Delta f_I = 100 : 10 : 1$ . Die Einzelinie bei der Kurve Gl. (3-21) ist lorentz-förmig. Strichlierte Kurven ersetzen die Viellinienquelle durch ein 1-Linien-Spektrum gleicher Breite,  $\Delta f_M = 0$  bzw.  $\Delta f_I = \Delta f_M = \Delta f_s$ .

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Lasern mit  $\Delta f_I \approx 10$  GHz typisch sind, Bild 3.12. Strichliert eingetragen ist in beiden Fällen der Kontrast, der sich für eine Lorentz-förmige Einzellinie derselben Quellenbandbreite  $\Delta f_s$  aus Gl.(3-21) Tabelle 3.7 für  $\Delta f_M = 0$  bzw. aus Gl.(3-18) Tabelle 3.7 ergäbe, und die Abhängigkeit Gl.(3-8) für  $\Delta f_I = \Delta f_M = \Delta f_s$ . Man erkennt, daß die Abschätzung Gl.(3-8) im Vergleich zu Gl.(3-21) für ein gegebenes Verhältnis  $\Delta f_s/\Delta f_k$ , also für ein bekanntes Verhältnis von Quellen- und Kohärenzbandbreite bzw. für ein festes Produkt  $\Delta f_s L$ , Gl.(3-7d, 9), zu große Kontrastwerte liefert und damit auch zu hohes Modenrauschen voraussagen würde. Das realistischere Modell der Gl.(3-21) Tabelle 3.7 weist zwei deutlich unterschiedene Bereiche unterhalb und oberhalb des Abszissenwertes  $\Delta f_s/\Delta f_k = \Delta f_s/\Delta f_M$  auf, die große Ähnlichkeit haben, wenn man von einer vertikalen Maßstabsverschiebung absieht. Entsprechendes gilt für die Abschätzung Gl.(3-8). Die beiden Plateaus approximieren Bereiche, in denen man entweder die Einzellinien des Viellinienspektrums nicht erkennen kann,  $\Delta f_s \leq \Delta f_k$ , oder die Struktur einer Einzellinie noch nicht auflöst,  $\Delta f_M \leq \Delta f_k \leq \Delta f_I$ . Dieser charakteristische, wie für Gl.(3-21) abgerundete Verlauf konnte durch Messungen  $C = C(L \sim 1/\Delta f_k)$  an verschieden langen Faserstücken bestätigt werden [Dändliker, E483], [Schmid, L4150]. Will man aus gemessenen Kontrastwerten auf die Quellen- bzw. Kohärenzbandbreite und von da über  $\rho(f)$  auf die Breite  $\Delta f_h$  der Leistungs-Übertragungsfunktion schließen, so genügt es in vielen Fällen, vergleicht man die strichlierten und durchgezogenen Kurven von Bild 3.9, einen 1-Linien-Ansatz auch für eine Viellinienquelle zu machen.

Mehr Information enthält die Frequenzkorrelationsfunktion  $\rho(f)$ , die für verschiedene Spektralbreiten  $\Delta f_s$  der 1-Linien-Lorentzquelle Gl.(3-18) Tabelle 3.7 und für verschiedene Korrelationsbandbreiten  $\Delta f_k$  im Bild 3.10 aufgezeichnet ist. Diese Parameter können aus einer Anpassung gemessener Werte  $\rho(f)$  an die Beziehung Gl.(3-18) bestimmt werden.

#### 3.3.2 Experimentelle Ergebnisse

Messungen wurden mit einem Aufbau nach Bild 3.11 durchgeführt. Eine 1-Linien-Quelle (Mitsubishi: TJS-Laser,  $\lambda_s = 0,89 \mu\text{m}$ ) oder eine Viellinienquelle (AEG V-Nut-Laser,  $\lambda_s = 0,82 \mu\text{m}$ ) ist auf  $\Delta = \pm 0,01$  K genau temperaturgeregelt und wird über die 1- $\mu\text{H}$ -Drossel, die den 50- $\Omega$ -Impulseingang entkoppelt, mit einem hochstabilisierten und fein verstellbaren Gleichstrom I gespeist. Zwei Mikroskopobjektive kollimieren und fokussieren das Licht. Ein zwischengeschalteter Gittermonochromator mit einer Auflösung  $\Delta\lambda \geq 0,2 \text{ \AA}$  unterdrückt entweder Nebenmoden des 1-Linien-Lasers oder selektiert Anteile des Modenkamms beim Viellinienlaser. Das Licht wird über eine angerauchte (1000 Körner/ $\text{mm}^2$ ) Endfläche in die Faser eingekoppelt und regt deswegen eine nahezu gleichförmige Modenleistungsverteilung an (Approximation eines Lambert-Strahlers Gl.(F6-10) und folgender Text). Das Fernfeld enthält wegen der Transformationsbeziehung Gl.(F3-3) dieselbe Information wie das Nahfeld und kann folglich in gleicher Weise zu Aussagen



### 3.3 Flecken-Interferometrie

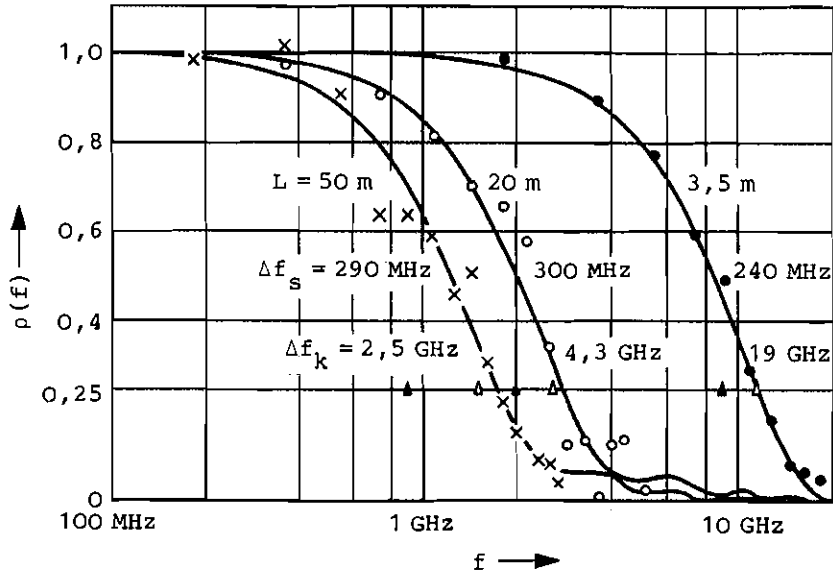


Bild 3.10. Frequenzkorrelationsfunktion  $\rho(f)$  einer Lorentz-1-Linien-Quelle nach Gl. (3-18) Tabelle 3.7 mit der Bandbreite  $\Delta f_s$ , berechnet für eine Stufenprofilfaser der Kohärenzbandbreite  $\Delta f_k$ .

x, o, • Meßwerte für  $\rho(f)$ ,

▲ Meßwerte für  $\Delta f_h$ ,

△ erwartete  $\Delta f_h$  von Gl. (3-13) Tabelle 3.7 für  $\Delta f_s = 0$ .

(nach [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E482]).

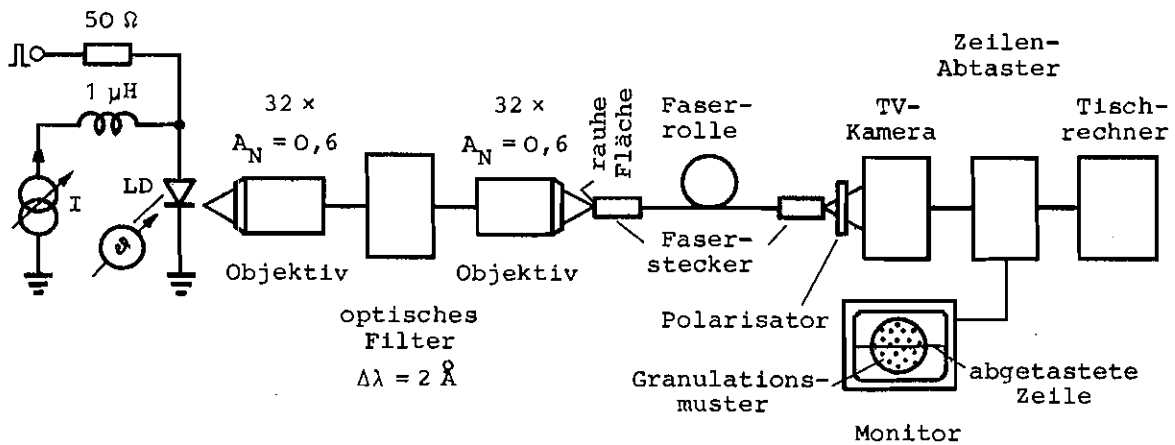


Bild 3.11. Meßaufbau zur Registrierung der Frequenzkorrelationsfunktion  $\rho(f)$  bzw. des Kontrasts  $C$ . 1-Linien-Quelle LD (Mitsubish TJS-Laser,  $\lambda_s = 0,89 \mu\text{m}$ ) oder Viellinienquelle (AEG V-Nut-Laser,  $\lambda_s = 0,82 \mu\text{m}$ ). Die TV-Kamera kann durch einen kleinflächigen Detektor ersetzt werden. Die Schleifen der Faserrolle lassen sich durch einen Luftstrom oder mit einer mechanischen Vorrichtung zufällig bewegen.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Über das Granulationsmuster herangezogen werden, was durch Messungen bestätigt wurde. Eine Fernsehkamera oder ein kleinflächiger Detektor analysieren das Fernfeld in einer Polarisation und transferieren die Daten in einen Tischrechner. Die Entfernung der lichtempfindlichen Flächen von der Faserendfläche wurde so gewählt, daß die Winkelauflösung von Kamera und Detektor deutlich besser als die mittlere Fleckgröße war.

Der 1-Linien-Laser kann durch Verändern der Temperatur  $\vartheta$  in der Mittenfrequenz  $f_s$  abgestimmt werden. Mit dem Gittermonochromator und 7 GHz Auflösung wurde  $\Delta f_s / \Delta \vartheta = 37 \text{ GHz/K}$  gemessen für  $\vartheta = 8^\circ \text{C}$ . Entsprechend der Temperaturunsicherheit  $\Delta \vartheta$  war eine Frequenzverschiebung nur mit einem Fehler von  $\pm 370 \text{ MHz}$  zu bestimmen. Mit dieser 1-Linien-Lichtquelle wurde die Frequenzkorrelationsfunktion einer Stufenprofilfaser (D7F8a, Kern/Mantel-Durchmesser  $200 \mu\text{m}/230 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,3$ , Dämpfung  $24 \text{ dB/km}$  bei  $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$ ) für verschiedene Lichtleiterlängen  $L$  gemessen. Die Ensemble-Mittelung in Gl.(3-13b), die ein Maß für die Ähnlichkeit zweier Granulationsmuster bei verschiedenen Frequenzen liefert, wurde durch eine Ortsmittelung der Leistung  $P_G(f_s) = P_x(f_s)$  entlang eines Fernfelddurchmessers  $x$  ersetzt; dort bleibt für Stufenprofilfasern die mittlere Leistung konstant, während bei Gradientenfasern entlang einem zentrierten Kreis detektiert werden sollte [Freude, Grau, L2358]. Statt  $\overline{\delta P_G(f_s) \delta P_G(f_s + f)}$  berechnet man also  $\langle \delta P_x(f_s) \delta P_x(f_s + f) \rangle_x = \frac{1}{X} \int_0^X \delta P_x(f_s) \delta P_x(f_s + f) dx$ . Diese Korrelation wurde für verschiedene Durchmesser ausgewertet. Die Resultate wurden für jeweils identische Frequenzverschiebungen  $f$  gemittelt, um die Vorschrift  $\langle \dots \rangle_G$  in Gl.(3-13a, b) zu erfüllen.

Bild 3.10 zeigt Meßwerte  $\rho(f)$  für die Faserlängen  $L = 3,5 \text{ m}, 20 \text{ m}, 50 \text{ m}$ . Die Parameter  $\Delta f_s, \Delta f_k$  der Gl.(3-18) Tabelle 3.7 für die Lorentz-Linie wurden durch Anpassung nach der Methode der kleinsten relativen Fehlerquadrate ermittelt mit den Resultaten  $\Delta f_s = 240 \text{ MHz}, 300 \text{ MHz}, 290 \text{ MHz}$  und  $\Delta f_k = 19 \text{ GHz}, 4,3 \text{ GHz}, 2,5 \text{ GHz}$ . Aus der Korrelationsbandbreite kann mit Gl.(3-17) Tabelle 3.7 für verschwindende Linienbreite  $\Delta f_s = 0$  die Halbwertsbreite der Leistungs-Übertragungsfunktion  $|h(f)|$  für Stufen- und Gradientenprofilfasern bei  $\rho(\Delta f_h) = 1/4$  abgelesen werden,

$$\Delta f_h = 0,60 \Delta f_k, \quad (3-22a)$$

so daß  $\Delta f_h = 11 \text{ GHz}, 2,6 \text{ GHz}, 1,5 \text{ GHz}$  resultiert. Aus [Moslehi, L3357] läßt sich mit einem planaren Fasermmodell, das Moden ignoriert und nur Vielfachreflexionen betrachtet, der Zusammenhang erschließen [Freude, Fritzsche, Grau, L3391]

$$\Delta f_h = 0,42 \Delta f_k. \quad (3.22b)$$

Nach [Snyder, Sect.3-1, 3-3, E484] beschreiben die am planaren Wellenleiter gefundenen Lösungen für die geometrisch-optische Impulsdispersion ebenfalls die Stufen- und Gradientenprofilfaser. Man erhielte  $\Delta f_h = 8,0 \text{ GHz}, 1,8 \text{ GHz}, 1,1 \text{ GHz}$ .

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Bei Impulsmodulation der 1-Linien-Quelle vom Bild 3.11 wurden gauß-förmige Lichtimpulse der zeitlichen Halbwertsbreite 200 ps in die Faser injiziert und Ausgangsimpulse der Halbwertsbreiten  $\Delta t_h = 220$  ps, 285 ps, 490 ps gemessen. Berechnet man für Gauß-Impulse mit  $\Delta f_h \approx 0,44/\sqrt{\Delta t_h^2 - \Delta t_{\text{Ref}}^2}$  die auf eine Referenz-Impulsbreite  $\Delta t_{\text{Ref}}$  bezogenen Übertragungsbandbreiten  $\Delta f_h = 2,2$  GHz, 1,4 GHz, 0,82 GHz bei den Faserlängen  $L = (20 - 3,5)$ m,  $(50 - 20)$ m,  $(50 - 3,5)$ m, so kann man diese Meßwerte in Form eines Bandbreite-Länge-Produkts  $\Delta f_h L^{0,86} = 69$  MHz km<sup>0,86</sup> ausdrücken. Für die Faserlängen  $L = 3,5$  m, 20 m, 50 m folgen daraus die Faserbandbreiten  $\Delta f_h = 9$  GHz, 2 GHz, 0,9 GHz, gefüllte Dreiecke im Bild 3.10. Diese Zahlen weichen im Mittel um -27 % von den aus Gl.(3-22a) und um +14 % von den aus Gl.(3-22b) berechneten Werten ab, jedoch ist der Fehler der Frequenzverschiebung  $f$  und damit der Korrelationsbandbreite  $\Delta f_k$  mit  $\pm 370$  MHz so groß, daß man an Hand dieser Ergebnisse keines der beiden Fasermodelle als besser erkennen kann.

Die aus Bild 3.10 errechnete Quellenbandbreite von im Mittel 280 MHz wich um nur +10 % von der Spektralbreite ab, die mit einem Michelson-Interferometer gemessen wurde [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E482].

Hat man die Frequenzkorrelationsfunktion gemessen und damit die Korrelationsbandbreite kalibriert, so kann man aus einer Kontrastmessung auf die Quellenbandbreite beliebiger Lichtquellen schließen. Für die unterstellten ergodischen Prozesse ersetzt man die Ensemble-Mittelung in Gl.(3-13a) durch die zeitliche Mittelung der Leistung  $P_G(f_s)$  am Ort  $\vec{r} = \vec{r}_G$  bei zufällig bewegter Faser und mittelt die berechneten Momente für verschiedene  $\vec{r}_G$ . Als zweite Möglichkeit bietet sich die örtliche Abtastung des stillstehenden Granulationsmusters an, am besten entlang eines zentrierten Kreises, vgl. die Bemerkungen zu  $\rho(f)$  vor Gl.(3-22a). Das letzte Verfahren eignet sich besonders für die Auswertung photographisch oder numerisch gespeicherter Granulationsmuster [Freude, Grau, L2358], während die erste Methode für die direkte Messung am einfachsten ist.

An den im Bild 3.10 untersuchten Faserstücken der Längen  $L = 3,5$  m, 20 m, 50 m wurden mit dem 1-Linien-Laser ( $\Delta f_s \approx 300$  MHz) Kontraste von  $C = 0,96$ ,  $0,92$ ,  $0,83$  gemessen, was mit den angegebenen Kohärenzbandbreiten unter Annahme einer Lorentz-Linie Bild 3.8 auf  $\Delta f_s = 760$  MHz, 360 MHz, 410 MHz führt. Wie noch gezeigt werden wird, Gl.(3-24), sollte für ausreichende Meßgenauigkeit die Bedingung  $0,4 \leq C \leq 0,9$ ,  $0,12 \leq \Delta f_s/\Delta f_k \leq 1,8$  eingehalten werden, Bild 3.8, was für die Faserlänge  $L = 3,5$  m nicht möglich war. Mittelt man die beiden kleineren Zahlen für  $\Delta f_s$ , so resultiert  $\Delta f_s = 380$  MHz; die aus Bild 3.10 berechneten Quellenbandbreiten sind im Mittel um 26 %, die interferometrisch ermittelte Breite ist um 36 % kleiner. Die drei Experimente waren zeitlich soweit versetzt, daß sich wegen der Alterung des Lasers die Injektionsströme deutlich unterschieden.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Bild 3.12 demonstriert den Einfluß der optischen Verstärkung auf die Linienbreite. Verschiedene Einzellinien des Spektrums Bild 3.12a wurden in die Stufenprofilfaser  $L = 3,5$  m von Bild 3.10 eingekoppelt. Die aus dem Kontrast Gl.(3-18) Tabelle 3.7 bestimmte Lorentz-Linienbreite ist im Bild 3.12b als Funktion der mittleren Linien-Wellenlänge dargestellt. Kreise markieren die Meßwerte. Die durchgezogene Kurve wurde aus der angepaßten Funktion

$$\Delta f_{\text{I}} \approx 5,3 \text{ GHz} (1 + 0,14/P_{\lambda}) \quad (3-23)$$

errechnet;  $P_{\lambda}$  bezeichnet die Maxima jeder Linie in den relativen Einheiten des Bildes 3.12a. Man sieht, daß die minimale Einzellinienbreite für diesen Lasertyp 5,3 GHz beträgt, während bei 10% der Maximalleistung 13 GHz zu erwarten sind, so daß im Mittel  $\Delta f_{\text{I}} \approx 10$  GHz approximiert werden kann.

Mit zwei thermisch abgestimmten, gleichartigen 1-Linien-Lasern wurde ein weiteres Experiment durchgeführt [Freude, Fritzsche, Grau, L3391]. Der Kontrast wurde an einer 3,2 m langen Gradientenprofilfaser B 198 (Bild 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, Tabelle 3.5, Bild 3.6a, c) als Funktion des Linienabstands  $\Delta f_{\text{s}}$  gemessen und mit  $\Delta f_{\text{k}} = 61$  GHz an den funktionalen Zusammenhang der Gl.(3-20) Tabelle 3.7 angepaßt, Kreise im Bild 3.8 [Freude, Fritzsche, Lu Shanda, E482]. Aus Gl.(3-22a) erhält man eine Übertragungsbandbreite (ohne Modenkopplung) von  $\Delta f_{\text{h}} \cdot L = 120$  MHz km entsprechend  $\Delta t_{\text{h}}/L = 3,6$  ps/m. Aus skalar-optischen Rechnungen für das gemessene Brechzahlprofil ergeben sich nur 20% bis 30% geringere Impulsverbreiterungen, Tabelle 3.5. Für einen  $L = 2$  km langen Faserabschnitt wurde  $\Delta t_{\text{h}} = 1,6$  ns gemessen entsprechend  $\Delta f_{\text{h}} = 275$  MHz, so daß sich ein Bandbreite-Länge-Produkt von  $\Delta f_{\text{h}} L^{0,8} = 480$  MHz km<sup>0,8</sup> errechnen läßt. Wie man aus dem zwischen 0,5 und 1 liegenden Längenexponenten schließen kann, hat Modenkopplung erheblichen Einfluß.

Der Kontrast  $C$  ist nur mit einer relativen Genauigkeit von  $\Delta C/C$  zu messen. Liest man daher für eine lorentz-förmige 1-Linien-Quelle aus Bild 3.8 bzw. Gl.(3-18) Tabelle 3.7 das Verhältnis  $\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}}$  ab, so beträgt der relative Fehler

$$\frac{\Delta(\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}})}{\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}}} = -2 \frac{e^{-\varphi_{\text{L}}} - 1 + \varphi_{\text{L}}}{2(e^{-\varphi_{\text{L}}} - 1) - \varphi_{\text{L}}(e^{-\varphi_{\text{L}}} + 1)} \frac{\Delta C}{C}, \quad (3-24a)$$

$$C^2 = 2(e^{-\varphi_{\text{L}}} + \varphi_{\text{L}} - 1)/\varphi_{\text{L}}^2, \quad \varphi_{\text{L}} = 2\pi\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}}.$$

Bild 3.13 stellt Gl.(3-24a) als Funktion von  $C$  dar. Die Ordinate gibt an, mit welchem Faktor sich der Meßfehler  $\Delta C/C$  multipliziert. Erscheint die Genauigkeit  $\Delta(\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}})/(\Delta f_{\text{s}}/\Delta f_{\text{k}}) = 30\%$  ausreichend, kann für  $C = 0,9$  ein Kontrastfehler von nur 3% toleriert werden, während für  $C \leq 1/\sqrt{2}$  ein Meßfehler von wenigstens 8% erlaubt ist.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

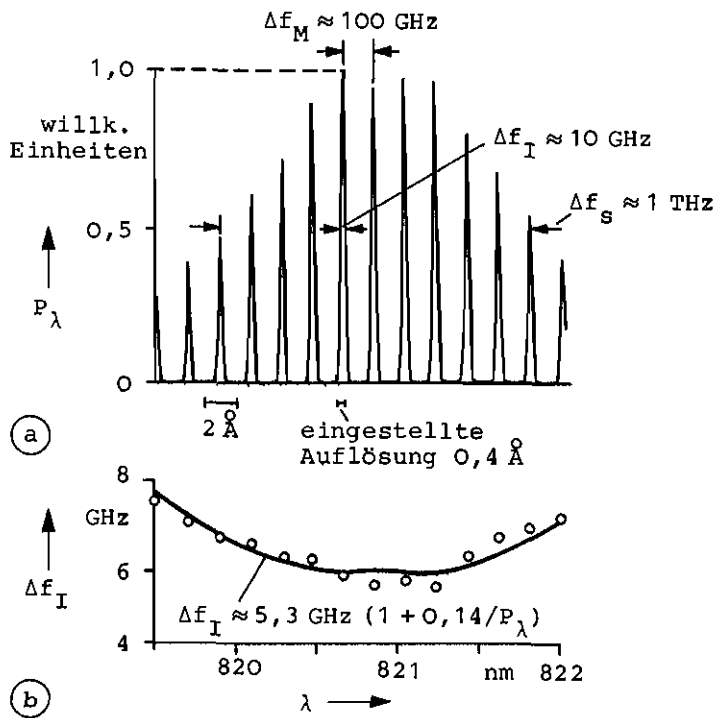


Bild 3.12. (a) Spektrum eines Viellinienlasers (AEG V-Nut-Laser,  $\lambda_s = 0,82 \mu\text{m}$ )  
 (b) Lorentz-Linienbreite  $\Delta f_I$  selektierter Linien  
 o Meßwerte mit Stufenprofilfaser  $L = 3,5 \text{ m}$   
 — angepaßte Funktion

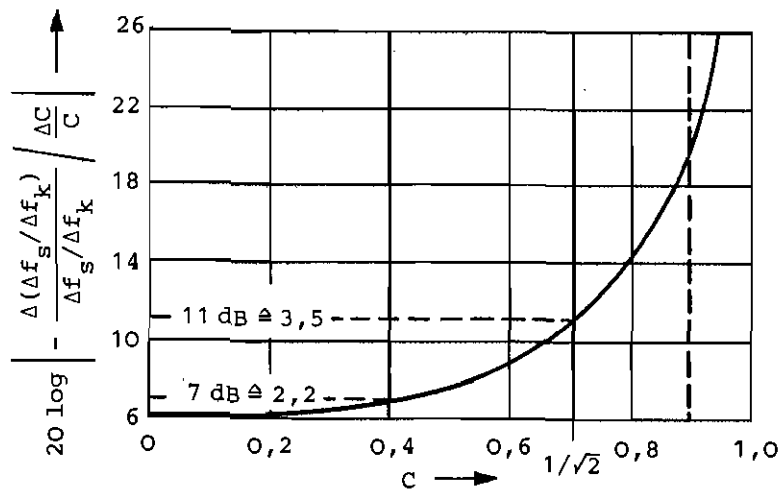


Bild 3.13. Kontrastfehler-Multiplikator Gl. (3-24) für das Verhältnis  $\Delta f_S/\Delta f_k$  einer lorentz-förmigen 1-Linien-Quelle Gl. (3-18) Tabelle 3.7.  
 Dicke Linien markieren den nutzbaren Meßbereich.

### 3.3 Flecken-Interferometrie

Kontraste waren ab Gl.(3-8) an polarisierten Granulationsmustern definiert. Entfernt man im Bild 3.11 den Polarisator, so reduzieren sich Kontraste im Bereich  $0,6 \leq C \leq 1$  nach Gl.(3.7a, b) auf Werte von  $0,4 \leq C \leq 1/\sqrt{2}$ . Im Experiment sind Absolutfehler von  $\Delta C = 0,02$  zu beobachten, wenn man über viele Meßwerte für  $0,4 \leq C \leq 0,9$  mittelt. Aus diesen Überlegungen ergibt sich ein nutzbarer Kontrast- bzw.  $\Delta f_s/\Delta f_k$ -Bereich von

$$\begin{aligned} 0,4 \leq C \leq 0,9, \quad 0,12 \leq \Delta f_s/\Delta f_k \leq 1,8 \quad (\text{Lorentz-Linie}) \\ \Delta C = 0,02, \quad \Delta(\Delta f_s/\Delta f_k)/(\Delta f_s/\Delta f_k) \leq 11 \% \end{aligned} \quad (3-24b)$$

mit  $\Delta f_s/\Delta f_k$ -Fehlern unter 11 %. Dabei ist ein Polarisator derart zu verwenden, daß die gemessenen Kontrastwerte im Bereich  $0,4 \leq C \leq 1/\sqrt{2}$  liegen. Alle diskutierten Messungen wurden nach diesen Regeln durchgeführt.

Bei der Ableitung von Tabelle 3.7 wurde gleichförmige Anregung aller Moden angenommen und im Experiment mit Hilfe der rauhen Einkoppelfläche approximiert. Wie numerisch verifiziert wurde, ändern abweichende Modenleistungsverteilungen nicht die Gestalt der Kontrast- und Frequenzkorrelations-Kurven. Die aus  $\rho(f)$  gemessene Korrelationsbandbreite ist daher als effektive Breite  $\Delta f_k$  zu sehen, die global die spezielle experimentelle Situation erfaßt.

Bei Voraussetzung 5 wurde im Abschnitt 3.3.1 vermerkt, daß für Gradientenprofil-Fasern die Standardabweichung vom örtlichen Mittelwert  $\left\langle \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \frac{1}{2} |\phi_n(\vec{r}_G)|^2 \right\rangle_G$  bei Veränderung der Modenindizes  $m \neq n$  größer war als für Stufenprofil-Fasern. Der Einfluß dieser Variation ist genau derselbe wie die Abweichung der Koppelungskoeffizienten  $c_m$  von der nach Gl.(3-16b) geforderten gleichförmigen Modenanregung. Daher bleibt auch in diesem Fall die Struktur der Kontrast- und Frequenzkorrelations-Kurven erhalten. Wird die effektive Korrelationsbandbreite  $\Delta f_k$  z. B. mit einer Doppellinienquelle über den Kontrast kalibriert, kann wie zuvor die Bandbreite verschiedener Lichtquellen gemessen werden. Der Schluß von  $\Delta f_k$  auf die Leistungs-Bandbreite  $\Delta f_h$  nach Gl.(3-22) ist für Gradientenprofil-Fasern allerdings mit größeren Fehlern behaftet als für Stufenprofil-Lichtleiter.

Mit kommerziell erhältlichen Fasern geringer Dämpfung (3 dB/km bei  $\lambda = 0,82 \mu\text{m}$ ) und geringer Bandbreite ( $\Delta f_h L = 10 \text{ MHz km}$ ) kann man für eine Faserlänge von  $L = 2 \text{ km}$  eine Auflösung von  $\Delta f_s = 1 \text{ MHz}$  erwarten.

## 4 Modenanalyse

### 4 Modenanalyse

Alle Aussagen über vielwellige Lichtleiter, wie sie aus Dämpfungs-, Rückstreu- und Bandbreitemessungen gewonnen werden, setzen Informationen über den Anregungszustand der einzelnen Moden voraus. Eine solche Modenanalyse ist im Grunde nur der Spezialfall einer allgemeinen Feldanalyse, bei der ein physikalisches Faserfeld nach beliebigen Orthogonalfunktionen, in diesem Falle den Fasermode, entwickelt wird. Bei vielwelligen Lichtleitern sind vereinfachte Verfahren nach geometrisch-optischen Prinzipien möglich, deren Aussagekraft jedoch wegen der vernachlässigten Beugungseffekte gering ist. Wellenoptische Methoden sind wesentlich genauer und können auch bei einwelligen Fasern sinnvoll angewendet werden, vgl. die Nah- und Fernfeldentwicklungen nach Gauß-Laguerre-Moden von Abschnitt 2.1 Gl.(2-3). In Korrelationsanordnungen mit holographischen Filtern kann man die Kopplungskoeffizienten für die einzelnen (zweidimensionalen) Orthogonalfunktionen mit analog-optischen Mitteln berechnen, was sowohl den meßtechnischen, als auch den numerischen Aufwand drastisch reduziert. Eine solche Apparatur stellt das zweidimensionale Analogon zu üblichen Spektrumanalysatoren dar, welche die Betragsquadrate der Fourier-Komponenten von (eindimensionalen) Zeitfunktionen analog berechnen.

Modenanalyse und Modenanregung sind duale Prozesse und können alternativ diskutiert werden; die analysierten Eigenwellen anzuregen, gelingt im wesentlichen durch Umkehren des Strahlengangs.

#### 4.1 Geometrische Optik

Die geometrische Optik operiert mit Lichtstrahlen, einer mathematischen Fiktion, welche Beugung ignoriert. Lichtstrahlen werden durch Blendenanordnungen mit inkohärenten Quellen approximiert oder als annähernder Gauß-Strahl Gl.(F3-15) von Laser-Oszillatoren oder auch einem einwelligen Lichtleiter geliefert. Immer ist ein Kompromiß zu schließen zwischen der minimalen räumlichen Querabmessung des Strahls, charakterisiert durch den Strahlradius  $w_{OG}$ , und seinem maximalen Divergenzwinkel  $\gamma_0 \approx 2/(k_0 w_{OG})$ , vgl. auch Gl.(F3-17). Im Abschnitt F2 wurde im Rahmen der skalaren Optik für ideal parabolische Fasern bereits diskutiert, mit welchen Hauptmoden-Leistungs-Kopplungskoeffizienten  $p_m$  ein achsenparallel an der Stelle  $r = r_0$  einfallender Gauß-Strahl des Strahlradius  $w_{OG}$  die Hauptmoden  $m = \nu + 2\mu - 1$  anregt, wenn mit dem Strahlradius  $w_0$  des Fasergrundmodus  $w_{OG} = w_0$  gilt, Gl.(F2-27). Maximale Anregung der Hauptmodengruppe  $m$  erhält man man unter der Bedingung Gl.(F2-29), nämlich wenn

$$\left(\frac{r_0}{w_0}\right)^2 = m - 1, \quad \frac{m}{M_2} \approx \left(\frac{r_0}{a}\right)^2, \quad \frac{\delta}{\Delta} = \frac{m}{M_2}, \quad M_2^2 = M_g = \nu^2/4, \quad (4-1)$$

was auch strahlenoptisch in Gl.(F6-9) errechnet wurde.  $M_2$  ist die maximale Hauptmodenzahl für ideale Parabelprofile,  $M_g$  die Anzahl geführter Moden,  $\delta$  die

#### 4.1 Geometrische Optik

normierte Ausbreitungskonstante. Die Modenselektivität einer solchen Einkopplung ist gering. Nur der Grundmodus kann isoliert angeregt werden. Als Bandbreite der Anregung wird die bezogene Differenz  $\Delta m/m$  derjenigen Hauptmodenzahlen definiert, deren Leistungs-Kopplungskoeffizient bei Anregung an der Stelle  $r_0$ , Gl. (4-1), gleich dem halben Wert für die Hauptmodenzahl  $m$  ist. Wenn  $1 < m < 16$  gilt, bleibt  $\Delta m/m > 50\%$ , Gl. (F2-27, 28, 29, 30), wobei höchstens 1/4 der injizierten Leistung in der gewünschten Hauptmodengruppe  $m$  propagiert.

In geometrisch-optischer Sicht genügt es, den Austrittspunkt  $r$  und die Austrittswinkel  $\gamma$ ,  $\psi$  zu spezifizieren, vgl. Bild F8. Dann können die Modenzahlen  $\delta$ ,  $\nu$  aus Gl. (F6-8) angegeben werden, wenn Profilfunktion  $g$ , numerische Faserapertur  $A_N$  und Kernradius  $a$  bekannt sind,

$$\frac{\delta}{\Delta} = g\left(\frac{r}{a}\right) + \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2}, \quad \frac{\nu}{V} = \frac{r}{a} \frac{\sin \gamma}{A_N} |\sin \psi|. \quad (4-2)$$

Bei Stufenprofilfasern lassen sich die Meridionalstrahlen  $\nu = 0$  sehr gut mit ebenen Wellen lancieren, z. B. mit einem um  $\gamma$  in radialer Richtung geneigten, aufgeweiteten Laserstrahl.

Bild 4.1 zeigt eine strahlenoptische Filteranordnung zur Modenanalyse nach Gl. (4-2). Die Faserendfläche wird mit einem Linsensystem  $L$  der Brennweite  $F$  vergrößert in die Nahfeldebene abgebildet, in der sich eine verschiebbare Blende mit Radius  $B$  befindet.  $V_L = -r_2/r_1$  ist die Lateralvergrößerung. Nach dem Liouville-Theorem Gl. (F4-7),  $\Delta F \Delta \Omega = \text{const}$ , wird die Strahldivergenz um denselben Faktor verkleinert,  $V_L \approx -\gamma_1/\gamma_2$ . Da die Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke an Grenzflächen zweier Dielektrika stetig sein müssen, ändert sich nur die Ausbreitungskonstante senkrecht zur Grenzfläche, so daß  $\gamma_1$  zwar verkleinert, der Strahlprojektionswinkel  $\psi$  aber wegen der Konstanz von  $k_\varphi$ , der Azimutalkomponente des Ausbreitungsvektors von Gl. (F2-3b), unverändert bleibt: Der Drall des Lichtstrahls verändert sich nicht. Im Abstand  $d \gg B$  wird das Fernfeld des von der Blende  $B$  definierten Nahfeldbereichs registriert. Der erfaßte Raumwinkel ist durch eine verschiebbliche Blende mit Radius  $B'$  bestimmt. Aus den Koordinaten  $r_2$ ,  $\gamma_2$ ,  $\psi$  kann man auf die Faserkoordinaten zurückrechnen,

$$r_1 = -r_2/V_L, \quad \tan \gamma_1 = -V_L \tan \gamma_2 + \frac{r_2}{F}, \quad \psi, \quad (4-3)$$

wobei die Unsicherheiten der Orts- und Winkelkoordinaten, bedingt durch die Blendenöffnungen,

$$\Delta r_1 = B/V_L, \quad \Delta \gamma_1 \approx V_L B'/d + B/F, \quad \Delta \psi = B'/d \quad (4-4a)$$

betragen.  $\Delta r_1$  und  $\Delta \gamma_1$  mögen durch Strahlradius  $w_{OG}$  und Divergenzwinkel  $\gamma_0$  eines Gauß-Strahls definiert werden, Gl. (F3-15), der achsenparallel auf die Faser-



#### 4.1 Geometrische Optik

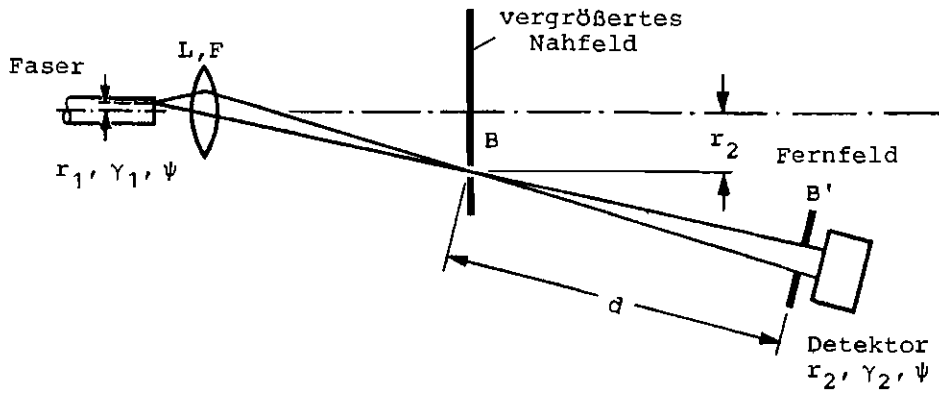


Bild 4.1. Filteranordnung zur Modenanalyse

- B, B' Blenden zur Definition von Ort (B) und Raumwinkeln (B') mit Radien B, B'
- d konstante Entfernung des Detektors vom Nahfeldpunkt  $r_2$  in der Bildebene
- L Linse der Brennweite F.

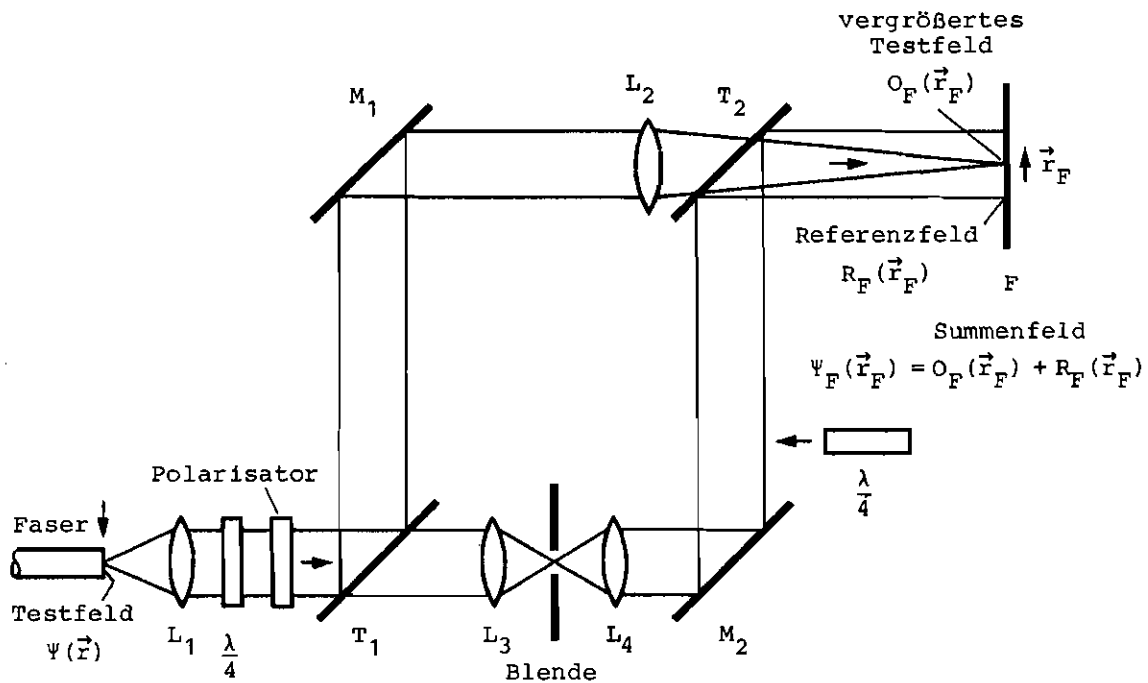


Bild 4.2. Messung des Betrags und der Phase optischer Felder (nach [Shigesawa, L2406]). Aus dem Testfeld wird durch Ausblenden eine Kugelwelle erzeugt und mit der Linse  $L_4$  in die ebene Referenzwelle umgesetzt.  
 $M_1$  Spiegel;  $T_1$  Strahlteiler;  $L_i$  Linsen.

#### 4.1 Geometrische Optik

stirnfläche bei  $r_1 = r_0$  treffe,

$$\Delta r_1 = w_{OG}, \quad \Delta \gamma_1 = 2/(k_0 w_{OG}). \quad (4-4b)$$

Typische Werte bei  $\lambda = \lambda_s = 0,85 \mu\text{m}$ ,  $V_L = 10$ ,  $F = 30 \text{ mm}$ ,  $a = 25 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,2$ ,  $V = 37$ ,  $w_{OG} = w_0$  sind  $\Delta r_1 = w_0 = 5,8 \mu\text{m}$ ,  $\Delta \gamma_1 = 2,7^\circ$ ,  $\Delta \psi \leq \Delta \gamma_1$ ,  $B = 58 \mu\text{m}$ ,  $d = 100 \cdot B = 5,8 \text{ mm}$ ,  $B/F = 0,0019 \hat{=} 0,11^\circ$ ,  $B' = 26 \mu\text{m}$ ,  $\Delta \psi = 0,26^\circ$ . Ist die Leistung  $P(r_1, \gamma_1, \psi)$  auf diese Weise gemessen, kann man nach Gl.(4-2) die Modenzahlen  $\delta, \nu$  bzw. mit Gl.(F6-3) (oder Gl.(4-1) für Parabelprofile) die Modenzahlen  $\mu, \nu$  bestimmen, wenn  $g$ ,  $a$ ,  $A_N$  und  $\Delta$  bekannt sind, so daß man aus  $P(r_1, \gamma, \psi)$  auf die Modenleistungsverteilung  $P(\delta, \nu)$  von Gl.(F6-11, 12, 13,) schließen kann. Eine Umkehrung des Strahlengangs gestattet die selektive Anregung.

Um eine Vorstellung zu entwickeln, wie groß in geometrisch-optischer Sicht die erreichbare Selektivität von Hauptmodengruppen maximal ist, werde als Beispiel eine Parabelfaser  $g(r/a) = (r/a)^2$  gewählt. Ein achsenparalleler Lichtstrahl mit rechteckförmiger Nah- und Fernfeld-Leistungsverteilung der Breite  $\Delta r_1$  und  $\Delta \gamma_1$  wie in Gl.(4-4b) treffe an der Stelle  $r_1 = r_0$  auf. Für die maximale und minimale normierte Ausbreitungskonstante erhält man dann mit Gl.(4-2) und  $2/V = w_0^2/a^2$  nach Gl.(F2-7)

$$\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)_{\max} = \left(\frac{r_0 + w_{OG}}{a}\right)^2 + \frac{w_0^4}{2 w_{OG}^2 a^2}, \quad \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)_{\min} = \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 = \frac{\delta}{\Delta} = \frac{m}{M_2}. \quad (4-5)$$

Die Differenz  $\Delta(\delta/\Delta) = (\delta/\Delta)_{\max} - (\delta/\Delta)_{\min}$  wird minimal, wenn für  $w_{OG}$  gilt

$$\left(\frac{w_{OG}}{w_0}\right)^4 + \left(\frac{w_{OG}}{w_0}\right)^3 \frac{r_0}{w_0} = 1, \quad \left(\frac{w_{OG}}{w_0}\right)_{\text{opt}} \approx 1 - 0,1 \frac{r_0}{w_0}, \quad \text{Fehler } < 12\% \text{ für } \frac{r_0}{w_0} \leq 5. \quad (4-6)$$

Größte Selektivität erreicht man also, wenn die Taille des anregenden Gauß-Strahls zum Rand  $r_0 = a \approx 5 \cdot w_0$  von  $w_{OG} = w_0$  auf  $w_{OG} = w_0/2$  abnimmt. Die relative Selektivität beträgt

$$\frac{\Delta(\delta/\Delta)}{\delta/\Delta} \begin{cases} = 2 \frac{w_0}{r_0} + 2 \frac{w_0^2}{r_0^2} & \text{für } w_{OG} = w_0, \\ \approx 4,2 \left(\frac{w_0}{r_0}\right)^{1,6} & , \text{ Fehler } < 12\% \text{ für } \left(\frac{w_{OG}}{w_0}\right)_{\text{opt}} \text{ nach Gl.(4-6) und } 1 \leq \frac{r_0}{w_0} \leq 5. \end{cases} \quad (4-7)$$

Für  $r_0/w_0 = 1, 2, 3, 4, 5$  erhält man also mit  $w_{OG} = w_0$  die bezogene Breite der Anregung  $\Delta(\delta/\Delta)/(\delta/\Delta) = 4, 1,5, 0,89, 0,62, 0,48$ , während die Einstellung von  $w_{OG \text{ opt}}$  nach Gl.(4-6)  $\Delta(\delta/\Delta)/(\delta/\Delta) = 3,8, 1,33, 0,74, 0,50, 0,36$  liefert. Die technisch komplizierte Änderung des Strahldurchmessers mit dem Radius verbessert die ohnehin schlechte Selektivität nur um 5...25% und lohnt sich daher, entgegen der Empfehlung von [Pocholle, L2384], nicht. Die Diskrepanz zu dem nach Gl.(4-1) angegebenen Zahlen besonders für  $m = 1$ ,  $\delta = 0$  rührt daher, daß wellenoptisch die genaue Feldverteilung des Gauß-Strahls berücksichtigt wurde, während Gl.(4-7) für das Modell eines gleichmäßig hellen Lichtkonus gilt, dessen rechteckförmige Nahfeld- und Fernfeldbreiten, wie sie durch Blenden einge-

#### 4.1 Geometrische Optik

stellt werden können, den entsprechenden  $1/e^2$ -Leistungsbreiten des beugungsbegrenzten Gauß-Strahls korrespondieren.

In Gl.(F6-17) wurde ein Zusammenhang zwischen der Nahfeldintensität  $I_{N\delta}(r)$  und der (Haupt-)Modenleistungsverteilung  $P_{\delta}(\delta)$  hergestellt [Daido, L460], [Piazzola, L524],

$$P_{\delta}(\delta) = P_0 \left[ \frac{dI_{N\delta}(r)}{dr} \Big/ \frac{dI_{NO}(r)}{dr} \right], \quad r = ag^{-1}\left(\frac{\delta}{\Delta}\right); \quad (4-8)$$

hierbei ist  $I_{NO}(r)$  diejenige Nahfeldintensität, die sich bei gleichförmiger Modenleistungsverteilung  $P(\delta, \nu) = P_0$  einstellt, d. h. sie entspricht dem Profilverlauf  $g(r/a)$  Gl.(F6-14). Vorausgesetzt war intensiver Leistungsaustausch innerhalb von Hauptmodengruppen,  $P(\delta, \nu) = P_{\delta}(\delta)$ , was nach Abschnitt 3.2, Text nach Gl.(3-4) für reale Fasern zutrifft. Dabei ist zu beachten, daß aus der charakteristischen Kopplungslänge  $L_c$  [Geckler, L685], bei der die Impulsverbreiterung vom linearen Wachstum mit der Wellenleiterlänge  $L$  bereits deutlich abweicht, nach [Petermann, E20] die Kopplungslänge  $L_m$  innerhalb von Hauptmodengruppen berechnet werden kann,

$$L_m = \left( \frac{\Delta\beta_m}{\Delta\beta} \right)^2 L_c, \quad (4-9)$$

wenn die maximale Differenz der Ausbreitungskonstanten in einer Hauptmodengruppe bzw. aller Moden,  $\Delta\beta_m$  bzw.  $\Delta\beta$  bekannt ist. Nach Abschnitt 3.2, Text nach Gl.(3-4) ist  $\Delta\beta_m/\Delta\beta \leq 5\%$ , so daß  $L_m \leq 2,5 \cdot 10^{-3} L_c$  resultiert. Liegt für moderne Fasern  $L_c$  typischerweise im Kilometerbereich, so genügen Faserstücke im Bereich einiger Meter, um die Forderung nach intensiver Kopplung zu erfüllen. Extreme Kopplungslängen von z. B.  $L_c = 25$  km [Kitayama, L1197] dagegen machen Testfasernlängen im 60-m-Bereich notwendig.

Weiter war die Gültigkeit geometrisch-optischer Betrachtungen vorausgesetzt. Diese Bedingung ist sicher dann verletzt, wenn nur wenige Moden in einer sonst vielwelligen Faser angeregt sind; instruktive Meßbeispiele findet man bei [Calzavara, L1862]. Als dritte Einschränkung müssen monotone Profildfunktionen  $g$  gefordert werden, damit die Umkehrfunktion  $g^{-1}$  definiert ist. Man behilft sich bei Gradientenfasern häufig durch eine angepaßte Potenzfunktion, welche das nichtmonotone reale Profil ersetzt. Am sinnvollsten wäre es, das äquivalente Fernfeldprofil zu verwenden, Abschnitt 3.1. Durch geeignete Modenfilter müssen Leck- und Mantelwellen unterdrückt werden.

Als Vorteil der geometrisch-optischen Modenanalyse nach Gl.(4-3, 8) ist der geringe meßtechnische Aufwand anzusehen, der sich beim Verfahren nach Gl.(4-8) auf ein Mikroskop beschränkt, um Nahfelder zu messen. Allerdings benötigt man in Gl.(4-8) Ableitungen, so daß Rauschunterdrückungsmaßnahmen zentral wichtig werden.

## 4.2 Wellenoptik

Die Nachteile sind zahlreicher als die Vorteile: Geometrisch-optische Methoden haben nur geringe Modenselektivität, fordern Kopplung innerhalb von Hauptmodengruppen und liefern grob verfälschte Ergebnisse, wenn Unsymmetrien und Granulationsflecken die registrierten Felder der (mit Lambert-Strahlern Gl.(F6-10) angeregten) Fasern verzerren. Nichtmonotone Profile schließlich verhindern die strahlenoptisch exakte Berechnung von  $\delta$  nach Gl.(4-8).

### 4.2 Wellenoptik

Ist das Nah- oder Fernfeld  $\Psi(x,y)$  eines Lichtleiters nach Betrag und Phase in kartesischen Koordinaten  $\vec{r} = (x,y)$  bekannt, und sind dessen orthogonale Eigenwellen  $\phi_{\nu\mu}(x,y)$ , Gl.(F2-1), aus dem gegebenen Brechzahlprofil berechnet, dann kann man die Modenanregungs- oder Kopplungskoeffizienten

$$c_{\nu\mu} = \frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x,y) \phi_{\nu\mu}^*(x,y) dx dy, \quad \sum_{\nu\mu} |c_{\nu\mu}|^2 = 1 \quad (4-10)$$

$$\Psi(x,y) = \sum_{\nu\mu} c_{\nu\mu} \phi_{\nu\mu}(x,y)$$

ermitteln. Sie geben an, mit welcher komplexen Amplitude die Eigenwelle  $\phi_{\nu\mu}$  am analysierten Feld beteiligt ist, Gl.(F2-22, 23). Die Felder sind so normiert, daß die Gesamtheit der Modenleistungen  $|c_{\nu\mu}|^2$  eins ergibt,  $P_{\nu\mu} = 1$  in Gl.(F2-23). Die Leistungs-Kopplungskoeffizienten  $|c_{\nu\mu}|^2$  entsprechen gerade der Modenleistungsverteilung  $P(\delta, \nu)$  von Abschnitt 4.1.

Regt man eine ideale Parabelfaser Gl.(F1-5) mit einem Gauß-Strahl an, so kann man die Leistungs-Kopplungskoeffizienten  $p_{\nu\mu} = |c_{\nu\mu}^{(\cos)}|^2 + |c_{\nu\mu}^{(\sin)}|^2$  als Summe der  $\cos \nu\varphi$ - und der  $\sin \nu\varphi$ -Anteile der Moden-Leistungs-Kopplungskoeffizienten angeben, Gl.(F2-26a) [Grau, L572]. Damit läßt sich die Frage beantworten, welcher Bruchteil  $p_{\nu\mu}$  der eingestrahlt Leistung auf die vier- bzw. zweifach ( $\nu = 0$ ) entarteten  $LP_{\nu\mu}$ -Moden entfällt (zum Begriff der LP-Moden vgl. Text nach Gl.(F2-21) und Bild F1). Diese Information wurde bereits im Abschnitt 4.1 benutzt.

Das Feld  $\Psi$  nach Betrag und Phase zu messen und die Eigenwellen  $\phi_{\nu\mu}$  zu berechnen, ist schwierig. Für vielwellige Stufenprofilfasern reichen gewöhnlich die strahlenoptischen Verfahren aus. Daher wird man die wellenoptische Modenanalyse nur für vielwellige Gradientenfasern oder für wenigwellige bzw. einwellige (vgl. die Einführung zu Abschnitt 4) Lichtleiter einsetzen. Technisch interessant sind Gradientenprofil-Fasern dann, wenn ihr Brechzahlprofil nahezu parabolisch verläuft. Das orthogonale Eigenmodensystem der Parabelfaser ist bekannt, Gl.(F2-7), wenn Parameter wie Kernradius  $a$  und V-Parameter bzw. Strahlradius  $w_0$  an der realen Faser gemessen werden. Das Problem der Modenanalyse kann man

## 4.2 Wellenoptik

dann vereinfachen durch die Fragestellung, welche Modenamplituden die Testfaser in einer äquivalenten, idealen Parabelfaser anregen würde, wenn beide exakt fluchtend und stumpf stoßend verkoppelt wären [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318].

### 4.2.1 Messung optischer Felder

Während Feldamplituden über die optische Leistung zu messen sind, macht die Erfassung der Phase wesentlich größere Schwierigkeiten. Wie bei jeder Phasenmessung muß das Test- oder Objektfeld  $O(\vec{r}_F, t) = |O_F(\vec{r}_F)| e^{-j\varphi_O(\vec{r}_F)} e^{j\omega_s t}$  in der Beobachtungsebene  $\vec{r} = \vec{r}_F$  mit einem Referenzfeld, bevorzugt einer ebenen Welle  $R(\vec{r}_F, t) = |R_F| e^{-j\vec{k}_R \vec{r}_F} e^{j\omega_s t}$ , multipliziert werden. Bild 4.2 zeigt einen Meßaufbau nach [Shigesawa, L2406]. Das vom Lichtleiter abgestrahlte Testfeld  $\Psi(\vec{r})$  wird mit den Linsen  $L_1, L_2$  in die Ebene F vergrößert abgebildet,  $O_F(\vec{r}_F)$ .  $\lambda/4$ -Platte und Polarisator selektieren einen bestimmten Polarisationszustand. Der Strahlteiler  $T_1$  spaltet ein Referenzfeld ab, von dem mit der Raumfilteranordnung  $L_3$ , Blende,  $L_4$  eine ebene Referenzwelle  $R_F(\vec{r}_F)$  abgeleitet wird. Blendenfläche und Linsenapertur müssen nach Gl. (F4-6) der Kohärenzfläche  $F_k$  bzw. dem Kohärenzwinkel  $\Omega_k$  entsprechen. Die Umlenkspiegel  $M_1, M_2$  und der Strahlteiler  $T_2$  überlagern beide Felder in der Ebene F zum Summenfeld  $\Psi_F(\vec{r}_F) = O(\vec{r}_F) + R(\vec{r}_F)$ . Ein quadratischer Detektor registriert in F die Intensität  $I_F(\vec{r}_F) = \frac{1}{2} |\Psi_F(\vec{r}_F)|^2$ ,

$$2I_F(\vec{r}_F) = |R_F|^2 + |O_F(\vec{r}_F)|^2 + 2|R_F O_F^*(\vec{r}_F)| \cos[\varphi_O(\vec{r}_F) - \vec{k}_R \vec{r}_F] \quad (4-11)$$

nach Gl. (F5-2). Die Intensitäten  $\frac{1}{2}|R_F|^2$  und  $\frac{1}{2}|O_F(\vec{r}_F)|^2$  kann man durch Blockieren des jeweils anderen Interferometerarms leicht messen. Schiebt man in den Referenzarm die eingezeichnete  $\lambda/4$ -Platte ohne  $|R_F|$  zu verändern, so wechselt die Referenzphase von  $\vec{k}_R \vec{r}_F$  auf  $\vec{k}_R \vec{r}_F + \pi/2$ . Die dann gemessene Intensität  $I_{F\pi/2}(\vec{r}_F)$  gestattet den Schluß auf die Phasendifferenz,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}|R_F O_F(\vec{r}_F)| \sin[2\varphi_O(\vec{r}_F) - 2\vec{k}_R \vec{r}_F] &= \\ &= [I_F(\vec{r}_F) - \frac{1}{2}|R_F|^2 - \frac{1}{2}|O_F(\vec{r}_F)|^2] [I_{F\pi/2}(\vec{r}_F) - \frac{1}{2}|R_F|^2 - \frac{1}{2}|O_F(\vec{r}_F)|^2]. \end{aligned} \quad (4-12)$$

Aus den vier Messungen  $\frac{1}{2}|R_F|^2$ ,  $\frac{1}{2}|O_F|^2$ ,  $I_F$  und  $I_{F\pi/2}$  in jedem Punkt  $\vec{r} = \vec{r}_F$  kann man also das vergrößerte Testfeld  $O_F(\vec{r}_F)$  sowie, nach Rückrechnung auf die Faserendfläche, das originale Testfeld  $\Psi(\vec{r})$  nach Betrag und Phase bestimmen; die Referenzphase  $\vec{k}_R \vec{r}_F$  ist dabei als bekannt vorausgesetzt. Die zusätzliche Messung von  $I_{F\pi/2}$  verbessert die Genauigkeit: Ist  $I_F$  gerade extremal, kann die Phasendifferenz aus Gl. (4-11) nur sehr ungenau bestimmt werden.

Die anschließende Analyse von  $\Psi(\vec{r})$  folgt der Beschreibung im Abschnitt 4.2, Gl. (4-10).

## 4.2 Wellenoptik

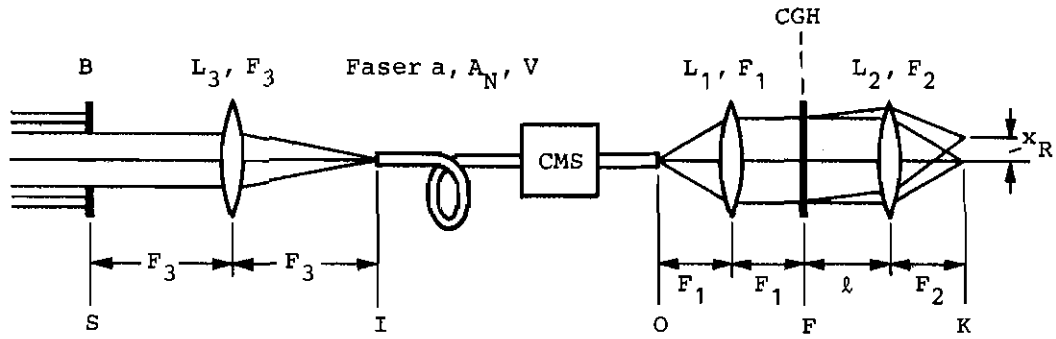


Bild 4.3. Messung des Betrags und der Phase optischer Felder, Modenanalyse in Lichtleitern (nach [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318]);  
 $F_1 = F_2 = 30 \text{ mm}$ ,  $F_3 = 0,1 \text{ m}$ . CMS: Mantelmodenfilter CGH: Synthetisches Hologramm als Filter.

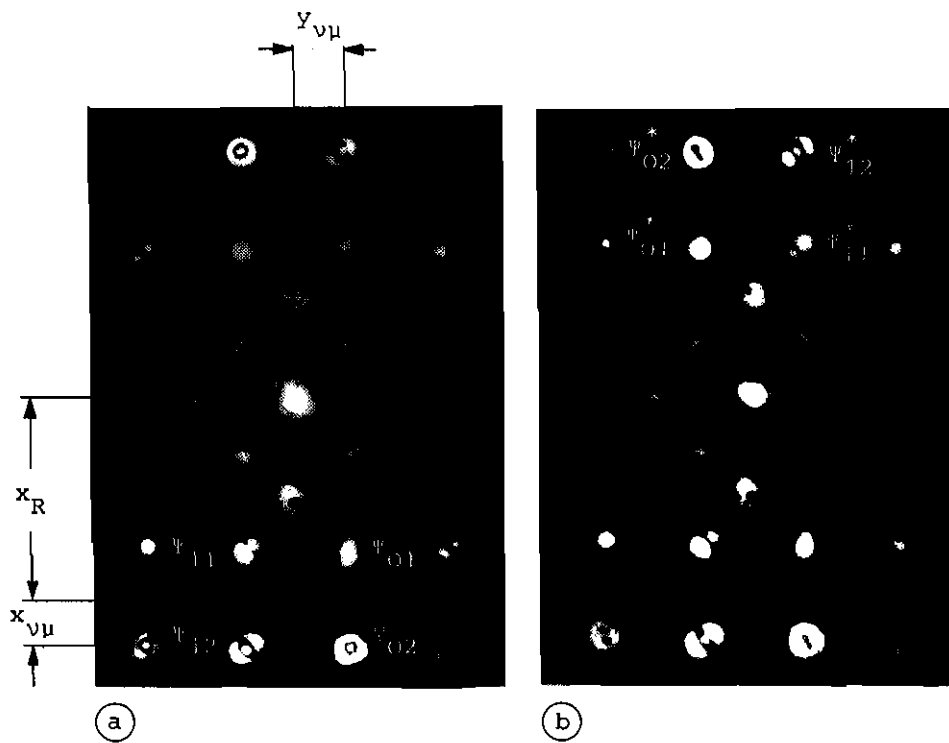


Bild 4.4. Lichtleistung in der Korrelationsebene K des Bildes 4.3, wenn die Ebenen I und O zusammenfallen (nach [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318])

- (a)  $\zeta = 1,4$
- (b)  $\zeta = \zeta_0 = 1,121.$

## 4.2 Wellenoptik

### 4.2.2 Optische Korrelationsanalyse mit Hologrammen [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318]

Die Feldanalyse nach Abschnitt 4.2 erfordert eine komplizierte Messung nach Abschnitt 4.2.1 und zusätzlichen numerischen Aufwand. Der Gedanke liegt nahe, die erforderlichen Rechnungen analog-optisch durchzuführen bei gleichzeitig vereinfachter Meßtechnik [Lugt, E256, E442], [Kapany, L2200]. Eine Faltungsoperation wie in dem Kopplungsintegral Gl.(4-10) kann man mit einer doppelten Fourier-Transformation bei Filterung im Spektralbereich konstruieren. Mit Linsen als Fourier-Transformatoren und optischen Referenzfiltern, die in Filter-Hologrammen nach Betrag und Phase gespeichert sind, lassen sich die Kopplungsintegrale lösen.

Bild 4.3 zeigt einen geeigneten Aufbau [Bartelt, Freude, Grau, Lohmann, L3318].  $x$  und  $y$  sind die kartesischen Koordinaten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichts. Indizes O, F, K bezeichnen die Ebenen O, F, K. Das Objektfeld  $\Psi(x,y)$ , das die Testfaser in der vorderen Brennebene O der Linse  $L_1$  mit der Brennweite  $F_1$  abstrahlt, erscheint nach Gl.(F3-14),  $z_1 = F_1$ , als Fourier-Transformierte  $\underline{\Psi}(x,y)$  in der hinteren Brennebene F. Ein außeraxiales, synthetisches Fourier-Hologramm, vgl. Abschnitt F5, speichert das Referenzfeld  $\phi_{v\mu}^*$  in Betrag und Phase der Transparenz, Gl.(F5-3);  $\phi_{v\mu}^*(x,y)$  kann man sich als eingefrorene Fourier-Transformierte eines Referenzfeldes  $\phi_{v\mu}^*(-x, -y)$  in der Ebene O vorstellen. Die Fourier-Transformierten von Objekt- und Referenzfeld werden beim Durchgang des Objektlichts durch das Hologramm miteinander multipliziert und von einer weiteren Linse  $L_2$  der Brennweite  $F_2 = F_1$  erneut fourier-transformiert, Gl.(F3-14),  $z_1 = \ell$ , so daß man in der Korrelationsebene K, abgesehen von konstanten Phasenfaktoren, das Ergebnisfeld erhält

$$K_{v\mu}(x_K - x_R, y_K) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x_O, y_O) \phi_{v\mu}^*(x_O + x_K - x_R, y_O + y_K) dx_O dy_O \cdot e^{-j\pi(x_K^2 + y_K^2)(1-\ell/F_2)/\lambda F_2} \quad (4-13)$$

Gl.(4-13) entspricht dem vierten Term der Hologrammrekonstruktion von Gl.(F5-7) für ein Punktobjekt  $\phi_{v\mu}^*(x,y) = \delta(x,y)$  als Referenzfunktion und  $\ell = F_2$  (Impulsantwort). Die Größe  $x_R$  ist ein Parameter des außeraxialen Hologramms, der die räumliche Trennung der Beugungsordnungen bewirkt, Bild F6 und Gl.(F5-9). Ein Vergleich der Gl.(4-13, 10) zeigt, daß für  $\ell = F_2$  die gesuchten Koeffizienten  $c_{v\mu}$  als Betrag und Phase der Feldstärke  $K_{v\mu}(0,0)$  im Punkt  $x_K = x_R$ ,  $y_K = 0$  gemessen werden können. Die Phase des Feldes gewinnt man aus Leistungsmessungen bei überlagertem Referenzfeld, das bevorzugt eine ebene Welle sein wird, vgl. Abschnitt 4.2.1 und Bild 4.2. Sind die Funktionen  $\Psi$ ,  $\phi_{v\mu}$  reell, das ist in der Praxis der Fall, dann können sich die Kopplungskoeffizienten, weil sie reell sind, nur im Vorzeichen unterscheiden. Die relativen Vorzeichen lassen sich aus einem vereinfachten Interferenzexperiment in den Korrelationspunkten  $x_K = x$ ,  $y_K = 0$  daraus bestimmen, ob  $c_{v\mu}$  in Relation zu  $c_{v,\mu}$  größer oder

## 4.2 Wellenoptik

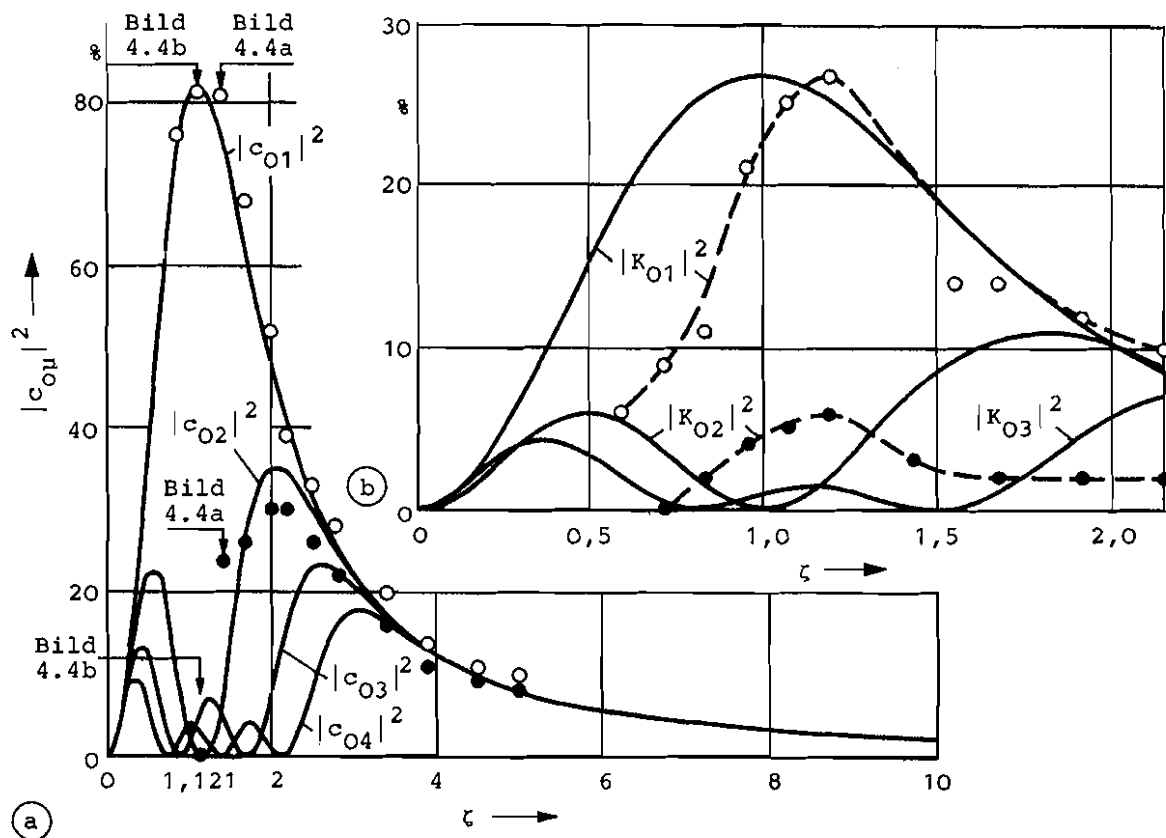


Bild 4.5. Leistungs-Kopplungskoeffizienten von Gauß-Laguerre-Moden  
 Gl. (F2-13, 17) bei  $\lambda_0 = 0,6328 \mu\text{m}$ ,  $a = 23 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,2$ ,  $V = 46$   
 (Faser von Bild 3.2) als Funktion des normierten Blendenradius  
 $\zeta = \pi B w_0 / (\lambda F_3)$

- (a) Anregung durch zentriertes Beugungsbild einer Irisblende
- (b) Anregung durch reales Lichtleiterfeld, das seinerseits durch das Beugungsbild einer Irisblende verursacht wird.

— berechnet; ○●— gemessen.



## 4.2 Wellenoptik

kleiner geworden ist. Wird  $c_{\nu\mu}$  größer, aber  $c_{\nu,\mu}$  kleiner, dann sind die Vorzeichen verschieden. Werden  $c_{\nu\mu}$  und  $c_{\nu,\mu}$  zusammen größer oder kleiner, sind die Vorzeichen identisch.

Interessiert man sich nur für die Leistungs-Kopplungskoeffizienten  $|c_{\nu\mu}|^2 \sim |K_{\nu\mu}(0,0)|^2$ , stört der ortsabhängige Phasenfaktor in Gl.(4-15) nicht und  $\ell$  ist beliebig, was die Justage erleichtert. Wird insbesondere  $\ell \rightarrow 0$  gewählt, kann die numerische Apertur der Linse  $L_2$  kleiner sein als für  $\ell = F_2$ .

Prinzipiell könnten beliebige Referenzfunktionen  $\phi_{\nu\mu}$  gewählt werden. Gradientenprofil-Fasern angepaßt ist die Wahl der Gauß-Laguerre-Funktionen  $\phi_{\nu\mu}(r,\varphi)$ , Gl.(F2-13, 7) für das ideale Parabelprofil, die eine Fourier-Transformierte gleicher Struktur haben, Gl.(F2-14). Die Parameter  $a$  und  $w_0$  bzw.  $V$  wählt man so, daß sie den Werten der realen Testfaser entsprechen. Die Fragestellung lautet dann, welche Modenverteilung die Testfaser in einer gleichwertigen idealen Parabelfaser anregen würde.

Als Beispiel werde ein Filter mit der Überlagerung der vier niedrigsten Moden  $\phi_{\nu\mu}(x - x_{\nu\mu}, y - y_{\nu\mu})$  einer idealen Parabelfaser betrachtet mit  $\nu \leq 1$ ,  $\mu \leq 2$  und  $|x_{\nu\mu} - x_{\nu,\mu}|, |y_{\nu\mu} - y_{\nu,\mu}| \geq 2a$ . Diese Eigenmoden sind räumlich getrennt überlagert und in Form eines außeraxialen Fourier-Hologramms in der Ebene  $F$  gespeichert, Bild 4.3. Beleuchtet man dieses Filter mit einer ebenen Welle, so rekonstruiert  $L_2$  in der Ebene  $K$  das Originalfeld. Bild 4.4a zeigt eine solche Rekonstruktion, vgl. das Schema der Leistungs- und Feldverteilungen für die Moden  $\phi_{01}, \phi_{02}$  im Bild F1. Die vier Eigenwellen sind um die Koordinaten  $x_{\nu\mu}, y_{\nu\mu}$  aus der Mitte  $x = x_R, y = 0$  gerückt. Der helle Lichtfleck in der Bildmitte entspricht der Beugung 0-ter Ordnung, das Modenquartett darüber und darunter hat die Beugungsordnung  $-1$  und  $+1$ . Diese Felder korrespondieren dem dritten und vierten Term in Gl.(F5-7) und sind deshalb konjugiert komplex zueinander. Das Hologramm wurde synthetisch im Rechner generiert und ist binär, vgl. Abschnitt F5, d. h. es besteht aus transparenten und absorbierenden Streifen unterschiedlicher Länge, Breite und Position, in denen die Amplituden- und Phaseninformation des Referenzfeldes codiert ist. Wegen des binären Aufbaus ist das Hologramm periodisch in jeder Beugungsordnung.

Wohldefinierte Einkoppelbedingungen stellt eine Anordnung aus Blende mit Radius  $B$  in der Ebene  $S$  und Linse  $L_3$  mit der Brennweite  $F_3$  her. Die Blende wird mit einer monochromatischen ebenen Welle beleuchtet; näherungsweise kann das z. B. ein aufgeweiteter Laserstrahl sein. Die Entwicklungskoeffizienten des Beugungsbildes der Blende in der Fasereingangsebene  $I$ , Gl.(F3-16b) werden für ein achsenzentriertes Feld in Gl.(F2-31) angegeben im Basissystem der Gauß-Laguerre-Moden. Bild 4.5 zeigt einige der Leistungs-Kopplungskoeffizienten  $|c_{0\mu}|^2$  als Funktion des normierten Blendenradius  $\zeta = \pi B w_0 / (\lambda F_3)$ , wobei  $w_0$  der Strahlradius der Referenzfunktion  $\phi_{01}(r,\varphi)$  ist, Gl.(F2-13, 7). Um das Hologramm zu te-

## 4.2 Wellenoptik

sten, wurden diese Koeffizienten gemessen. Dazu läßt man die Ebenen I und O im Bild 4.3 zusammenfallen und wählt  $F_3 = F_1$ , so daß in Gl. (F2-31)  $\zeta = \pi B w_O / (\lambda F_1)$  wird;  $F_1$  ist ein Parameter des Hologramms. Jetzt sind die beiden Linsen aber überflüssig und können entfernt werden. Die relative Leistung in der Korrelationsebene K wurde mit einer Fernsehkamera gemessen und auf die Gesamtleistung hinter der Blende normiert. Der so gemessene Maximalwert  $|K_{O1}|^2$  wurde dem theoretischen Wert  $|c_{O1}(\zeta_O)|^2$ ,  $\zeta_O = 1,121$  angepaßt, ohne das Verhältnis  $|K_{O1}|^2 / |K_{O2}|^2$  zu ändern. Die Meßwerte im Bild 4.5a liegen dicht bei der theoretischen Kurve, wobei der Fehler für  $|c_{O2}|^2$  wegen der geringen Signalpegel höher ist. Die Pfeile bei zwei  $\zeta$ -Werten beziehen sich auf die entsprechenden  $\zeta$  im Bild 4.4, wobei man beachte, daß der helle Fleck im Zentrum des  $\phi_{O2}$ -Modus im Bild 4.4b vollständig verschwunden ist. Aus dem Fernfeld der Gauß-Laguerre-Moden Gl. (F2-14) schließt man, daß alle  $\phi_{\nu\mu}$  für gerades  $\nu$  reell sind. Für diese Funktionen sind die Ordnungen -1 und +1 des Hologramms identisch, wenn man von parasitären Interferenzen im Bild 4.4 absieht.

Bild 4.5b zeigt gemessene Leistung-Kopplungskoeffizienten an einem 48 cm langen Lichtleiter, dessen Brechzahlprofil Bild 3.2 und die daraus berechneten Eigenwellen, vgl. Bild 3.3, bekannt waren. Die Einkopplung nach Bild 4.3 versuchte, den Grundmodus des LWL möglichst stark anzuregen, was bei idealen Parabelfasern theoretisch mit Wirkungsgraden nahe  $|c_{O1}(\zeta_O)|^2 \approx 82\%$  möglich ist. Der aus der Anregung berechenbare Leistungs-Kopplungskoeffizient  $|K_{O1}|^2$ , der bei Ankopplung des realen LWL an eine ideale Parabelfaser beobachtet werden würde, liegt weit unter dem Maximalwert  $|c_{O1}(\zeta_O)|^2$ , weil das reale Feld des Fasergrundmodus bei der Wellenlänge  $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$  der verwendeten Lichtquelle einen Einbruch von 20 % des Maximalwertes aufweist. Gemessene und gerechnete Werte unterscheiden sich im Bild 4.5b stärker als im Bild 4.5a, woraus man schließen kann, daß die erstrebten Anregungsbedingungen nicht zufriedenstellend eingehalten wurden. Nach dem Fourier-Verschiebungssatz kann mit einer lateralen Verschiebung der Blende der Einstrahlwinkel des Lichts in der Ebene I variiert werden, ohne die Fleckposition zu verändern. Das erleichtert die schwierige Suche nach der optimalen Lichteinkopplung.

Weil kohärente Felder mit Filtern untersucht werden, die dem Eigenwellensystem des LWL (näherungsweise) entsprechen, spricht man von kohärenter angepaßter Filterung. Räumlich inkohärente Felder, wie sie von entsprechend erregten LWL abgestrahlt werden, kann man mit einer inkohärenten angepaßten Filterung untersuchen [Kitayama, L559], [Ohashi, L1890], auch unter Verwendung synthetischer Hologramme.

F1 Definitionen

Rotationssymmetrische Lichtwellenleiter (LWL) werden in Zylinderkoordinaten  $r = \rho a$ ,  $\varphi$ ,  $z$  durch ein von  $\varphi$  und  $z$  unabhängiges Brechzahlprofil charakterisiert,

$$\begin{aligned} n^2(\rho) &= n_1^2[1 - 2\Delta g(\rho)] = n_2^2 + A_N^2[1 - g(\rho)], & g(\rho_M) &= 0, & 0 \leq \rho < 1, \\ n^2(\rho) &= n_2^2, & g(\rho) &\equiv 1, & 1 \leq \rho \leq \infty. \end{aligned} \quad (\text{F1-1})$$

Dabei ist  $g(\rho)$  die Profilkfunktion,  $n_1$  die maximale Brechzahl im Kern bei  $\rho = \rho_M$ ,  $a$  der Kernradius, auf den die Radiuskoordinate  $r$  normiert wird, und  $n_2$  die Brechzahl des Mantels.

$$A_N^2(\rho) = n^2(\rho) - n_2^2 = A_N^2[1 - g(\rho)] = \sin^2 \gamma, \quad A_N^2 = n_1^2 - n_2^2 = \sin^2 \gamma_N \quad (\text{F1-2})$$

wird als lokale bzw. maximale Apertur bezeichnet.  $\gamma$  bzw.  $\gamma_N$  sind die zugehörigen maximalen Öffnungswinkel des vom LWL im Vakuum erleuchteten Kegels, gerechnet von der Faserachse aus.

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \{\Delta \ll 1\} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_2}, \quad A_N = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (\text{F1-3})$$

ist die relative Brechzahldifferenz, wobei die Näherung für schwach führende LWL gilt. Häufig wird für das Brechzahlprofil eine Potenzfunktion angesetzt,

$$g(\rho) = \rho^\alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq \infty. \quad (\text{F1-4})$$

Herausragende Spezialfälle sind das Stufenprofil  $\alpha \rightarrow \infty$  und das Parabelprofil  $\alpha = 2$ , welches auch in der Form eines unendlich ausgedehnten, sogenannten idealen Parabelprofils

$$n^2(\rho) = n_1^2(1 - 2\Delta\rho^2), \quad 0 \leq \rho \leq \infty \quad (\text{F1-5})$$

benötigt wird. Unphysikalische Bereiche  $n^2(\rho) < 1$  dürfen keine wesentlichen Feldkomponenten mehr enthalten. Für die Frequenz  $f$  der anregenden Lichtwelle hat sich eine zweckmäßige Normierung eingebürgert,

$$V = ak_0 A_N, \quad k_i = k_0 n_i = n_i \omega/c, \quad k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f, \quad (\text{F1-6})$$

genannt V-Parameter oder normierte Frequenz.  $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$  ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $k_0$  die Vakuum-Ausbreitungskonstante bei der Wellenlänge  $\lambda$ ,  $k_i$  die Ausbreitungskonstante im Medium der Brechzahl  $n_i$ . Wird  $k$  ohne jeden Index geschrieben, so sei darunter die Ausbreitungskonstante  $k = k_0 n$  im allgemeinen Medium der Brechzahl  $n$  verstanden;  $\lambda_n$  ist die zugehörige Wellenlänge.

F2 Skalare Optik rotationssymmetrischer Lichtwellenleiter

Für ein längs z homogenes, rotationssymmetrisches Medium gilt die skalare Wellen- oder Helmholtz-Gleichung in Polarkoordinaten  $r = \rho a$ ,  $\varphi$ ,  $z$  mit den Transversalkomponenten  $\phi_{\nu\mu}(r, \varphi, z)$

$$[\nabla^2 + k^2(r)]\phi_{\nu\mu}(r, \varphi, z) = 0. \quad (\text{F2-1})$$

$\nabla$  ist der Nabla-Operator in Zylinderkoordinaten. Longitudinalkomponenten werden vernachlässigt. Das ist für schwach führende LWL mit  $\Delta \ll 1$  zulässig, Gl.(F1-3). Separiert wird Gl.(F2-1) durch den Ansatz

$$\phi_{\nu\mu}(r, \varphi, z) = \phi_{\nu\mu}(r, \varphi) e^{-j\beta_{\nu\mu} z} = \phi_{\nu\mu}(r) \frac{1}{\sqrt{\pi(1 + \delta_{0\nu})}} \begin{cases} \cos \nu\varphi \\ \sin \nu\varphi \end{cases} e^{-j\beta_{\nu\mu} z} \quad (\text{F2-2})$$

mit dem Ergebnis

$$\frac{d^2 \phi_{\nu\mu}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_{\nu\mu}(r)}{dr} + k_r^2(r) \phi_{\nu\mu}(r) = 0, \quad (\text{F2-3a})$$

$$k_r^2 = k_0^2 n^2(r) - \beta_{\nu\mu}^2 - k_\varphi^2, \quad |k_\varphi| = \frac{\nu}{r}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, \quad (\text{F2-3b})$$

$$k_T^2 = k_r^2 + k_\varphi^2.$$

$k_r$ ,  $k_\varphi$ ,  $k_T$  und  $\beta_{\nu\mu}$  sind die Ausbreitungskonstanten in radialer, azimuthaler, transversaler und axialer Richtung. In der Näherungslösung Gl.(F2-2) herrscht eine einheitliche beliebige Polarisation in dem Querschnitt des LWL vor, daher werden die Eigenwellen auch  $LP_{\nu\mu}$ -Moden genannt.

Es ist zweckmäßig, normierte Ausbreitungskonstante  $\delta$ ,  $B$  zu definieren, wobei in Zukunft die Modenindizes  $\nu\mu$  häufig wegfallen,

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{k_1^2 - \beta^2}{k_1^2 - k_2^2}, \quad B = 1 - \frac{\delta}{\Delta}, \quad \beta = k_1 \sqrt{1 - 2\delta} = \sqrt{k_2^2 + BV^2/a^2}. \quad (\text{F2-4})$$

Für geführte Moden, Leckwellen und Strahlungsfelder gilt mit den Indizes  $g$ ,  $l$  und  $s$  im Falle monotoner Brechzahlprofile Gl.(F1-1)

$$0 \leq \frac{\delta_g}{\Delta} \leq 1, \quad 1 \leq \frac{\delta_l}{\Delta} \leq 1 + \frac{v^2}{V^2}, \quad 1 + \frac{v^2}{V^2} \leq \frac{\delta_s}{\Delta} \leq \frac{1}{2\Delta}. \quad (\text{F2-5})$$

Für geführte Moden gibt es bei monotonen Profilen maximal zwei, für Leckwellen im allgemeinen drei Kaustikradien  $r_i$  aus der Lösung der Gleichung

$$k_r(r_i) \equiv \sqrt{k_0^2 n^2(r_i) - \beta^2 - v^2/r_i^2} = 0. \quad (\text{F2-6})$$

Leckwellen als Grenzfall geführter Moden können sehr dämpfungsarm sein. In gekrümmten LWL gibt es nur Leckwellen, keine im strengen Sinn geführten Moden mehr. Wird  $k_r$  reell, so kann die Welle nicht mehr geführt werden und strahlt ab.

F2 Skalare Optik

Für ein ideal parabolisches Medium Gl.(F1-5) erhält man die Lösung [Grau, L5, L572, ONT], [Unger, L31]  $\phi_{\nu\mu}(r) = Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r)$ ,

$$Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r) = \sqrt{2P_{\nu\mu}} \sqrt{\frac{2(\mu-1)!}{(\mu-1+\nu)!}} \chi(\chi^2 r^2)^{\nu/2} e^{-\chi^2 r^2/2} L_{\mu-1}^{(\nu)}(\chi^2 r^2), \quad (\text{F2-7})$$

$$\chi = \sqrt{2}/w_0 = \sqrt{V}/a, \quad a^2/w_0^2 = V/2, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, \quad \mu = 1, 2, 3, \dots$$

Es gelten die Orthogonalitätsrelationen

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r) Q_{\nu\mu'}^{(\chi)}(r) r dr = P_{\nu\mu} \delta_{\mu\mu'}, \quad \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \phi_{\nu\mu}(r, \varphi) \phi_{\nu\mu'}(r, \varphi) r dr d\varphi = P_{\nu\mu} \delta_{\nu\nu'} \delta_{\mu\mu'}, \quad (\text{F2-8})$$

wobei  $P_{\nu\mu}$  als Querschnittsleistung des Modus  $(\nu\mu)$  bezeichnet wird.  $L_{\mu-1}^{(\nu)}(x)$  sind die Laguerre-Polynome mit den Eigenschaften [Abramowitz, L270]

$$L_{\mu-1}^{(\nu)}(x) = \sum_{n=0}^{\mu-1} \binom{\mu-1+\nu}{\mu-1-n} \frac{(-x)^n}{n!}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots, \quad \mu = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{F2-9})$$

$$L_0^{(\nu)}(x) = 1, \quad L_1^{(\nu)}(x) = -x + \nu + 1, \quad L_2^{(\nu)}(x) = \frac{1}{2}[x^2 - 2(\nu+2)x + (\nu+1)(\nu+2)],$$

$$L_3^{(\nu)}(x) = -\frac{1}{6}[x^3 - 3(\nu+3)x^2 + 3(\nu+2)(\nu+3)x - (\nu+1)(\nu+2)(\nu+3)],$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{L_{\mu-1}^{(\nu)}(x)}{x^{\mu-1}} = \frac{(-1)^{\mu-1}}{(\mu-1)!}.$$

Auch für die Linearkombination

$$\phi_{\nu\mu}(r, \varphi) = Q_{\nu\mu}^{(\chi)}(r) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (\cos \nu\varphi + \sin \nu\varphi) \quad (\text{F2-10})$$

gilt die Orthogonalitätsrelation Gl.(F2-8).

$w_0$  wird Strahlradius genannt. Das ideale Parabelprofil liefert eine gute Approximation der tatsächlichen Moden eines beim Kernradius  $r = a$  abgeschnittenen Brechzahlverlaufs, wenn die betrachteten Wellen an der Kernmantel-Grenze  $r = a$  keine wesentlichen Feldanteile mehr besitzen. Nach Einsetzen von Gl.(F2-2,7) in Gl.(F2-1) folgt

$$\beta_{\nu\mu} = k_1 \sqrt{1 - 2\Delta \frac{m}{M_2}}, \quad m = \nu + 2\mu - 1, \quad M_2 = \frac{V}{2}, \quad \frac{\delta}{\Delta} = \frac{m}{M_2}. \quad (\text{F2-11})$$

$m$  ist die Hauptmodenanahl,  $M_2$  deren Maximalwert für das quadratische Profil. Aus Gl.(F2-5) folgt für geführte Moden die normierte Grenzfrequenz

$$V_{\nu\mu G} = 2m = 2(\nu + 2\mu - 1); \quad (\text{F2-12})$$

nur wenn  $V > V_{\nu\mu G}$ , ist der  $\nu\mu$ -Modus ausbreitungsfähig. Also muß  $V \gg V_{\nu\mu G}$  gelten, wenn das tatsächliche, bei  $r = a$  abgeschnittene Parabelprofil näherungsweise Eigenwellen der Form Gl.(F2-7) haben soll. Typische Gradientenfasern

## F2 Skalare Optik

mit  $a = 25 \mu\text{m}$ ,  $A_N = 0,2$ ,  $V = 37$  bei  $\lambda = 0,85 \mu\text{m}$  garantieren dies für den weitaus größten Teil der verlustarm geführten Wellen. Gl. (F2-12) liefert auch für abgeschnittene Parabelprofile mit Ausnahme des Grundmodus  $m = 1$ , für den  $V_{01G} = 0$  ist, eine akzeptable Approximation der Grenzfrequenzen, deren Abweichung gegenüber der genaueren Beziehung im Text nach Gl. (F2-21) für die niedrigsten 13 Wellen zum Teil deutlich unter 18 % liegt.

Das Fernfeld der Verteilung Gl. (F2-2, 7)

$$\phi_{v\mu}(r, \varphi) = Q_{v\mu}^{(\chi)}(r) \frac{1}{\sqrt{\pi(1 + \delta_{0v})}} \begin{cases} \cos v\varphi \\ \sin v\varphi \end{cases} \quad (\text{F2-13})$$

mit den Fernfeldwinkeln  $\gamma$  und  $\phi$  nach Bild F2, F8 berechnet sich nach Gl. (F3-6c) auf einer Kugelschale im Abstand  $d$  vom Zentrum der Faserendfläche zu

$$\phi_{Fv\mu}(\gamma, \phi) = j e^{-jk_0 d} \frac{k_0}{a} \cos \gamma j^v (-1)^{\mu-1} Q_{v\mu}^{(1/\chi)}(k_0 \sin \gamma) \frac{1}{\sqrt{\pi(1 + \delta_{0v})}} \begin{cases} \cos v\phi \\ \sin v\phi \end{cases}. \quad (\text{F2-14})$$

Die Fernfeldwinkel  $\gamma$  und  $\phi$  sind im Bild F8 definiert.

Ein weiteres wichtiges Übertragungsmedium ist durch das radial bis  $r = a$  konstante Profil der Brechzahl gegeben, Gl. (F1-1). Für das Stufenprofil mit  $\alpha \rightarrow \infty$  in Gl. (F1-4) sind auch die Vektorlösungen der Maxwellgleichungen analytisch bekannt. Geht man zur Berechnung der Eigenwellen jedoch von der skalaren Helmholtz-Gleichung Gl. (F2-1) mit dem Ansatz Gl. (F2-2) aus, so schreibt man Gl. (F2-3a) im Kern- (oberes Vorzeichen) bzw. im Mantelbereich (unteres Vorzeichen)

$$\frac{d^2 \phi_{v\mu}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\phi_{v\mu}}{d\rho} \pm \left( x_{v\mu}^2 \mp \frac{v^2}{\rho^2} \right) \phi_{v\mu} = 0, \quad x_{v\mu} = \begin{cases} u_{v\mu} & \text{im Kern} \\ w_{v\mu} & \text{im Mantel} \end{cases}, \quad \rho = r/a \quad (\text{F2-15a})$$

mit den Phasenparametern  $u$  und  $w$  im Kern bzw. Mantel, vgl. Gl. (F2-3b),

$$u_{v\mu}^2 = a^2 k_T^2 = a^2 k_{1T}^2 = a^2 (k_1^2 - \beta_{v\mu}^2), \quad w_{v\mu}^2 = a^2 k_{2T}^2 = a_{2T}^2 = a^2 (\beta_{v\mu}^2 - k_2^2), \quad (\text{F2-15b})$$

$$u_{v\mu}^2 + w_{v\mu}^2 = V^2, \quad B_{v\mu} = \frac{w_{v\mu}^2}{V^2} = 1 - \frac{u_{v\mu}^2}{V^2} = 1 - \frac{\delta_{v\mu}}{\Delta}.$$

Für das Stufenprofil heißt die Lösung [Snyder, E443, E484] Gl. (F2-2) mit

$$\phi_{v\mu}(r) = \begin{cases} C \cdot J_v(u_{v\mu} \rho) / J_v(u_{v\mu}), & 0 \leq \rho \leq 1, \\ C \cdot K_v(w_{v\mu} \rho) / K_v(w_{v\mu}), & 1 \leq \rho \leq \infty \end{cases} \quad (\text{F2-16})$$

$$C = a\sqrt{2} \frac{u_{v\mu}}{V} K_v(w_{v\mu}) / \sqrt{K_{v+1}(w_{v\mu}) K_{v-1}(w_{v\mu})}$$

und der Orthogonalitätsrelation Gl. (F2-8).  $J_v(x)$  ist die Bessel-Funktion mit der  $k$ -ten Nullstelle  $j_{v,k}$ ; die Nullstelle  $x = 0$  wird nur für  $k = -1$ ,  $J_{-1}(x) = -J_1(x)$  mitgezählt. Die niedrigsten 13 Nullstellen sind, aufsteigend geordnet [Abramowitz, L270],

(F2-17)

$$j_{-1,1} = 0, j_{0,1} = 2,405, j_{1,1} = j_{-1,2} = 3,832, j_{2,1} = 5,136, j_{0,2} = 5,520, \\ j_{3,1} = 6,380, j_{1,2} = j_{-1,3} = 7,016, j_{4,1} = 7,588, j_{2,2} = 8,417, j_{0,3} = 8,654, \\ j_{5,1} = 8,771.$$

$K_\nu(z) = j \frac{\pi}{2} e^{j\nu\pi/2} H_\nu^{(1)}(ze^{j\pi/2})$  heißt modifizierte Hankel-Funktion. Charakteristisch ist ihr Abfall mit der komplexen Variablen  $z$ . Ihre asymptotische Entwicklung für große  $|z|$  [Abramowitz, L270]

$$K_\nu(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left( 1 + \frac{4\nu^2 - 1}{8z} + \frac{(4\nu^2 - 1)(4\nu^2 - 9)}{2!(8z)^2} + \dots \right), \quad |\arg z| < 3\pi/2, \quad (\text{F2-18})$$

läßt sich recht gut durch eine Exponentialfunktion nähern. Eine Exponentialnäherung für kleine  $|z|$  wurde von [Kunc, L3281] angegeben.

Die Ausbreitungskonstante  $\beta$  errechnet man mit Hilfe von Gl. (F2-15b) aus der Dispersionsrelation

$$u_{\nu\mu} \frac{J_{\nu-1}(u_{\nu\mu})}{J_\nu(u_{\nu\mu})} = -w_{\nu\mu} \frac{K_{\nu-1}(w_{\nu\mu})}{K_\nu(w_{\nu\mu})}. \quad (\text{F2-19})$$

Ist für allgemeine Brechzahlprofile der Kernradius  $a$  hinreichend klein, so propagiert der LWL nur den Grundmodus  $\phi_{01}$ . Dieses Feld hat die höchste radiale Konzentration und läßt  $\beta_{01}$  maximal werden. Bis zur Grenzfrequenz  $V_{11G}$  des nächsthöheren Modus bleibt der LWL einwellig,

$$\left. \begin{array}{ll} 0 \leq V \leq V_{11G} & \text{einwellig,} \\ 1,5 \leq V \leq V_{11G} & \Delta = 0,2\% \\ 2 \leq V \leq V_{11G} & \Delta = 0,1\% \end{array} \right\} \text{technisch einwellig,} \quad (\text{F2-20})$$

wobei die Angaben für den technisch einwelligen Betrieb berücksichtigen, daß mit gegebenen Größen  $\lambda$ ,  $\Delta$  der Kernradius nicht zu klein werden sollte; dann bleibt das Feld nahe der Achse konzentriert, und man vermeidet Schwierigkeiten bei der Einkopplung und zu hohe Verluste durch Mikrokrümmungen [Katsuyama, E247]. Der numerische Wert der Grenzfrequenz  $V_{11G}$  hängt von der Profilgestalt ab,

$$\begin{array}{ll} \text{Stufenprofil, Gl. (F1-1, 4) } \alpha \rightarrow \infty & V_{11G} = j_{0,1} = 2,405, \\ \text{Gauß-Profil (a ist } 1/e^2\text{-Radius) [Snyder, L1478]} & V_{11G} = 2,59, \quad (\text{F2-21}) \\ \text{bei } r = a \text{ abgeschnittenes Parabelprofil, } \alpha = 2 & V_{11G} = 3,401. \end{array}$$

Die Beziehung  $V_{\nu\mu G} = j_{\nu-1,\mu} \sqrt{1 + 2/\alpha}$  für Potenzprofile, berechnet nach einem skalaren Variationsverfahren [Okamoto, E444], gibt nicht die richtige Reihenfolge der Grenzfrequenzen  $V_{\nu\mu G}$  wieder, vgl. Gl. (F2-17): Die Entartung für

F2 Skalare Optik

LP-Modus    Vektor-Modus    Feld-Schema E    Leistung  $E^2$     elektrische (—) und magnetische (---) Feldlinien

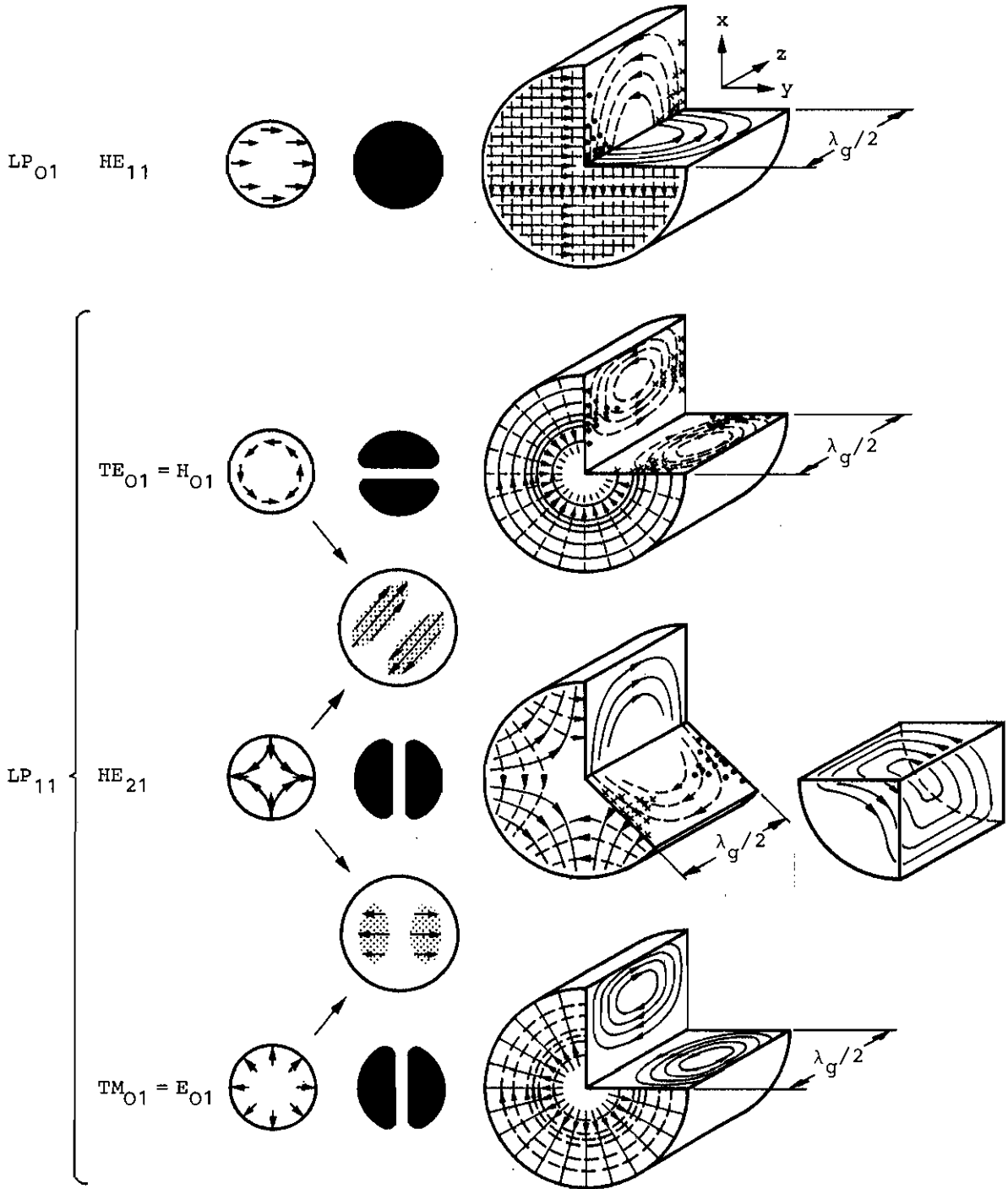


Bild F1. Wellenformen und Intensitätsmuster für LP- und Vektormoden (nach [Okoshi, E451]).  $\lambda_g$  ist die Wellenlänge des Lichtleitermodus.



z. B. die Eigenwellen  $(\nu\mu) = (21), (02)$  oder  $(22), (03)$  besteht nur für das ideale Parabel- und das Stufenprofil. Wie von [Oyamada, L1258], [Okoshi, E451 Fig.5.11], [Hosain, Sharma et al., L3268] gezeigt wurde, ist entgegen den sonst publizierten Bildern die Grenzfrequenz des  $LP_{02}$ -Modus niedriger als die des  $LP_{21}$ -Modus. Dies gilt für die anderen entarteten Grenzfrequenzen sinngemäß. Die Originalarbeit [Gloge, L1067 Fig.3] zeigt die relevanten Bereiche nur sehr undeutlich. Die genaue Abfolge ist aber insbesondere für zweiwellige LWL [Cohen, E445], [Kitayama, E446] von Bedeutung.

Die Felder der skalaren Optik sind im Querschnitt einheitlich polarisierte (LP) Näherungslösungen für den schwach führenden LWL und stellen in Wirklichkeit Linearkombinationen von Vektorlösungen dar, deren Feldbilder mit praktisch identischer Geschwindigkeit propagieren. Bild F1 zeigt Beispiele.  $HE_{21}$ - und  $TE_{01}$ - bzw.  $TM_{01}$ -Modus überlagern sich zum  $LP_{11}$ -Modus. Wegen der zwei orthogonalen Polarisationsrichtungen ist also jeder LP-Modus mit Ausnahme der Moden  $\nu = 0$  vierfach entartet; diese entsprechen einem Vektormodus und sind daher nur zweifach entartet.

Eine gegebene Feldverteilung  $\Psi(r, \varphi)$ , die auf die Stirnfläche einer Faser auftrifft, läßt sich nach dem orthonormierten Eigenmodensystem  $\phi_{\nu\mu}(r, \varphi)$ , Gl. (F2-2), des Wellenleiters entwickeln,

$$\Psi(r, \varphi) = \sum_{\nu, \mu} c_{\nu\mu} \phi_{\nu\mu}(r, \varphi). \quad (F2-22)$$

Nach Multiplikation mit  $\phi_{\nu\mu}$  erhält man aus Gl. (F2-22, 8) für die Kopplungskoeffizienten  $c_{\nu\mu}$  das Kopplungsintegral und die Vollständigkeitsrelation,

$$c_{\nu\mu} = \frac{1}{2P_{\nu\mu}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \Psi(r, \varphi) \phi_{\nu\mu}(r, \varphi) r dr d\varphi, \quad \sum_{\nu, \mu} P_{\nu\mu} |c_{\nu\mu}|^2 = P, \quad (F2-23)$$

wobei  $P$  die gesamte in den Wellenleiter eingekoppelte Leistung darstellt. Betrachtet werde ein LWL mit idealem Parabelprofil, dessen Eigenwellen die Gauß-Laguerre-Moden von Gl. (F2-7) mit  $P_{\nu\mu} = 1$  sind. Auf die Stirnseite dieses LWL treffe aus dem Vakuum ein linear polarisierter Gauß-Strahl  $\Psi_G(r', z_0)$ , Gl. (F3-15b) mit  $P_{01} = 1$ ; Auftreffstelle ist in den Polarkoordinaten des LWL, Bild F8, der Ort  $r_0, \varphi_0$ . Der Winkel zur Faserachse sei  $\gamma_0$ , der Winkel der Strahlprojektion  $\psi_0$ . Die Eigenwellen  $\phi_{\nu\mu}(r, \varphi)$  treten als cos- und als sin-Terme  $\phi_{\nu\mu}^{(\cos)}, \phi_{\nu\mu}^{(\sin)}$  auf, wobei nur deren Überlagerung  $|\phi_{\nu\mu}^{(\cos)} + \phi_{\nu\mu}^{(\sin)}|^2 = |\phi_{\nu\mu}^{(\cos)}|^2 + |\phi_{\nu\mu}^{(\sin)}|^2$  zu detektieren ist, wenn nicht besondere Maßnahmen getroffen werden. Daher werden die Leistungs-Kopplungskoeffizienten, Gl. (F2-23) mit  $P_{\nu\mu} = 1$ ,

$$P_{\nu\mu} = |c_{\nu\mu}^{(\cos)}|^2 + |c_{\nu\mu}^{(\sin)}|^2, \quad \sum_{\nu\mu} P_{\nu\mu} = 1 \quad (F2-24)$$

definiert. Sie geben den Bruchteil der Leistung an, der von der Gesamtleistung des Gaußstrahls in die vier bzw. zwei entarteten  $LP_{\nu\mu}$ -Moden eingekop-

## F2 Skalare Optik

pelt wird. Die normierten Parameter

$$\sigma = \left(\frac{w_{OG}}{w_O}\right)^2, \quad \rho_w = \frac{r_O}{w_O}, \quad s = \sqrt{V} \frac{\sin \gamma_O}{A_N}, \quad \psi_O \quad (F2-25)$$

charakterisieren die Einschubbedingungen. Nach Ausführung der Integrale erhält man, unabhängig von der Lage der Polarisationssebene im anregenden Strahl [Grau, L572]

$$p_{\nu\mu} = \frac{1}{1 + \delta_{O\nu}} \frac{(\mu - 1)!}{(\nu + \mu - 1)!} \frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2} \exp\left(-\frac{2\rho_w^2 + \sigma s^2}{1 + \sigma}\right) \left(\frac{\sigma}{1 + \sigma}\right)^{2\nu} \left(\frac{1 - \sigma}{1 + \sigma}\right)^{2(\mu - 1)} \cdot \left[ \left(\frac{2\rho_w^2}{\sigma^2} + s^2 + 2\sqrt{2} \frac{\rho_w}{\sigma} s \sin \psi_O\right)^\nu + \left(\frac{2\rho_w^2}{\sigma^2} + s^2 - 2\sqrt{2} \frac{\rho_w}{\sigma} s \sin \psi_O\right)^\nu \right] \cdot \left| L_{\mu-1}^{(\nu)} \left[ \frac{\sigma^2}{1 - \sigma^2} \left( \frac{2\rho_w^2}{\sigma^2} - s^2 + 2\sqrt{2} j \frac{\rho_w}{\sigma} s \cos \psi_O \right) \right] \right|^2 \quad (F2-26a)$$

mit dem Geltungsbereich

$A_N^2 \ll 1$	schwach führender LWL, skalare Optik
$1 \leq \nu \ll k_0^2 n_1^2 w_O^2 / 2$	Krümmung der Phasenflächen des gebrochenen Gauß-Strahls vernachlässigt,
$\nu + 2\mu - 1 \leq V/2$	nur geführte Moden, Gl. (F2-11), <span style="float: right;">(F2-26b)</span>
$2\Delta \ll \sigma \leq (\sqrt{V} - \sqrt{2}\rho_w)^2 / 2$	} Feld des Gauß-Strahls übertrifft nicht den Akzeptanzbereich einer Faser mit Kernradius a und Apertur $A_N$ .
$0 \leq \rho_w \leq \frac{a}{w_O}, 0 \leq s \leq \sqrt{V}$	

Die Anregungsparameter  $\sigma' = 1/\sigma$ ,  $\sqrt{2}\rho_w' = s$ ,  $s' = \sqrt{2}\rho_w$ ,  $\psi_O$  führen zu identischen  $p_{\nu\mu}$  wie in Gl. (F2-26a). Verkippung und Versatz sind austauschbar, vgl. die Bemerkung nach Gl. (F6-8). Ein technischer Lichtstrahl wird optimal durch den angepaßten Gauß-Strahl  $\sigma = 1$  mit konstanter Strahltaile im parabolischen Medium approximiert. Ohne Strahlverkippung  $s = 0$  erhält man dann mit der Hauptmodenzahl  $m = \nu + 2\mu - 1$  von Gl. (F2-11) die Summe  $p_m = \sum_{\nu+2\mu-1=m} p_{\nu\mu}$

$$p_m = \left(\frac{\rho_w^2}{2}\right)^{m-1} e^{-\rho_w^2} \sum_{\mu=1}^{\lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor} \frac{2}{1 + \delta_{\mu} \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor} \cdot \frac{1}{(\mu - 1)!} \cdot \frac{1}{(m - \mu)!} \quad (F2-27)$$

für die Leistungs-Kopplungskoeffizienten der Hauptmoden.  $\lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor$  ist der ganzzahlige Anteil des Quotienten.  $m = 1$ , also  $\nu = 0$  und  $\mu = 1$  gibt gerade die Kopplung zweier Gauß-Strahlen wieder. Aus Gl. (F2-26a) erhält man dafür ( $s = 0$ ) (F2-28)

$$p_1 = p_{01} = |c_{01}|^2 = \frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2} e^{-\frac{2\rho_w^2}{1 + \sigma}}$$

$r_O$  ist der radiale Versatz beider Strahlachsen. Mit der Differentiation  $dp_m/d\rho_w$  läßt sich aus Gl. (F2-27) der Radius  $\rho_{w \max}$  für maximales  $p_m$  berechnen,

F2 Skalare Optik

$$\rho_{w \max}^2 = m - 1, \quad \frac{m}{M_2} = \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 + \frac{1}{M_2}, \quad M_2 = V/2, \quad (\text{F2-29})$$

wobei  $M_2$  aus Gl.(F2-11) übernommen wurde; ein Vergleich mit Gl.(F6-9) zeigt für  $V \gg 1$  Übereinstimmung mit den Aussagen der geometrischen Optik, jedoch ist die in die Hauptmodengruppe  $m$  gekoppelte Leistung keineswegs eins, sondern

$$P_m(\rho_{w \max}) = \left(\frac{m-1}{2e}\right)^{m-1} \sum_{\mu=1}^{\lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor} \frac{1}{1 + \delta_{\mu} \lfloor \frac{m+1}{2} \rfloor} \cdot \frac{1}{(\mu-1)!} \cdot \frac{1}{(m-\mu)!}, \quad (\text{F2-30})$$

wobei nur  $p_1(\rho_{w \max}) = 1$  wird. Für  $m > 3$  ist  $p_m(\rho_{w \max}) < 25\%$ . Als Bandbreite der Anregung wird die bezogene Differenz  $\Delta m/m$  der Hauptmodenzahlen definiert, die um  $m$  herum zu  $p_{m \pm \Delta m/2}(\rho_{w \max}) = P_m(\rho_{w \max})/2$  führt. Ist  $1 < m < 16$ , bleibt  $\Delta m/m > 50\%$ .

Auch für das axial eingestrahlt Beugungsbild  $\Psi_{BL}(r)$  einer Blende mit Radius  $B$ , (Gl.F3-16c), kann man die Entwicklung nach Gauß-Laguerre-Moden des idealen Parabelprofil-LWL analytisch berechnen [Bartelt, Freude, Lohmann, Grau, L3318].

Man erhält für die Koeffizienten  $c_{\nu\mu}$  nach Gl.(F2-23) mit  $P_{\nu\mu} = P_B = 1$  und der Linsenbrennweite  $F$

$$c_{01} = \sqrt{2} \left(1 - e^{-\zeta^2}\right) / \zeta, \quad \zeta = \frac{\pi B w_0}{\lambda F}, \quad c_{\nu\mu} \equiv 0 \text{ für } \nu \neq 0, \quad (\text{F2-31})$$

$$c_{0\mu} = \frac{2\mu-3}{\mu-1} c_{0\mu-1} - \frac{\mu-2}{\mu-1} c_{0\mu-2} - \frac{2\sqrt{2}}{\mu-1} \zeta e^{-\zeta^2} \sum_{n=0}^{\mu-2} \binom{\mu-2}{n} (-2)^n L_n^{(1)}(\zeta^2).$$

Der Maximalwert von  $c_{01}$  beträgt an der Stelle  $\zeta_0 \approx 1,121$   $c_{01}(\zeta_0) \approx 0,9025$  mit  $c_{02}(\zeta_0) = 0$ . Folglich approximiert dieses Beugungsbild einen Gauß-Strahl mit dem Strahlradius

$$w_{OG} = \frac{\zeta_0 \lambda F}{\pi B} \approx 1,121 \frac{\lambda F}{\pi B}. \quad (\text{F2-32})$$

F3 Beugung

Unter Beugung versteht man die Veränderung eines propagierenden Anfangsfeldes  $\Psi_0(x, y, z_0)$ , das in kartesischen Koordinaten  $(x, y, z)$  für  $z = z_0$  gegeben sei, in ein Feld  $\Psi(x, y, z)$  an irgendeinem Raumpunkt  $(x, y, z)$ . Hier werde Beugung im homogenen isotropen Medium betrachtet. Die longitudinalen Komponenten der Felder seien vernachlässigt. Für die skalare Wellengleichung erhält man nach Gl. (F2-1) im Vakuum

$$(\nabla^2 + k_0^2)\Psi(x, y, z) = 0. \quad (F3-1)$$

Über den Fourier-Ansatz [Stark, E469], [Lohmann, L1670] mit dem Parameter  $z'$

$$\Psi(z')(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(z')(\xi, \eta, z) e^{-j2\pi(x\xi + y\eta)/(\lambda z')} \frac{d\xi d\eta}{\lambda z'}, \quad (F3-2a)$$

$$\Psi(z')(\xi, \eta, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(z')(x, y, z) e^{+j2\pi(x\xi + y\eta)/(\lambda z')} \frac{dx dy}{\lambda z'} \quad (F3-2b)$$

gewinnt man die Lösung für die Fourier-Transformierte  $\Psi(\xi, \eta, z)$ . Mit dem Anfangswert bei  $z_0$  erhält man für Wellenausbreitung in positive  $z$ -Richtung  $z' = z - z_0 \geq 0$  das Ergebnis

$$\Psi(x, y, z) = \frac{1}{(\lambda z')^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(x', y', z_0) \cdot e^{-j2\pi[(x-x')\xi + (y-y')\eta + (z-z_0)\sqrt{z'^2 - \xi^2 - \eta^2}]/(\lambda z')} d\xi d\eta dx' dy'. \quad (F3-3)$$

Das Doppelintegral über die Exponentialfunktion kann man mit Hilfe der Sattelpunkt-Methode [Born, L1938] auswerten, was zum sogenannten Kirchhoff-Integral führt,

$$\Psi(x, y, z) = j \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(x', y', z_0) \cos \epsilon e^{-jk_0 \ell} \frac{dx' dy'}{\lambda \ell}, \quad |\epsilon| \leq \frac{\pi}{2} - \sqrt{p\lambda/\ell}, \quad p = 500. \quad (F3-4)$$

Dabei ist nach Bild F2  $\ell$  der Abstand  $\overline{PQ}$  zwischen dem Aufpunkt  $Q = (x, y, z)$  und einem Punkt  $P = (x', y', z_0)$  in der Ebene  $z = z_0$  der Anfangsfeldverteilung;  $\epsilon$  definiert den Winkel zwischen  $\overline{PQ}$  und der  $z$ -Achse. Das Kirchhoff-Integral beschreibt Beugungsphänomene zutreffend, wenn  $|\epsilon|$  um  $\sqrt{p\lambda/\ell}$  kleiner als  $\pi/2$  bleibt;  $p$  ist dabei die Mindestanzahl der von der Phase des Integranden  $e^{-j2\pi[\dots]}$  durchlaufenen Extremwerte im Bereich  $[\xi/(\lambda z')]^2 + [\eta/(\lambda z')]^2 \leq 1/\lambda^2$ . Mit  $p = 500$  ist sichergestellt, daß sich die oszillierenden Anteile des Integranden zu beiden Seiten des stationären Sattelpunktes herausmitteln und das Integral allein durch den Integranden im Sattelpunkt bestimmt wird. Für  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ,  $\ell = 10 \text{ mm}$  ergibt sich  $|\epsilon| \leq 1,35 \hat{=} 77^\circ$ .

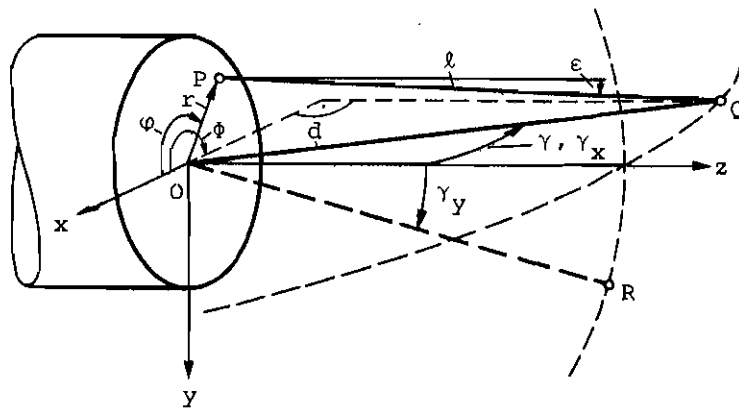


Bild F2. Austrittsfläche und Koordinatensystem eines Lichtwellenleiters.

### F3 Beugung

Die Auswertung des Kirchhoff-Integrals vereinfacht sich, wenn man den Aufpunkt Q so wählt, daß seine Entfernung  $d = \overline{OQ} > 0$  vom Koordinatenursprung wesentlich größer wird als die maximale signifikante Ortsausdehnung  $x_M, y_M$  des Anfangsfeldes  $\Psi_0(x, y, z_0)$ . Mit den Winkeln  $\varphi, \phi, \gamma_x, \gamma_y, \gamma$  im Bild F2 gilt mit  $x, y, r \ll d$  für die Strecke  $l = \overline{PQ} > 0$  (Fraunhofer-Näherung)

$$l_{xz} \approx d - x \sin \gamma_x, \quad l_{yz} \approx d - y \sin \gamma_y, \quad l_r \approx d - r \cos(\varphi - \phi) \sin \gamma. \quad (F3-5a)$$

Dabei bewegt sich für  $l_{xz}$  der Aufpunkt Q in der xz-Ebene und für  $l_{yz}$  in der yz-Ebene. Für Anfangsfelder  $\Psi_0(r, z_0) \Psi_0(\varphi)$  in Zylinderkoordinaten bezeichnet  $l_r$  die Entfernung  $\overline{PQ}$ . Unter derselben Voraussetzung kann im Integranden des Kirchhoff-Integrals

$$\frac{\cos \varepsilon}{l} \Big|_{xy} \approx \frac{\cos \gamma_x}{d}, \quad \frac{\cos \varepsilon}{l} \Big|_{yx} \approx \frac{\cos \gamma_y}{d}, \quad \frac{\cos \varepsilon}{l} \Big|_r \approx \frac{\cos \gamma}{d} \quad (F3-5b)$$

genähert werden. Setzt man noch separierbare Anfangsfelder  $\Psi_0(x, y, z_0) = \Psi_0(x, z_0) \Psi_0(y, z_0)$  bzw. in Zylinderkoordinaten  $\Psi_0(r, z_0) \begin{Bmatrix} \cos v\varphi \\ \sin v\varphi \end{Bmatrix}$  voraus, so erhält man aus Gl. (F3-4, 5)

$$\Psi(x, 0, z) = j \cos \gamma_x e^{-jk_0 d} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(y', z_0) \frac{dy'}{\sqrt{\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(x', z_0) e^{j2\pi x x' / (\lambda d)} \frac{dx'}{\sqrt{\lambda d}}, \quad (F3-6a)$$

$$\Psi(0, y, z) = j \cos \gamma_y e^{-jk_0 d} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(x', z_0) \frac{dx'}{\sqrt{\lambda d}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(y', z_0) e^{j2\pi y y' / (\lambda d)} \frac{dy'}{\sqrt{\lambda d}}, \quad (F3-6b)$$

$$\Psi(\gamma, \phi) = j^{v+1} \cos \gamma e^{-jk_0 d} \begin{Bmatrix} \cos v\phi \\ \sin v\phi \end{Bmatrix} 2\pi \int_0^{\infty} \Psi_0(r', z_0) J_v(k_0 r' \sin \gamma) \frac{r' dr'}{\lambda d}, \quad (F3-6c)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2, \quad (F3-6d)$$

Fraunhofer (Fourier):

$$x_M \ll d, \quad y_M \ll d, \quad r_M = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} \ll d; \quad \gamma_x, \gamma_y, \gamma \leq \frac{\pi}{2} - 22\sqrt{\lambda/d}. \quad (F3-6e)$$

Man erkennt durch Vergleich mit Gl. (F3-2b), daß  $\Psi(x, 0, z), \Psi(0, y, z)$  den Fourier-Transformierten  $\Psi_{\lambda_0}^{(d)}(x, 0, z), \Psi_{\lambda_0}^{(d)}(0, y, z)$  proportional sind, und daß  $\Psi(\gamma, \phi)$  bis auf Faktoren der Hankel-Transformierten  $v$ -ter Ordnung entspricht (auch Bessel-Transformierte genannt) [Korn, E440], [Castleman, L3343]; für den Spezialfall rotationssymmetrischer Felder gilt also die Definition

$$\Psi(z') (r, z) = 2\pi \int_0^{\infty} \Psi(z') (\rho, z) J_0[2\pi r \rho / (\lambda z')] \frac{\rho d\rho}{\lambda z'}, \quad (F3-7a)$$

$$\Psi(z') (\rho, z) = 2\pi \int_0^{\infty} \Psi(z') (r, z) J_0[2\pi r \rho / (\lambda z')] \frac{r dr}{\lambda z'}. \quad (F3-7b)$$

mit dem Parameter  $z'$  wie in Gl. (F3-2).

Begrenzt man in Gl. (F3-3) den Wertebereich der Integrationsvariablen  $\xi / (\lambda z')$ ,

### F3 Beugung

$\eta/(\lambda z')$  durch die Forderung, daß die Anfangsfunktion  $\Psi_0(x', y', z_0)$  in alle Richtungen mit Sinus größer als

$$\sin \gamma_x = \xi/z', \quad \sin \gamma_y = \eta/z', \quad \sin \gamma = \rho/z', \quad (\text{F3-8a})$$

$$\kappa_x = \frac{1}{\lambda} \sin \gamma_x, \quad \kappa_y = \frac{1}{\lambda} \sin \gamma_y, \quad \kappa = \frac{1}{\lambda} \sin \gamma \quad (\text{F3-8b})$$

keine ebenen Wellen emittiere und folglich bandbegrenzt sei in den sogenannten Raumfrequenzen  $\kappa_x, \kappa_y$  (bzw.  $\kappa$  für rotationssymmetrische  $\Psi_0$ ), wobei gelte

$$\kappa^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 \ll 1/\lambda^2, \quad (\text{F3-9})$$

so kann man in Gl. (F3-3)  $\sqrt{1 - \lambda^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2)} \approx 1 - \frac{1}{2} \lambda^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2)$  nähern und erhält nach erneuter Anwendung der Sattelpunktmethode [Born, L1938], gültig für beliebige  $z > z_0$ , die sogenannte Fresnel-Näherung

$$\Psi(x, y, z) = j e^{-jk_0(z-z_0)} \Psi_0(x, y, z_0) \quad (\text{F3-10a})$$

Fresnel:  $x^2 + y^2 \ll (z - z_0)^2. \quad (\text{F3-10b})$

$$\Psi(z') (x, y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi_0(\xi, \eta, z) e^{+j\pi[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]/(\lambda z')} \frac{d\xi d\eta}{\lambda z'} \quad (\text{F3-11a})$$

$$\Psi_0(z') (\xi, \eta, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x, y, z) e^{-j\pi[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]/(\lambda z')} \frac{dx dy}{\lambda z'} \quad (\text{F3-11b})$$

Ist also für Koordinaten  $Q = (x, y, z)$  nach Gl. (F3-10b) das Feld  $\Psi(x, y, z)$  bereits auf unbedeutende Werte abgesunken, dann sind die Voraussetzungen der Fresnel-Näherung Gl. (F3-10) erfüllt.

Verschwindet das Anfangsfeld für  $|x| > |x_M|, |y| > |y_M|$  so kann man nähern

$$\Psi(x, y, z) = j e^{-jk_0(z-z_0)} e^{-j\pi(x^2+y^2)/[\lambda(z-z_0)]} \Psi_0(x, y, z_0) \quad (\text{F3-12a})$$

Fraunhofer (Fourier):

$$x_M^2 + y_M^2 \ll \lambda(z - z_0), \quad x^2 + y^2 \ll z^2. \quad (\text{F3-12b})$$

Gl. (F3-12b) gibt an, in welchem Abstand  $z - z_0$  von der Anfangsebene  $z = z_0$  das Feld  $\Psi(x, y, z = \text{const})$  die Fourier-Transformierte des Anfangsfeldes  $\Psi_0(x, y, z_0)$  darstellt (Fraunhofer-Näherung).

Die Fraunhofer-Näherungen Gl. (F3-6, 12) für das Fernfeld  $\Psi(x, y, z)$  unterscheiden sich dadurch, daß Gl. (F3-6) nur einen Faktor der separierbaren Anfangsfunktion  $\Psi_0$  mit dem Fernfeld  $\Psi$  in einer Ebene über die Fourier-Transformation verknüpft, während Gl. (F3-10, 12) für allgemeine  $\Psi_0$  und  $\Psi$  gilt; andererseits beschränken die Voraussetzungen der Gl. (F3-10, 12) den zulässigen Ortsbereich  $(x, y, z)$  des Fernfeldes einschneidender als dies bei

### F3 Beugung

Gl. (F3-6) der Fall ist. Für die Fresnel-Transformation der Gl. (F3-10) wird kein makroskopischer Minimalabstand vom Anfangsfeld gefordert; die Bedingung Gl. (F3-10b) macht nur eine Aussage über den maximalen Winkelbereich, den das gebeugte Feld von  $\Psi_0$  erfüllt.

Der quadratische Phasenfaktor vor dem Integral der Fraunhofer-Beugung Gl. (F3-12a) beschreibt eine divergierende, durch ein Paraboloid genäherte Kugelwelle. Phasenfronten können ohne Verzerrungen bei  $z = \text{const}$  nur dann beobachtet werden, wenn ein optisches System diesen Term kompensiert. Eine dünne ideale Sammellinse der Brennweite  $F$  bewirkt eine Phasenverschiebung entsprechend

$$\Psi_L(x, y) = e^{j\pi(x^2+y^2)/(\lambda F)} \quad (\text{F3-13})$$

Ein Anfangsfeld  $\Psi_0$  in der Ebene  $z = z_0$  wird daher von einer bei  $z = z_0 + z_1$  aufgestellten Linse in ein Feld überführt, das in der hinteren Brennebene  $z = z_0 + z_1 + F$  der Linse lautet, Gl. (F3-10), 11b, 13),  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\pi x^2/a} dx = e^{-j\pi/4} \sqrt{\pi/a}$ ,  
 $\Psi(x, y, z_0 + z_1 + F) = j e^{-jk_0(z_1+F)} e^{-j\pi(x^2+y^2)(1-z_1/F)/(\lambda F)} \Psi_0^{(F)}(x, y, z_0)$ , (F3-14)

$$x_M^2 + y_M^2 \ll \lambda F, \quad x^2 + y^2 \ll F^2.$$

Bis auf konstante Phasenfaktoren verhalten sich die Felder in der vorderen ( $z_1 = F$ ) und hinteren Brennebene einer idealen dünnen Linse zueinander wie Fourier-Transformierte.

Zwei spezielle Beugungsbilder haben besondere Bedeutung. Der Gauß-Strahl als Fresnel-Transformierte der Verteilung, vgl. Gl. (F2-7),

$$\Psi_G(r, z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} Q_{01}(r) = 2 \sqrt{\frac{P_{01}}{w_{OG}^2 \pi}} e^{-r^2/w_{OG}^2} \quad (\text{F3-15a})$$

lautet mit  $r^2 = x^2 + y^2$  und Gl. (F3-10)

$$\Psi_G(r, z) = 2 \sqrt{\frac{P_{01}}{w_{OG}^2 \pi}} \frac{q(0)}{q(z-z_0)} e^{-jk_0(z-z_0)} e^{-j\pi r^2/[\lambda q(z-z_0)]}, \quad (\text{F3-15b})$$

$$\lambda q(z) = \lambda z + j w_{OG}^2 \pi, \quad w_{OG}^2 \pi = \lambda b/2,$$

$$\gamma_{OG} = \tan^{-1} \frac{2}{k_0 w_{OG}} \approx \frac{2}{k_0 w_{OG}}; \quad w_{OG} \geq 1,59 \lambda, \quad \gamma_{OG} \leq 11,3^\circ.$$

$q(z)$  ist der komplexe Strahlparameter,  $b$  wird konfokaler Parameter genannt und definiert den maximalen Krümmungsradius der Phasenflächen an der Stelle  $z - z_0 = \pm b/2$ ;  $w_{OG}$  ist der Strahlradius der Strahltaile bei  $z = z_0$ ;  $\gamma_{OG}$  gibt den asymptotischen Kegelöffnungswinkel an, bei dem  $\lim_{z \rightarrow \infty} \Psi_G(r, z) = e^{-1} \Psi_G(0, z)$ .



### F3 Beugung

Gl. (F3-15b) gilt in der paraxialen Näherung der Gl. (F3-10b). Die maximale relative Abweichung des exakten Feldes vom paraxialen Wert tritt bei  $z - z_0 = \pm b/2$  auf und beträgt  $\{k_0 w_{OG}\}^{-2}$  [Wencker, E441], [Grau, L5]; für die angegebenen Werte von  $w_{OG}$ ,  $\gamma_{OG}$  ist dieser Fehler kleiner als 1 %.

Als Bessel-Strahl werde die Beugungsfigur einer kreisförmigen Blende mit Radius  $B$  bezeichnet. Man beleuchtet die Blende mit einer ebenen Welle,

$$\psi_B(r, z_0) = \sqrt{\frac{2P_B}{B^2 \pi}} \text{circ}(r/B) \quad (\text{F3-16a})$$

und erhält das Fernfeld in Fraunhofer-Näherung, Gl. (F3-12a, 7b),

$$\psi_{BF}(r, z) = \sqrt{\frac{2P_B}{B^2 \pi}} \frac{B}{r} J_1 \left[ \frac{2\pi Br}{\lambda(z - z_0)} \right] j e^{-k_0(z - z_0)} e^{-j\pi r^2 / [\lambda(z - z_0)]}. \quad (\text{F3-16b})$$

Ist die beleuchtete Blende in der vorderen Brennebene  $z = z_0 + F$  einer idealen Linse aufgestellt, so erhält man nach Gl. (F3-14) in der hinteren Brennebene das Feld

$$\psi_{BL}(r, z = z_0 + 2F) = j e^{-k_0 2F} \sqrt{\frac{2P_B}{B^2 \pi}} \frac{B}{r} J_1 [2\pi Br / (\lambda F)]. \quad (\text{F3-16c})$$

Demnach hat eine Linse der numerischen Apertur  $A_B = B/F$  die beugungsbegrenzte Auflösung (Radius  $r = \delta_B$  der ersten Nullstelle der Besselfunktion)

$$\delta_B = \frac{j_{1,1}}{2\pi} \frac{\lambda}{A_B} \approx 0,610 \lambda / A_B, \quad \delta_{zB} \approx 0,5 \lambda / A_B^2, \quad (\text{F3-17})$$

$j_{1,1} = 3,83$  nach Gl. (F2-17);  $\delta_{zB}$  ist die Schärfentiefe des Fokus in axialer Richtung [Born, L1938], wenn man eine 20%ige Reduktion der Maximalleistung zulässt.

Schließlich sollen die Fourier-Transformationsbeziehungen für die Zeitfunktionen  $g(t)$  spezifiziert werden,

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(f) e^{j2\pi ft} df, \quad \tilde{g}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt. \quad (\text{F3-18})$$

$\tilde{g}(f)$  ist die Spektralfunktion. Zu beachten sind die unterschiedlichen Schlangensymbole für die Spektralfunktionen in Gl. (F3-2, 18) und die verschiedenen Vorzeichen der Phase.

F4 Kohärenz

Für quasimonochromatische Größen definiert man ein komplexes analytisches Signal im Raumpunkt  $\vec{r}$  [Born, L1938], [Grau, L5], [Rice, L3014]

$$\tilde{\psi}_s(\vec{r}, t) = A_s(\vec{r}, t) e^{j\omega_s t} = A_s(t) B_s(\vec{r}) e^{j\omega_s t}, \quad \Delta f_s \ll f_s, \quad (\text{F4-1a})$$

$$\psi_s(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\tilde{\psi}_s(\vec{r}, t)\},$$

$$P_s = \frac{1}{2} \int_{\vec{r}} \langle |\psi_s(\vec{r}, t_0)|^2 \rangle_{t_0} d^2\vec{r} = \langle |A_s(t_0)|^2 \rangle_{t_0} \quad (\text{F4-1b})$$

mit den in Betrag und Phase langsam veränderlichen Amplituden  $A_s(\vec{r}, t)$  bzw.  $A_s(t) \cdot B_s(\vec{r})$  für eine Lichtquelle mit der geringen spektralen Breite  $\Delta f_s \ll f_s$  und der Leistung  $P_s$ .  $\langle \dots \rangle_{t_0}$  steht für eine Mittelung über einige optische Perioden. Die Faktorisierung impliziert Reinheit des Kreuzspektrums (cross-spectral purity [Mandel, L1247, L3271]). Diese Annahme ist für übliche Lichtquellen wie Laser oder inkohärente Strahler gerechtfertigt. Das zugehörige reelle Signal ist  $\psi_s$ . Es seien ergodische Prozesse vorausgesetzt.

Als Kohärenzgrad erster Ordnung (mutual coherence function [Born, L1938]) bezeichnet man

$$\tilde{\gamma}_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \frac{\langle \tilde{\psi}_i(\vec{r}_1, t_0) \cdot \tilde{\psi}_j^*(\vec{r}_2, t_0 - t) \rangle_{t_0}}{\sqrt{\langle |\tilde{\psi}_i(\vec{r}_1, t_0)|^2 \rangle_{t_0} \langle |\tilde{\psi}_j(\vec{r}_2, t_0)|^2 \rangle_{t_0}}}, \quad (\text{F4-2a})$$

$$\gamma_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \frac{\langle \psi_i(\vec{r}_1, t_0) \cdot \psi_j(\vec{r}_2, t_0 - t) \rangle_{t_0}}{\sqrt{\langle \psi_i^2(\vec{r}_1, t_0) \rangle_{t_0} \langle \psi_j^2(\vec{r}_2, t_0) \rangle_{t_0}}} = \text{Re}\{\tilde{\gamma}_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)\}, \quad (\text{F4-2b})$$

$$\tilde{\gamma}_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) = \tilde{\gamma}_{ji}^*(\vec{r}_2, \vec{r}_1, -t), \quad \tilde{\gamma}_{ij}(t) \equiv \tilde{\gamma}_{ij}(\vec{r}, \vec{r}, t), \quad (\text{F4-2c})$$

$$\gamma_{ij}(t) = \gamma_{ij}(-t),$$

$$\tilde{\theta}_{ij}(f) \equiv \tilde{\gamma}_{ij}(f), \quad \theta_{ij}(f) \equiv \gamma_{ij}(f), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_{ij}(f) df = 1. \quad (\text{F4-2d})$$

Für die Fourier-Transformierte  $\tilde{\gamma}_{ij}(f)$  des normierten Kohärenztensors, das normierte Kohärenzspektrum, wird auch die Bezeichnung  $\tilde{\theta}_{ij}(f)$  verwendet, vgl. (F3-18).

Untersucht werde ein Interferenzexperiment, bei dem  $M$  verlustarme Lichtwellenleiter-Moden mit der transversalen Ortsabhängigkeit  $\phi_m(\vec{r})$  durch die Lichtquelle der Gl.(F4-1a) angeregt werden und sich nach Durchlaufen einer bestimmten Wegstrecke im Punkt  $\vec{r}_G$  überlagern. Die  $m$ -te Modenamplitude sei

mit dem Kopplungskoeffizienten  $c_m$  angeregt, vgl. Gl.(F2-23), und der zugehörige Modus habe die Impulsantwort  $\tilde{g}_m(t)$  bzw. die Übertragungsfunktion  $\tilde{g}_m(f)$ , vgl. Gl.(F2-2, F7-13). Die Lichtquelle werde durch die Entwicklung nach den orthogonalen Fasermode vollständig beschrieben. Man erhält für das Überlagerungsfeld in  $\vec{r}_G$  bzw. für dessen Nahfeld-Intensität  $I_G(\vec{r}_G) = I_G$

$$\tilde{\Psi}_G(\vec{r}_G, t) = \sum_{m=1}^M c_m \phi_m(\vec{r}_G) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) A_S(t-t_1) e^{j\omega_s(t-t_1)} dt_1, \quad (F4-3a)$$

$$c_m = \frac{1}{2} \int_{\vec{r}} B(\vec{r}) \phi_m^*(\vec{r}) d^2\vec{r}, \quad I_G = I_G(\vec{r}_G) = \frac{1}{2} \langle |\tilde{\Psi}_G(\vec{r}_G, t_0)|^2 \rangle_{t_0}. \quad (F4-3b)$$

Die Anwendung von Gl.(F4-2) auf das Feld  $\tilde{\Psi}_G$  Gl.(4-3a) führt zur Autokorrelation  $\tilde{\gamma}_{GG}(t)$  im Punkt  $\vec{r}_G$ ,

$$\begin{aligned} \frac{2I_G}{P_S} \tilde{\gamma}_{GG}(t) &= \sum_{m=1}^M |c_m|^2 |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t+t_2-t_1) e^{j\omega_s(t+t_2-t_1)} dt_1 dt_2 + \\ &+ \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} \left\{ c_m c_n^* \phi_m(\vec{r}_G) \phi_n^*(\vec{r}_G) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_n^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t+t_2-t_1) e^{j\omega_s(t+t_2-t_1)} dt_1 dt_2 + \right. \\ &\left. + \left[ c_m c_n^* \phi_m(\vec{r}_G) \phi_n^*(\vec{r}_G) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_n^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(-t+t_2-t_1) e^{j\omega_s(-t+t_2-t_1)} dt_1 dt_2 \right]^* \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_G &= I + 2P_S \operatorname{Re} \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} c_m c_n^* \frac{1}{2} \phi_m(\vec{r}_G) \phi_n^*(\vec{r}_G) \cdot \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_n^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2-t_1) e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2, \end{aligned} \quad (F4-4b)$$

$$I = P_S \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \frac{1}{2} |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2-t_1) e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2,$$

$$\tilde{\gamma}_{AA}(t) = \langle A_S(t_0) A_S^*(t_0-t) \rangle_{t_0} / P_S, \quad \gamma_{AA}(t) = |\tilde{\gamma}_{AA}(t) e^{j\omega_s t}|. \quad (F4-4c)$$

$I$  bezeichnet die Summe der Modenintensitäten im Punkt  $\vec{r}_G$ .  $\tilde{\gamma}_{AA}(t)$  meint die normierte Autokorrelationsfunktion des schmalbandigen Lichtquellenprozesses  $A_S(t)$ . Für eine nahezu monochromatische Quelle und Impulsantworten  $\tilde{g}_m(t) \sim \delta(t-t_{gm})$  erhalte man eine periodische Modulation der Intensität  $I_G$  mit  $\cos \omega_s(t_{gm} - t_{gn})$ . Entsprechend wäre das Spektrum  $\theta_{GG}(f)$  von  $\gamma_{GG}(t)$  bei spektral breiter Quelle mit  $\cos \omega(t_{gm} - t_{gn})$  moduliert (Alford-Gold-Effekt [Alford, L1246], [Mandel, L1248], [Crosignani, L2187], [Grau, ONT]). Die spektrale Breite der Lichtquelle orientiert sich an der reziproken maximalen Laufzeitdifferenz  $1/(t_{gm} - t_{gn})_{\max}$ .

#### F4 Kohärenz

Die räumliche bzw. zeitliche Kohärenz eines Feldes der Zeitdauer  $\tau$  und der Bandbreite  $df$  ist mit der Anzahl seiner transversalen ( $M_T$ ) bzw. longitudinalen ( $M_L$ ) Freiraum-Moden verknüpft [Grau, L5],  $k = k_0 n$  Gl. (F1-6),

$$dM_T = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 dF \cos \gamma d\Omega, \quad dM_L = \tau df, \quad dM = 2dM_T dM_L; \quad (F4-5)$$

dabei werde das Feld von einem Flächenelement  $dF$  unter dem Winkel  $\gamma$  zur Flächennormale in das Raumwinkelement  $d\Omega$  abgestrahlt. Der Faktor 2 bei der Gesamtmodenanzahl  $M$  berücksichtigt die beiden möglichen Polarisationsrichtungen. Innerhalb der Kohärenzzeit  $\tau_k$  ist die Anzahl longitudinaler Moden  $M_L = \int \tau df \approx \tau \Delta f_s$  für die Quellenbandbreite  $\Delta f_s$  eins; ebenfalls eins wird die Zahl transversaler Moden, die von einer Kohärenzfläche  $F_k$  in den Kohärenzraumwinkel  $\Omega_k$  abgestrahlt werden. Es folgt

$$F_k \cos \gamma \Omega_k = (\lambda/n)^2, \quad \tau_k \Delta f_s = 1. \quad (F4-6)$$

Ist bei verlustfreien optischen Transformationen  $M_T = \text{const}$ , so muß auch das Phasenraum- oder Modenvolumen

$$W = k_0^2 \iint_{F\Omega} n^2 dF \cos \gamma d\Omega \approx k^2 \Delta F \Delta \Omega, \quad M_T = W / (2\pi)^2 \quad (F4-7)$$

konstant bleiben. Gl. (F4-7),  $W = \text{const}$ , wird Liouville-Theorem genannt.

F5 Holographie

Bild F3 zeigt, wie analoge Hologramme hergestellt werden. Das Objekt O wird mit einer monochromatischen Laserlichtquelle der Frequenz  $f_s$  beleuchtet. Der von O am Ort  $\vec{r}_O = (x_O, y_O, z_O)$  ausgehenden Objektwelle  $\tilde{O}(\vec{r}_O, t)$  wird in der Photoplattenebene F eine Referenzwelle  $\tilde{R}(\vec{r}, t)$  überlagert, die zur Beleuchtung kohärent ist.  $\tilde{R}$  sei eine ebene Welle mit der Ausbreitungskonstante  $\vec{k}_R(\vec{r})$ . In der Plattenebene F mit den Koordinaten  $\vec{r}_F = (x, y, z_F = \text{const})$  erhält man von  $\tilde{O}(\vec{r}_O, t)$  und  $\tilde{R}(\vec{r}, t)$  das Feld

$$\tilde{\Psi}_F(\vec{r}_F, t) = \tilde{O}_F(\vec{r}_F, t) + \tilde{R}(\vec{r}_F, t), \quad \vec{k}_R = (k_{Rx}, k_{Ry}, k_{Rz}), \quad (\text{F5-1a})$$

$$\tilde{O}_F(\vec{r}_F, t) = |O_F(\vec{r}_F)| e^{-j\varphi_O(\vec{r}_F)} e^{j\omega_s t}, \quad \tilde{R}(\vec{r}_F, t) = |R_F| e^{-j\vec{k}_R \vec{r}_F} e^{j\omega_s t}. \quad (\text{F5-1b})$$

Für die auf der Photoplatte F registrierte Intensität erhält man analog zu Gl. (F4-3b, 4b) mit den Abkürzungen  $R_F = |R_F| e^{-j\vec{k}_R \vec{r}_F}$ ,  $O_F(\vec{r}_F) = |O_F(\vec{r}_F)| e^{-j\varphi_O(\vec{r}_F)}$ ,

$$2I_F(\vec{r}_F) = |R_F|^2 + |O_F(\vec{r}_F)|^2 + 2|R_F O_F^*(\vec{r}_F)| \cos[\varphi_O(\vec{r}_F) - \vec{k}_R \vec{r}_F]. \quad (\text{F5-2})$$

Die relative Amplitudentransparenz  $0 \leq T_F \leq 1$  der geeignet belichteten und entwickelten Platte kann im Bereich  $0,4 \leq T_F \leq 0,8$  meist linear genähert werden [Friesem, E468],

$$T_F(\vec{r}_F) = a - 2bI_F(\vec{r}_F) \quad (\text{F5-3})$$

wobei a und b ortsunabhängige reelle Konstanten sind. Beleuchtet man die entwickelte Platte F wie im Bild F4 mit dem Feld

$$\tilde{B}(\vec{r}_F, t) = B_F(\vec{r}_F) e^{j\omega_s t} \quad (\text{F5-4})$$

so erhält man in F

$$\tilde{\Psi}_H(\vec{r}_F, t) = \left\{ \left( a - b|R_F|^2 \right) B_F(\vec{r}_F) - b|O_F(\vec{r}_F)|^2 B_F(\vec{r}_F) - b|R_F| e^{-j\vec{k}_R \vec{r}_F} B_F(\vec{r}_F) O_F^*(\vec{r}_F) - b|R_F| e^{j\vec{k}_R \vec{r}_F} B_F(\vec{r}_F) O_F(\vec{r}_F) \right\} e^{j\omega_s t}. \quad (\text{F5-5})$$

Das in F gespeicherte Interferenzbild wird Hologramm genannt [Gabor, E453, E454], [Leith, Upatnieks, E455 - E457], [Meier, E459]. Bestrahlt man dieses mit der Referenzwelle, so daß  $\tilde{B}(\vec{r}_F, t) = \tilde{R}(\vec{r}_F, t)$  wird, dann ist der vierte Term in Gl. (F5-5) exakt der komplexen Objektwelle  $\tilde{O}_F(\vec{r}_F, t)$  proportional und ein Beobachter sieht hinter der Platte F das virtuelle Objekt. In diesem Fall ist der dritte Term  $-b|R_F|^2 O_F^*(\vec{r}_F) e^{-j2\vec{k}_R \vec{r}_F}$  ein Abbild der in der Objektebene  $z = z_O$  verschobenen, konjugiert komplexen Objektwelle, nämlich  $O^* \left[ x - 2 \frac{k_{Rx}}{k_O} (z_F - z_O), y - 2 \frac{k_{Ry}}{k_O} (z_F - z_O), z_O \right] e^{-j2k_{Rz} z_F}$ . Diese Aussage gilt exakt, wenn zwischen  $O(\vec{r}_O)$  und  $O_F(\vec{r}_F)$  das Ausbreitungsgesetz der Fraunhofer-Beugung gilt, Gl. (F3-12a, 2b), und enthält den Verschiebungssatz der

F5 Holographie

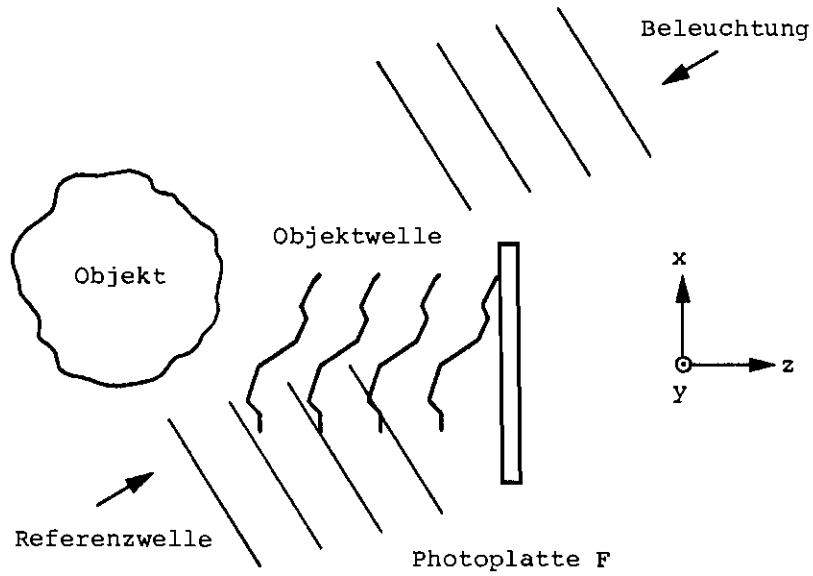


Bild F3. Herstellung eines analogen Hologramms.

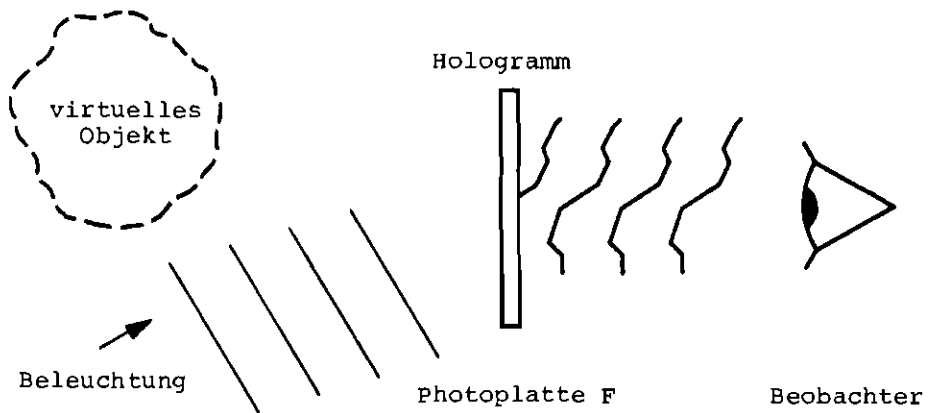


Bild F4. Rekonstruktion eines Objektfeldes.

## F5 Holographie

Fourier-Transformations-Theorie. Die in der Ebene F konstante Phase  $2k_{Rz}z_F$  ist in diesem Zusammenhang bedeutungslos. Gilt nicht die Fraunhofer-Näherung, sondern das Fresnel-Integral Gl.(F3-10) oder gar das allgemeine Beugungsgesetz Gl.(F3-3), so treten zusätzliche Faktoren hinzu, so daß die konjugiert komplexe Objektwelle im Gegensatz zur Objektwelle nur näherungsweise rekonstruiert werden kann. Bei Beleuchtung mit  $\tilde{B}(\vec{r}_F, t) = R^*(\vec{r}_F) e^{j\omega_s t}$  hingegen wird die konjugiert komplexe Objektwelle exakt, die Objektwelle aber nur angenähert dargestellt. Die ersten beiden Terme der Gl.(F5-5) sind unwesentliche Störanteile.

Von jedem Objektpunkt geht eine divergierende Kugelwelle aus, in Fraunhofer-Näherung  $e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}_0|} e^{j\omega_s t} \approx e^{-jk_0|z-z_0|} e^{-j\pi(x^2+y^2)/(\lambda|z-z_0|)} e^{j\omega_s t}$ . Folglich ist die Objektwelle divergent und kann nur mit einer Sammellinse Gl.(F3-13) auf einem Schirm abgebildet werden. Jeder Punkt des konjugiert komplexen Objekts strahlt in z-Richtung eine konvergierende Welle  $e^{-jk_0|z-z_0|} e^{j\pi(x^2+y^2)/(\lambda|z-z_0|)} e^{j\omega_s t}$  ab. In der Ebene F,  $z = z_F$ , scheint diese Welle auf einen Punkt in der Ebene  $z = z_F + (z_F - z_0) = 2z_F - z_0$  für  $z_F \geq z_0$  zuzulaufen. Dieses sogenannte pseudoskopische reelle Bild (im Gegensatz zum orthoskopischen virtuellen Bild der Objektwelle) vertauscht die Tiefeninformation: Was im orthoskopischen Bild dem Betrachter näher ist, erscheint im pseudoskopischen Bild entfernter. Je nach der Phasenfrontkrümmung von Referenzwelle  $R(\vec{r}_F, t)$  und Beleuchtungswelle  $B(\vec{r}_F, t)$  bei der Rekonstruktion kann das pseudoskopische Bild auch virtuell, das orthoskopische dagegen reell werden [Meier, E458]. Die Verkippung der Referenzwelle zur Flächennormale des Hologramms  $k_{Rx}x_F - k_{Ry}y_F \neq 0$  trennt ortho- und pseudoskopisches Bild räumlich; solche Hologramme werden außeraxial (off-axis) genannt. Je nachdem, ob eine Abbildung des Objekts, also das Nahfeld, oder seine Beugungsfigur in Fresnel-, Gl.(F3-10b), oder Fraunhofer-Näherung, Gl.(F3-12b), registriert wird, werden die entsprechenden Interferogramme Nahfeld-, Fresnel- oder Fraunhofer-Hologramme genannt. Ein wichtiger Spezialfall des letzten Typs ist das Fourier-Hologramm, bei dem sich das Objekt in der vorderen und die Photoplatte in der hinteren Brennebene einer Linse der Brennweite  $F_1$  befindet, Gl.(F3-14). Ein Objektpunkt werde durch  $O(x_0, y_0, z_0)$  beschrieben. Referenzwelle ist die Punktquelle  $\lambda F_1 |R| \delta(x_0 - x_R, y_0 - y_R)$ , ebenfalls in der hinteren Brennebene der Linse, Bild F5. In der Hologrammebene  $z_F = z_0 + 2F_1$  erhält man das Summenfeld

$$\psi_F(\vec{r}_F) = j e^{-jk_0 2F_1} \left\{ |R| e^{j2\pi(x_F x_R + y_F y_R)/(\lambda F_1)} + \underset{0}{Q}^{(F_1)}(x_F, y_F, z_0) \right\} e^{j\omega_s t} \quad (F5-6)$$

mit der Intensität  $I_F(\vec{r}_F) = \frac{1}{2} |\psi_F(\vec{r}_F)|^2$ , die wiederum in einem linearen Hologramm Gl.(F5-3) gespeichert werden möge. Beleuchtet man die entwickelte Platte mit einer ebenen Welle  $B_F(\vec{r}_F) = |B|$  und fourier-transformiert das erzeugte Feld mit einer Linse Gl.(F3-14) der Brennweite  $F_2$ , so erhält man in der Re-

F5 Holographie

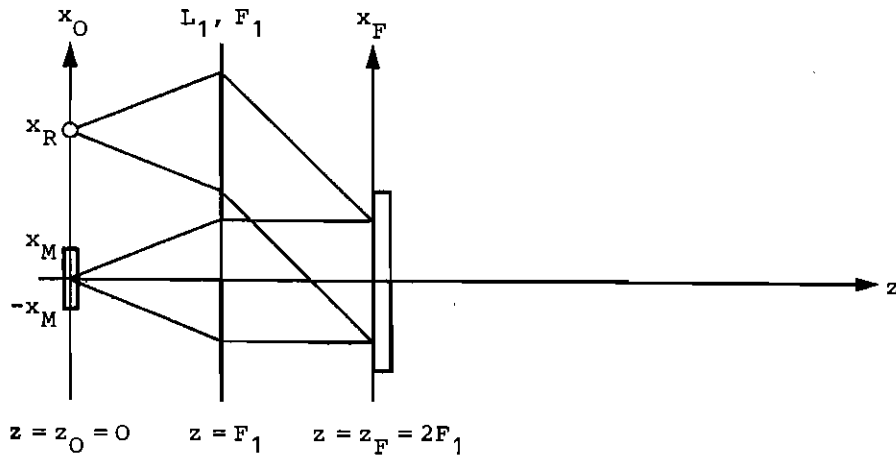


Bild F5. Herstellung eines analogen Fourier-Hologramms.

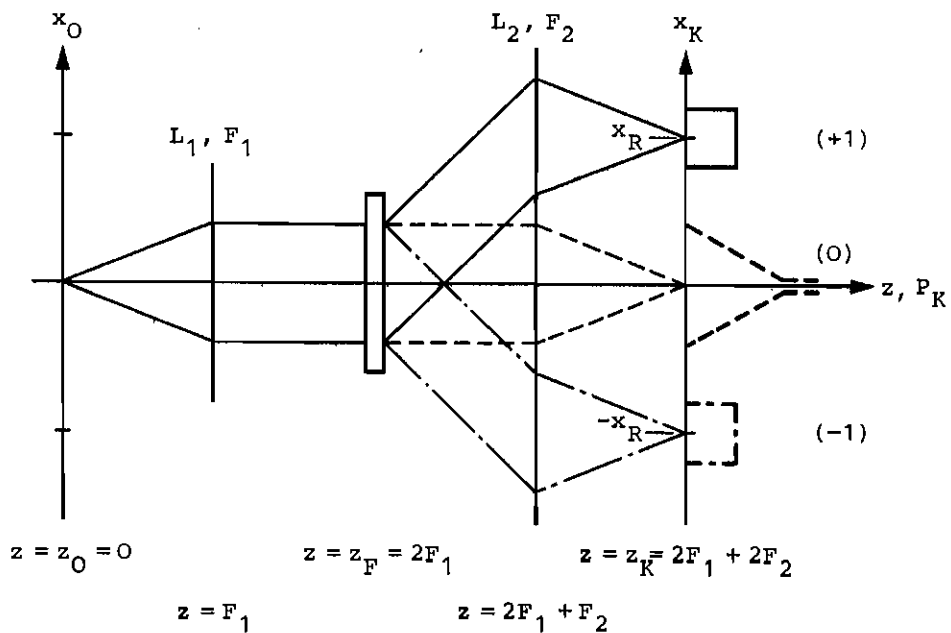


Bild F6. Rekonstruktion und Beugungsordnungen eines analogen Fourier-Hologramms,  $F_1 = F_2$ .



konstruktionsebene  $z_K = z_0 + 2F_1 + 2F_2$ ,  $\vec{r}_K = (x_K, y_K, z_K)$  von Bild 6 mit Gl. (F5-3)

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_K(\vec{r}_K) &= [a - b \cdot |R|^2] |B| \delta(x_K, y_K) - \frac{b|B|}{\lambda F_2} \cdot \\ &\cdot O\left(-\frac{F_1}{F_2} x_K, -\frac{F_1}{F_2} y_K, z_0\right) \otimes O\left(-\frac{F_1}{F_2} x_K, -\frac{F_1}{F_2} y_K, z_0\right) - \\ &- b|R||B| \frac{F_1}{F_2} O^*\left(\frac{F_1}{F_2} x_K + x_R, \frac{F_1}{F_2} y_K + y_R, z_0\right) - \\ &- b|R||B| \frac{F_1}{F_2} O\left(-\frac{F_1}{F_2} x_K + x_R, -\frac{F_1}{F_2} y_K + y_R, z_0\right). \end{aligned} \quad (F5-7)$$

Der erste Term ist eine Beugung nullter Ordnung der fourier-transformierten ebenen Beleuchtungswelle  $B_F(\vec{r}_F)$ . Der zweite Term gibt die Autokorrelation der Objektfunktion wieder; die Operatoren  $\otimes$  und  $*$  beschreiben Kreuzkorrelation und Faltung,

$$\begin{aligned} g(x, y) \otimes h(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1, y_1) h^*(x_1 - x, y_1 - y) dx_1 dy_1, \\ g(x, y) * h(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x_1, y_1) h(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (F5-8)$$

Die Autokorrelation ist doppelt so breit wie das Objekt und stellt eine auf  $x_K = y_K = 0$  zentrierte Störung dar. In der (-1)ten Beugungsordnung erscheint die konjugiert komplexe Objektamplitude des dritten Summanden. Der letzte Ausdruck schließlich stellt die Objektwelle in der (+1)ten Beugungsordnung dar; sie ist um das Brennweitenverhältnis  $F_1/F_2$  abgeschwächt, während die Linearvergrößerung  $F_2/F_1$  beträgt. Hatte sich im Bild F5 der Objektpunkt bei  $x_0 = y_0 = 0$  befunden, so ist er in der Rekonstruktion an der Stelle  $x_K = +x_R$ ,  $y_K = +y_R$  zu sehen. Hat die auf  $x_0 = y_0 = 0$  zentrierte Objektfunktion maximale Koordinaten von  $x_M, y_M$ , vgl. Gl.(F3-12b), so muß für die Referenzwelle

$$|x_R| \geq 3|x_M| \quad \text{bzw.} \quad |y_R| \geq 3|y_M| \quad (F5-9)$$

gelten, damit eine Überlappung mit der doppelt so breiten nullten Beugungsordnung vermieden wird, vgl. Bild F6 für die Leistung  $P_K(x_K) = \frac{1}{2} |\Psi_K(x_K)|^2$  in der Rekonstruktionsebene.

Hologramme physikalisch vorhandener Objektfelder werden auf photographischem Film aufgezeichnet. Zunehmend Bedeutung gewinnt die Herstellung computer-generierter Hologramme (CGH), bevorzugt als binäre Masken [Brown, Lohmann, E317, E319], [Lohmann, E318], [Bartelt, E471]; da das CGH-Filmtransparent keine Graustufen enthält, gibt es keine Probleme mit der Amplitudenlinearität [Friesem, E468] der Transparenz, vgl. Gl.(F5-3). Zur Synthese einer in  $M \times N$  Punkten gegebenen komplexen Spektralfunktion  $\underline{S}$ ,

$$\tilde{S}(\vec{r}, t) = S(\vec{r}) e^{j\omega_s t}, \quad (F5-10a)$$

$$\underline{S}(\vec{k}) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S(\vec{r}) e^{j2\pi\vec{r}\vec{k}} d^2\vec{r}, \quad \vec{r} = (x, y), \quad d^2\vec{r} = dx dy \quad (F5-10b)$$

$$S(\vec{r}) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \underline{S}(\vec{k}) e^{-j2\pi\vec{r}\vec{k}} d^2\vec{k}, \quad \vec{k} = (\kappa_x, \kappa_y), \quad d^2\vec{k} = d\kappa_x d\kappa_y \quad (F5-10c)$$

wobei die Raumfrequenzen  $\kappa_x, \kappa_y$  von Gl. (F3-8, 9) den Zusammenhang mit Gl. (F3-2) liefern, müssen im Raumfrequenzbereich  $M \times N$  Zellen konstruiert werden, deren Transparenz eine ebene Beleuchtungswelle in Betrag und Phase modifiziert. Die lokalen ebenen Wellen der einzelnen Zellen entsprechen in Betrag und Phase der gewünschten Funktion  $S(\vec{k})$ . Bild F7 zeigt die Hologrammstruktur und eine Zelle der Kantenlängen  $\Delta\kappa_x, \Delta\kappa_y$  [Bartelt, E471]. In einer Zelle soll die kontinuierliche Funktion  $\underline{S}(\kappa_x, \kappa_y) \approx \underline{S}(m\Delta\kappa_x, n\Delta\kappa_y) = S_{mn} = a_{mn} e^{j\sigma_{mn}}$ ,  $m, n = \pm 1, \pm 2, \dots$ , so glatt verlaufen, daß sie als annähernd konstant angesehen werden darf. Fällt eine ebene Welle  $e^{-j2\pi(x_R\kappa_x + y_R\kappa_y)}$  auf eine Zelle  $(m, n)$ , so resultiert die mittlere komplexe Amplitude [Brown, Lohmann, E317]

$$S_{mn} e^{j\sigma_{mn}} \doteq \frac{1}{\Delta\kappa_x} \int_{(m+p_{mn}-a_{mn}/2)\Delta\kappa_x}^{(m+p_{mn}+a_{mn}/2)\Delta\kappa_x} e^{-j2\pi x_R \kappa_x} d\kappa_x \frac{1}{\Delta\kappa_y} \int_{(n+q_{mn}-b_{mn}/2)\Delta\kappa_y}^{(n+q_{mn}+b_{mn}/2)\Delta\kappa_y} e^{-j2\pi y_R \kappa_y} d\kappa_y = \quad (F5-11a)$$

$$= a_{mn} \text{sinc}(a_{mn} x_R \Delta\kappa_x) e^{-j2\pi x_R (m+p_{mn}) \Delta\kappa_x} \cdot b_{mn} \text{sinc}(b_{mn} y_R \Delta\kappa_y) e^{-j2\pi y_R (n+q_{mn}) \Delta\kappa_y},$$

$$S_{mn} = a_{mn} b_{mn} \text{sinc}(a_{mn} x_R \Delta\kappa_x) \text{sinc}(b_{mn} y_R \Delta\kappa_y), \quad (F5-11b)$$

$$\sigma_{mn} = -2\pi [x_R (m+p_{mn}) \Delta\kappa_x + y_R (n+q_{mn}) \Delta\kappa_y]. \quad (F5-11c)$$

Üblicherweise wählt man  $\sigma_{mn} (p_{mn} = q_{mn} = 0) = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ , so daß zu fordern ist  $x_R \Delta\kappa_x = i_x, y_R \Delta\kappa_y = i_y, i_x, i_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , und man erhält

$$\sigma_{mn} = -2\pi [p_{mn} x_R \Delta\kappa_x + q_{mn} y_R \Delta\kappa_y]. \quad (F5-11d)$$

Da das Hologramm entsprechend der Anzahl der Bildpunkte  $2 \times M \times N$  reelle Größen speichert, sind zwei freie Parameter nötig, um die Lage und Größe eines transparenten Rechtecks zu bestimmen. Meist wählt man  $q_{mn} = 0, \Delta\kappa_x = \Delta\kappa_y = \Delta\kappa, b_{mn} = 1$  und variiert  $a_{mn}, p_{mn}$ . Müßte man das transparente Rechteck teilweise aus dem Zellenbereich z. B. nach rechts rücken, so macht man eine Überlaufkorrektur und fügt das verlorengegangene Flächenstück um  $\Delta\kappa$  verschoben an der linken Zellenseite wieder an (circular overflow). Kann

F5 Holographie

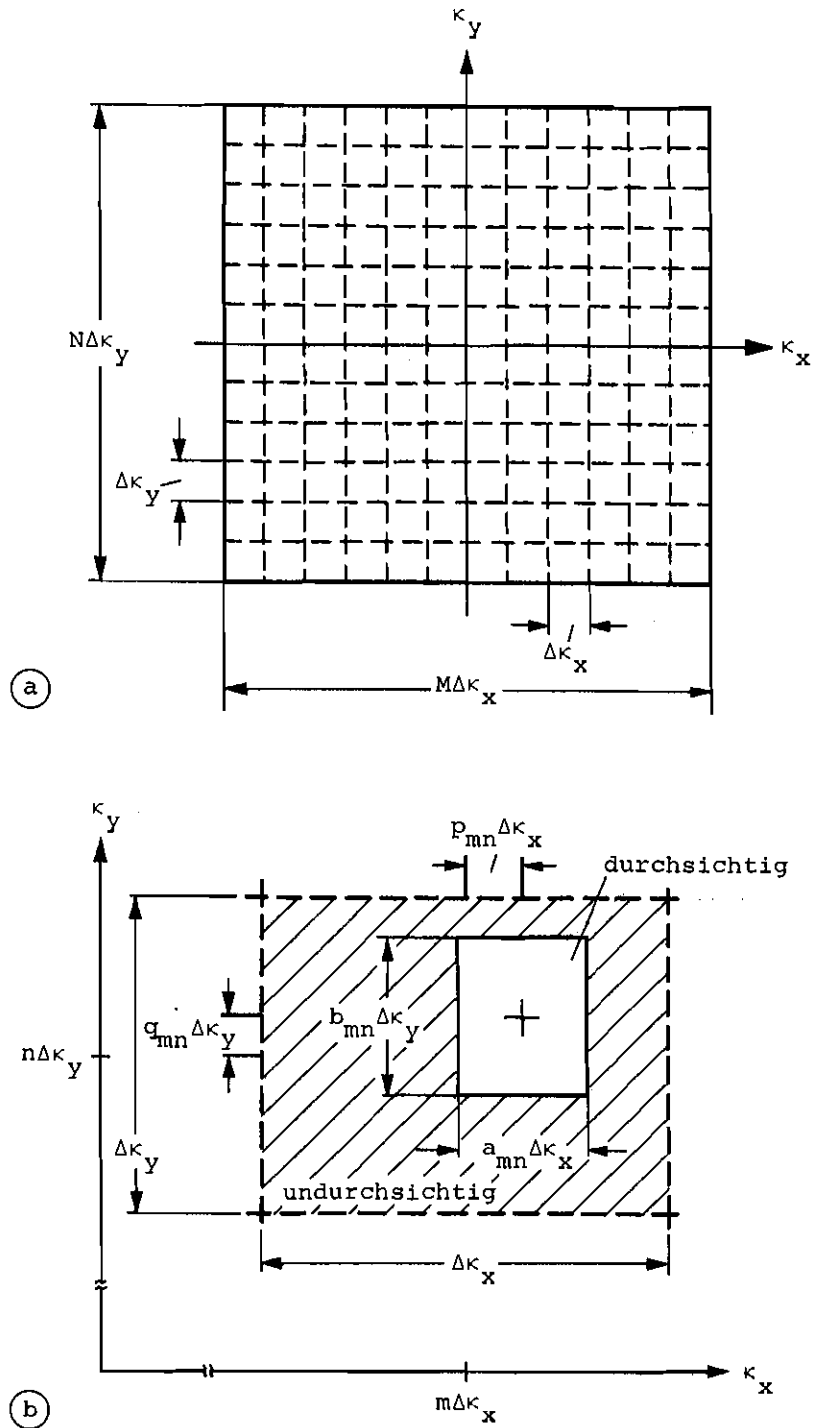


Bild F7. Synthetisches Fourier-Hologramm

- (a) schematischer Aufbau
- (b) Zellenstruktur

## F5 Holographie

mit  $a_{mn}$  die Amplitude nicht hinreichend variiert werden, so fixiert man  $a_{mn}$  und verändert  $b_{mn}$ . Den ersten Hologramm-Typ nennt man Lohmann I, den zweiten Lohmann III. Soll dem diskreten Fourier-Hologramm Gl.(F5-11) eindeutig ein Objektfeld  $S(\vec{r})$  zugeordnet werden, so muß dieses auf den periodisch wiederholten Bereich

$$2x_M = M\Delta x \leq 1/\Delta\kappa_x, \quad 2y_M = N\Delta y \leq 1/\Delta\kappa_y \quad (\text{F5-12})$$

beschränkt und in Abtastintervallen  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  bekannt sein. Wegen der binären Natur des Hologramms entstehen im Gegensatz zum analogen Hologramm Bild F6 bei der Rekonstruktion auch höhere Beugungsordnungen. Die maximale Objektpunktzahl ist wegen den beschränkten Abmessungen des transparenten Zellenfensters auf  $M \times N = 300 \times 300$  bei einer Amplitudendynamik von 34 dB beschränkt. Gute Linsen lösen  $10^7 \dots 10^8$  Objektpunkte auf, eine Fläche von  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  feinkörnigem photographischem Film sogar  $10^9 \dots 10^{10}$  [Lohmann, E472]. Das Produkt  $MN$  entspricht der Anzahl transversaler Freiraum-Moden  $M_T$  von Gl.(F4-7),  $\Delta x \Delta y$  kann man als Kohärenzfläche  $F_k$  und  $MN\lambda^2 \Delta\kappa_x \Delta\kappa_y$  als Kohärenzraumwinkel  $\Omega_k$  interpretieren, Gl.(F4-6, F3-8), so daß ein raumfrequenzbegrenztes Objektfeld durch einen komplexen Abtastwert pro Kohärenzfläche vollständig dargestellt wird, vgl. Gl.(F5-11a) im Raumfrequenzbereich.

Eine ausführliche Fehleranalyse der CGH vom Typ Lohmann [Brown, Lohmann, E317] sowie von den Typen [Lee, E474], [Burckhard, E475] und [Hsueh, Sawchuk, E476] wurde von [Allebach, L1510] veröffentlicht.

F6 Geometrische Optik

Die geometrische Optik operiert mit Lichtstrahlen, einer mathematischen Fiktion, die Beugung ignoriert und bei LWL nur für  $V \gg 1$  näherungsweise gilt. Für die radiale Ausbreitungskonstante  $k_r$ , Gl.(F2-3b), erhält man beim Durchlaufen des Radius von einem inneren Kaustikradius  $r_1$ , Gl.(F2-6), bis zu einem äußeren Kaustikradius  $r_2$  und wieder zurück die Eindeutigkeitsbedingung, auch Dispersionsrelation [Gloge, L847] genannt,  $\mu = 1, 2, 3, \dots, \nu = 0, 1, 2, \dots$ ,

$$2\mu\pi \approx 2 \int_{r_1}^{r_2} k_r(r) dr, \quad F(\beta, \omega) \equiv \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \nu^2/r^2} dr - \mu\pi = 0. \quad (F6-1)$$

Wenn die Welle geführt wird, ist  $\beta > k_2$ . Phasenverschiebungen an den Kaustiken bzw. an der Kern-Mantel-Grenze bei Stufenprofil-LWL sind vernachlässigt.

Gl.(F6-1) hätte man auch als Näherungslösung der Helmholtz-Gleichung Gl.(F2-3a) mit dem Ansatz  $\phi_{\nu\mu}(r) = A(r)e^{-jk_0 S(r)}$  nach der WKB-Methode [Morse, E17], [Marcuse, L1942, L748], [Okoshi, E451] erhalten, wenn man in Gl.(F6-1) ersetzt  $\mu \rightarrow \mu - \frac{1}{2}$ . Zur Berechnung der Modenanzahl  $M_\beta$  mit Ausbreitungskonstanten

bis  $\beta$  wird das Integral  $M_\beta = 4 \int_0^{\nu_m} d\nu \int_0^{\mu(\nu)} d\mu = 4 \int_0^{\nu_m} \mu(\nu) d\nu \approx \frac{4}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\nu_m} k_r(r) d\nu dr$  ge-

bildet. Der Faktor 4 berücksichtigt die Entartung der Moden, deren Modenindizes  $\nu, \mu$  als kontinuierliche Variable angesehen werden.  $\nu_m = r \sqrt{k_0^2 n^2(r) - \beta^2}$  ist der zu gegebenem  $r, \beta$  maximale  $\nu$ -Wert. Mit der Substitution  $y = \nu/\nu_m$ ,  $d\nu = \nu_m dy$ ,

$$\frac{\nu_m}{r} \int_0^{\nu_m} \sqrt{1 - y^2} d\nu = (\nu_m/r)^2 r \int_0^1 \sqrt{1 - y^2} dy = (\nu_m/r)^2 r \frac{\pi}{4} \text{ erhält man}$$

$$M_\beta = \int_{r_1}^{r_2} [k_0^2 n^2(r) - \beta^2] r dr, \quad k_0^2 n^2(r_1, 2) - \beta^2 = 0. \quad (F6-2)$$

Für Potenzprofile Gl.(F1-1,4) wird daraus analog zu Gl.(F2-11) (F6-3)

$$\beta_{\nu\mu} = k_1 \sqrt{1 - 2\Delta \left(\frac{m}{M_\alpha}\right)^{2\alpha/(2+\alpha)}}, \quad M_\beta = m^2, \quad \frac{\delta}{\Delta} = \left(\frac{m}{M_\alpha}\right)^{2\alpha/(2+\alpha)}, \quad M_g = M_\alpha^2 = \frac{\alpha}{\alpha+2} \frac{V^2}{2},$$

wobei  $M_g$  die Anzahl geführter Moden bis  $\delta/\Delta = 1$  ist,  $m$  für die Hauptmodenzahl steht und  $M_2 = M_\alpha$  ( $\alpha = 2$ ) gilt. Als Modendichte wird die Jacobi-Determinante  $m(\delta, \nu)$  bzw.  $m(\delta)$  im Ausdruck

$$M_\beta = \int_0^\delta d\delta \int_0^{\nu_m} m(\delta, \nu) d\nu = \int_0^\delta m(\delta) d\delta \quad (F6-4)$$

bezeichnet. Differentiation von  $M_\beta$  nach  $\delta$  und Ausführung des Integrals liefert die Modendichte  $m(\delta)$ . Bei nichtmonotonen Profilen mit mehreren Kaustiken

## F6 Geometrische Optik

auch für Meridionalstrahlen  $v = 0$  darf das Integral Gl.(F6-2) nur über die lichterfüllten Bereiche  $r_i \leq r \leq r_{i+1}$  Gl.(F2-6) erstreckt werden, also im Bild F9 beispielsweise nur im Bereich  $\rho_{\delta 1} \leq \rho \leq \rho_{\delta 2}$ . Man erhält für die Modendichte, vgl. Gl.(6-15b),  $\rho = r/a$ ,

$$m(\delta) = \frac{v^2}{2\Delta} \left[ \rho_{\delta 2}^2(\delta) - \rho_{\delta 1}^2(\delta) \right], \quad \frac{\delta}{\Delta} - g(\rho_{\delta i}) = 0, \quad \rho_{\delta i} = g_i^{-1}\left(\frac{\delta}{\Delta}\right). \quad (\text{F6-5})$$

Für ideale Parabelprofile wird mit  $m(\delta) = \frac{v^2}{2\Delta^2} \delta$ , wobei die Anzahl von Wellen in jeder Hauptmodengruppe  $m$   $m(m) = 2m$  beträgt; für Stufenprofile gilt  $m(\delta) = \frac{v^2}{2\Delta}$ .

Mit Bild F8 gilt für den Ausbreitungsvektor  $\vec{k}$  einer lokal ebenen Welle im Punkt  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  die Zerlegung ( $\theta$  ist der Winkel zwischen  $\vec{k}$  und der  $z$ -Achse) (F6-6)

$$k_r = k_0 n(r) \sin \theta \cos \psi, \quad |k_\varphi| = \frac{v}{r} = k_0 n(r) \sin \theta |\sin \psi| \quad \beta = k_0 n(r) \cos \theta.$$

Tritt ein Lichtstrahl aus dem Vakuum-Halbraum  $z > 0$  an der Stelle  $r$ ,  $\varphi$ ,  $0$  unter dem Winkel  $\gamma$  zur LWL-Achse in das Medium ein, so ist mit dem Snellschen Brechungsgesetz

$$1 \cdot \sin \gamma = n(r) \sin \theta \quad (\text{F6-7})$$

für die Komponenten von  $\vec{k}$  zu schreiben

$$k_r = k_0 \sin \gamma \cos \psi, \quad |k_\varphi| = \frac{v}{r} = k_0 \sin \gamma |\sin \psi|, \quad \beta = k_0 n_1 \sqrt{1 - 2\delta}, \quad (\text{F6-8})$$

$$\frac{\delta}{\Delta} = g(\rho) + \left( \frac{\sin \gamma}{A_N} \right)^2, \quad \frac{v}{V} = \rho \frac{\sin \gamma}{A_N} |\sin \psi|.$$

Bei einem Stufenprofil werden durch Ausleuchten einer Kegelfläche des halben Öffnungswinkels  $\gamma$  Strahlen nur einer Ausbreitungskonstante angeregt. Für das Parabelprofil sind Position  $\rho$  und Schiefe  $\frac{\sin \gamma}{A_N}$  austauschbar; an der Stelle  $\rho = 1$ ,  $g(1)$  werden nur Leckwellen angeregt, für  $\psi = \pm \pi/2$  im vollen Akzeptanzwinkelbereich  $0 \leq \sin \gamma \leq A_N$ . Wie die mit den vier Normalkongruenzen verknüpften ebenen Wellen durch Superposition einen Wellenleitermodus formieren, wird in [Grau, ONT] ausführlich erklärt; hier ist wesentlich, daß einem in Gl.(F6-8) definierten Strahl zwei korrespondierende LWL-Moden mit  $\sin \nu \varphi$ - bzw.  $\cos \nu \varphi$ - Abhängigkeit beigeordnet werden können, indem man vier ebene Wellen  $\pm k_r$ ,  $\pm k_\varphi$ ,  $\beta$  überlagert. Berücksichtigt man die beiden orthogonalen Polarisationen, so ergeben sich die vierfach entarteten  $LP_{\nu\mu}$ -Wellen.

Für Potenz- bzw. Parabelprofile erhält man aus Gl.(F6-8, 3, F2-11)

$$\left( \frac{m}{M_\alpha} \right)^{2\alpha/(2+\alpha)} = \left( \frac{r}{a} \right)^\alpha + \left( \frac{\sin \gamma}{A_N} \right)^2 \approx \frac{m}{M_\alpha}, \quad \frac{m}{M_2} = \left( \frac{r}{a} \right)^2 + \left( \frac{\sin \gamma}{A_N} \right)^2 \quad (\text{F6-9})$$

Die Näherung gilt für technisch interessante parabelähnliche Profile.

Nahfeldintensität  $I_N$  in  $W/m^2$  und Fernfeldleistung  $P_F$  in  $W/sr$  vielwelliger LWL können mit Methoden der geometrischen Optik berechnet werden. Mit Bild F8 ist die Strahldichte  $L$  in  $Wm^{-2}sr^{-1}$  von einem Flächenelement  $dF = r dr d\varphi$  in ein Raumwinkelement  $d\Omega = \sin \gamma d\gamma d\varphi$

F6 Geometrische Optik

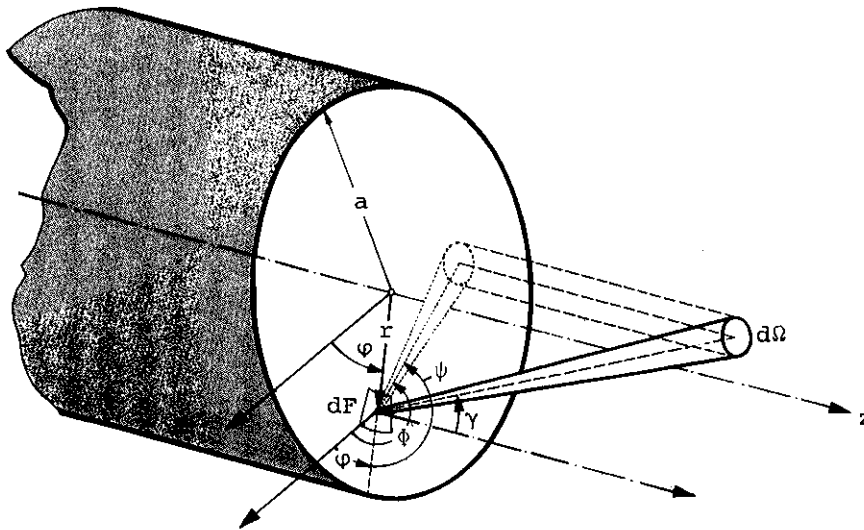


Bild F8. Austrittsfläche und Koordinatensystem eines Lichtwellenleiters (nach [Grau, L933]).

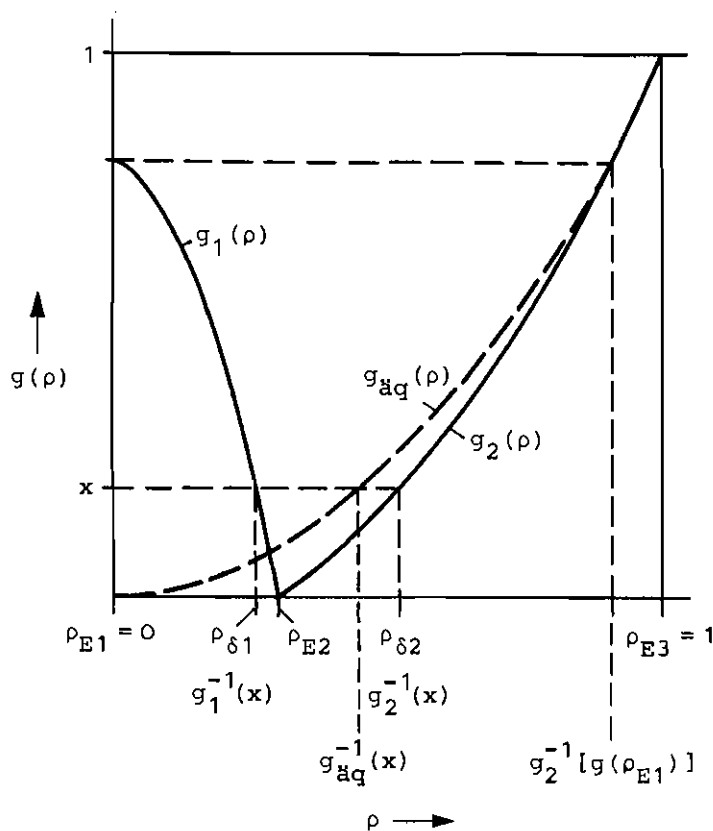


Bild F9. Beispiel einer nichtmonotonen Profilfunktion  $g(\rho) = \sum_{i=1}^2 g_i(\rho)$ .

$$L(r, \varphi, \gamma, \phi) = \frac{dP_F}{dF \cos \gamma}, \quad dP_F = \frac{dP}{d\Omega}, \quad P_{FL}(\gamma) = P_{Fm} \cos \gamma, \quad (F6-10)$$

wobei  $dP_F$  die pro Raumwinkelelement  $d\Omega$  abgestrahlte Leistung  $dP$  ist. Beim sogenannten Lambert-Strahler  $P_{FL}(\gamma)$  wird  $L$  von  $\gamma$  und  $\phi$  unabhängig; er wird von allen gleichförmig inkohärent leuchtenden Flächen bereichsweise angenähert. Diese Eigenschaft geht nach optischen Transformationen mit Maßstabsveränderung verloren, vgl. Gl. (F4-7) für  $\Delta F \Delta \Omega = \text{const.}$

Da  $\int dP = \int L dF \cos \gamma d\Omega = \int m(\delta, \nu) P(\delta, \nu) d\delta d\nu$  mit der Modenleistungsverteilung (MLV)  $P(\delta, \nu)$  im Modus  $\delta, \nu$  gilt, andererseits aber  $(k_0/2\pi)^2 dF \cos \gamma d\Omega = \frac{1}{2} m(\delta, \nu) d\delta d\nu$  die differentielle Anzahl von Freiheitsgraden in einer Polarisation ist, vgl. Gl. (F4-5), wird bei rotationssymmetrischen Medien mit  $\psi = \phi - \varphi$  für einen Modus

$$L(r, \gamma, \psi) = 2 \left( \frac{k_0}{2\pi} \right)^2 P[\delta(r, \gamma), \nu(r, \gamma, \psi)], \quad (F6-11)$$

und man erhält für die Nahfeldintensität bzw. Fernfeldleistung

$$I_N(r) = 2 \left( \frac{k_0}{2\pi} \right)^2 \int_{\gamma=0}^{\pi/2} \int_{\psi=0}^{2\pi} P(\delta, \nu) \cos \gamma \sin \gamma d\gamma d\psi, \quad (F6-12)$$

$$P_F(\gamma) = 2 \left( \frac{k_0}{2\pi} \right)^2 \int_{r=0}^a \int_{\varphi=0}^{2\pi} P(\delta, \nu) \cos \gamma r dr d\varphi \quad (F6-13a)$$

mit den Transformationsgleichungen (F6-8) für  $\delta$  und  $\nu$ . Die allgemeine Lösung dieser Integrale wurde von [Leminger, L1082], [Grau, L933, ONT] angegeben, bei Gl. (F6-13a) allerdings nur für den Fall monotoner Profilfunktionen  $g(\gamma)$ . Nichtmonotone  $g(\gamma)$  erfordern ähnlich wie in Gl. (F6-5) die getrennte Behandlung der einzelnen Strahlbereiche. Man findet [Leminger, Freude, E18]

$$P_F(\gamma) = \frac{2 \left( \frac{k_0 a}{\pi} \right)^2 \cos \gamma \sum_{i=1}^N \int_{u_i}^{o_i} \frac{x_i}{g'(x_i)} d\delta \int_0^{x_i a k_0 \sin \gamma} \frac{P(\delta, \nu)}{\sqrt{(x_i a k_0 \sin \gamma)^2 - \nu^2}} d\nu, \quad (F6-13b)$$

$$\frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \leq \frac{\delta}{\Delta},$$

$$x_i = g_i^{-1} \left( \frac{\delta}{\Delta} - \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \right), \quad o_i = \Delta \min \left[ 1, g(\rho_{E i+1}) + \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \right], \quad u_i = \Delta \min \left[ 1, g(\rho_{E i}) + \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \right],$$

$$g(\rho) = \sum_{i=1}^N g_i(\rho), \quad g_i(\rho) \geq 0 \quad \text{für} \quad \rho_{E i} \leq \rho \leq \rho_{E i+1}, \quad g_i(\rho) = 0 \quad \text{sonst.}$$

Die Profilfunktion  $g(\rho)$  stellt man sich zusammengesetzt vor aus  $N$  bereichsweise von null verschiedenen, streng monotonen Abschnitten  $g_i(\rho)$ .  $\rho_{E i}$  sind die normierten Radien der Extremwerte von  $g(\rho)$ , Bild F9.  $\min(a, b)$  ist der



kleinere Wert von a und b.

Werden alle Moden gleichförmig angeregt,  $P(\delta, \nu) = P_0$ , ergibt sich

$$I_{NO}(r) = I_{Nm} \frac{A_N^2(r)\pi}{A_N^2} = I_{Nm} [1 - g(\rho)], \quad I_{Nm} = \frac{V^2}{2} \frac{P_0}{a^2 \pi}, \quad (F6-14)$$

$$P_{FO}(\gamma) = P_{Fm} \frac{a_N^2(\gamma)\pi}{a^2 \pi} = P_{Fm} \cos \gamma \left[ g_{\text{äq}}^{-1} \left( 1 - \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \right) \right]^2, \quad P_{Fm} = \frac{V^2}{2} \frac{P_0}{A_N^2 \pi}, \quad (F6-15a)$$

$$P_{FO}(\gamma) = P_{Fm} \cos \gamma \sum_{i=1}^N \left\{ \left[ g_i^{-1} \left( \min \left( 1 - \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2}, g(\rho_{E i+1}) \right) \right) \right]^2 - \left[ g_i^{-1} \left( \min \left( 1 - \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2}, g(\rho_{E i}) \right) \right) \right]^2 \right\} \quad (F6-15b)$$

Mit den Gl. (F6-15a, b) ist eine streng monotone, äquivalente Profilfunktion  $g_{\text{äq}}(\rho)$  [Freude, L1743] definiert, die zum selben Fernfeld führt wie  $g(\rho)$ ; aus  $P_{FO}(\gamma)$  kann also nicht eindeutig auf  $g(\rho)$  rückgeschlossen werden. Für das Beispiel von Bild F9 erhält man

$$g_{\text{äq}}^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{\left[ g_2^{-1}(x) \right]^2 - \left[ g_1^{-1}(x) \right]^2}, & 0 \leq x \leq g(0) \\ g_2^{-1}(x), & g(0) \leq x \leq 1. \end{cases} \quad (F6-16)$$

Der innere Bereich  $0 \leq \sin^2 \gamma \leq A_N^2 [1 - g(0)]$  des zugehörigen Fernfelds  $P_{FO}(\gamma)$  wird ungestört durch die Brechzahleinsenkung auf der Faserachse vom äußeren Teil der Profilfunktion  $g(\rho) = g_2(\rho)$  bestimmt, während im äußeren Fernfeld-Bereich  $A_N^2 [1 - g(0)] \leq \sin^2 \gamma \leq A_N^2$  sich durch die axiale Störung die Leistung vermindert.

Moden gleicher oder ähnlicher Ausbreitungskonstanten werden durch unvermeidliche Irregularitäten des Wellenleiters besonders gut verkoppelt. In diesem Falle ist die Annahme  $P(\delta, \nu) = P_\delta(\delta)$  gerechtfertigt. Gl. (F6-12) läßt sich dann eindeutig umkehren [Daido, L460], [Piazzola, L524], [Di Vita, E276], [Leminger, L1082], und man erhält

$$P_\delta[g(\rho)] = P_0 \left[ \frac{dI_{N\delta}(\rho)}{d\rho} / \frac{dI_{NO}(\rho)}{d\rho} \right], \quad \rho = g^{-1} \left( \frac{\delta}{\Delta} \right), \quad (F6-17)$$

wobei gemäß Gl. (F6-14)  $I_{NO}(\rho)$  eine Referenzverteilung für den Fall gleichförmiger MLV  $P(\delta, \nu) = P_0$  ist und  $I_{N\delta}(\rho)$  die aktuelle Nahfeldintensität. Die Beziehung für  $P_\delta[g(\rho)]$  gilt auch für nichtmonotone Profile, während die Identität  $P_\delta(\delta/\Delta) \equiv P_\delta[g(\rho)]$  nur bei monotonen Brechzahlverläufen zutrifft. Näherungsweise ist jedoch für technisch interessante, nahezu parabolische Profile  $g(\rho) \approx \rho^2$ ,  $g^{-1}(\delta/\Delta) \approx \sqrt{\delta/\Delta}$ ; es verbleiben durch diese Approximation möglicherweise gravierende Fehler.

## F6 Geometrische Optik

Aus  $P_F(\gamma)$  läßt sich bei Potenzprofilen eine analytische Beziehung für  $P_\delta(\delta)$  angeben [Grau, L933]; unter der Annahme  $P(\delta, \nu) = P_\delta(\delta)$  kann man Gl.(F6-13a) allgemein umkehren. Stimmt die so gewonnene MLV mit der aus Gl.(F6-17) überein, ist die Hypothese  $P(\delta, \nu) = P_\delta(\delta)$  bestätigt [Grau, L933].  $g(\rho)$  sollte für diese Untersuchung monoton und  $g(\rho) \neq \rho^2$  sein.

$I_N$  und  $P_F$  sind zwar durch  $P(\delta, \nu)$  und  $g(\rho)$  eindeutig bestimmt, jedoch kann von  $I_N$  bzw.  $P_F$  nicht eindeutig auf  $P(\delta, \nu)$  rückgeschlossen werden, da die Phaseninformation der Felder verlorengegangen ist. Mittel zur Restaurierung der Phase sind von [Fienup, L2135, L3032], [Walker, L1936], [Lohmann, E481] beschrieben, aber nur mit einigem Aufwand anzuwenden. Singulär verhält sich das abgeschnittene Parabelprofil in der Näherung der geometrischen Optik. Es gilt eindeutig bei beliebigem  $P(\delta, \nu)$  [Grau, L933]

$$P_F(\gamma) = P_{Fm} \cos \gamma \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\sin \gamma}{A_N} \right)^2 \right] = \left( \frac{a}{A_N} \right)^2 \cos \gamma I_N \left( \frac{a}{A_N} \sin \gamma \right), \quad (F6-18)$$

d. h.  $P_F \sim I_N$ . Dies wurde bereits für das ideale parabolische Profil mit Gl.(F2-14) festgestellt.

Implizite Differentiation der Dispersionsrelation  $F(\beta, \omega) = 0$  Gl.(F6-1) liefert mit Gl.(F7-1) die Gruppenlaufzeit [Gloge, L847]

$$t_{g\nu\mu} = -L \frac{\partial F(\beta, \omega) / \partial \omega}{\partial F(\beta, \omega) / \partial \beta} = \frac{L}{c} \frac{k_0}{\beta} \int_{r_1}^{r_2} n n_g \frac{dr}{k_r} \bigg/ \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{k_r}, \quad (F6-19)$$

$$k_r^2(r) = k_0^2 n^2(r) - \beta^2 - \frac{\nu^2}{r^2}, \quad k_r(r_{1,2}) = 0.$$

Dies ist das strahlenoptische Äquivalent zur allgemeinen Beziehung Gl.(F7-8).  $r_{1,2}$  sind die Kaustikradien eines monoton angenommenen Profils. Für Potenzprofile erhält man mit  $n_g(r) \approx n(r)$ ,  $\Delta \ll 1$  und  $\beta = k_1 \sqrt{1-2\delta}$  von Gl.(F2-4)

$$\alpha \rightarrow \infty: \quad \frac{c}{L} t_{g\delta} = \frac{n_{g2}}{\sqrt{1-2\delta}} \approx n_{g2} (1 + \delta), \quad (F6-20a)$$

$$\alpha = 2: \quad \frac{c}{L} t_{g\delta} = n_{g2} \frac{1-\delta}{\sqrt{1-2\delta}} \approx n_{g2} \left( 1 + \frac{1}{2} \delta^2 \right). \quad (F6-20b)$$

In diesen Beziehungen würde die lineare Profildispersion [Geckeler, L633]

$$P = - \frac{k_0 n_1}{\Delta} \cdot \frac{d\Delta}{d(k_0 n_1)} = \frac{n_2}{n_{g2}} \cdot \frac{\lambda}{\Delta} \cdot \frac{d\Delta}{d\lambda} \quad (F6-21)$$

vernachlässigt, ebenso die nichtlineare Profildispersion [Geckeler, L952, L2024, L1749, L2025],

$$P_n = - \frac{k_0 n_1}{g(\rho)} \cdot \frac{dg(\rho)}{d(k_0 n_1)} = \frac{n_2}{n_{g2}} \cdot \frac{\lambda}{g(\rho)} \cdot \frac{dg(\rho)}{d\lambda}. \quad (F6-22)$$

Haben alle Wellen gleicher Ausbreitungskonstante dieselbe Laufzeit, dann gilt [Marcatili, L2347]

$$\frac{c}{L} t_{g\delta} = n_{g2} \frac{1 - 2\delta/D(\lambda)}{\sqrt{1 - 2\delta}}, \quad D(\lambda) = \frac{1 + \frac{\rho}{2g(\rho)} \frac{\partial g(\rho)}{\partial \rho}}{1 - \frac{P_n}{2}}. \quad (F6-23)$$

Ist  $P_n = 0$ , dann sind Potenzprofile, Vielfach- $\alpha$ -Profile [Olshansky, L1538] und zusammengesetzte Potenzprofile [Marcatili, L2347], [Weierholt, L1519] mögliche Lösungen  $g(\rho)$ , welche die Bedingung  $D(\lambda)$  in Gl.(F6-23) erfüllen. Bei einem Potenzprofil erhält man [Olshansky, L908] für  $\alpha$  bzw. dessen optimalen Wert  $\alpha_{opt}$  bei minimaler Gruppenlaufzeitstreuung

$$\alpha = D(\lambda)(2 - P) - 2, \quad \alpha_{opt} = 2 - 2P - \Delta \frac{(4 - 2P)(3 - 2P)}{5 - 4P}. \quad (F6-24)$$

Gilt Gl.(F6-23) oder sorgt Modenkopplung dafür, daß sich die Leistungen in Moden nahezu gleicher Ausbreitungskonstanten  $\beta^2 = k_{O1}^2 n_1^2 (1 - 2\delta)$  ausgleichen, so ist der Ansatz  $P(\delta, \nu) = P_\delta(\delta)$  für die Modenleistungsverteilung gerechtfertigt. Aus den Gl.(F6-13b) erhält man mit der Modenleistungsverteilung  $P_\delta(\delta_1) = P_O \delta(\delta_1 - \delta)$  [ $\delta(\delta_1 - \delta)$  ist die Dirac-Delta-Funktion vom Argument  $\delta_1 - \delta$ ] das Fernfeld  $P_{F\delta}(\gamma)$  für Moden derselben normierten Ausbreitungskonstante  $\delta$ ,

$$P_{F\delta}(\gamma) = \pi \left( \frac{k_{Oa}}{\pi} \right)^2 P_O \cos \gamma \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{|g'(x_i)|}, \quad \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \leq \frac{\delta}{\Delta}, \quad x_i = g_i^{-1} \left( \frac{\delta}{\Delta} - \frac{\sin^2 \gamma}{A_N^2} \right). \quad (F6-25)$$

Gl.(F7-10) formuliert eine allgemeine Beziehung zwischen der effektiven Fernfeldbreite  $K^e$  und der Gruppenlaufzeit  $t_g$  eines Modus fester Ausbreitungskonstante, dessen Fernfeld-Leistung im geometrisch-optischen Sinne durch  $P_F(\gamma) = P_{F\delta}(\gamma)$  repräsentiert werde. Es resultiert nach längerer Rechnung mit Hilfe von  $g_{\ddot{a}q}(\rho)$  aus Gl.(F6-15a, b) für schwach führende Fasern mit

$$t_{g\delta} = \frac{L}{c} \frac{n_{g2}}{\sqrt{1 - 2\delta}} \left\{ 1 - 2\delta + 2\Delta \int_0^{\delta/\Delta} [g_{\ddot{a}q}^{-1}(x)]^2 dx / [g_{\ddot{a}q}^{-1}(\frac{\delta}{\Delta})]^2 \right\}, \quad (F6-26a)$$

$$t_{g\delta} = \frac{L}{c} \frac{n_{g2}}{\sqrt{1 - 2\delta}} \left\{ 1 - 4\Delta \int_0^{g_{\ddot{a}q}^{-1}(\frac{\delta}{\Delta})} g_{\ddot{a}q}(x) dx / [g_{\ddot{a}q}^{-1}(\frac{\delta}{\Delta})]^2 \right\}. \quad (F6-26b)$$

Die Gl.(F6-26a, b) sind identisch. Für den Spezialfall einer zusammengesetzten Profilfunktion wie im Bild F9 kann man die Beziehungen einfach aus einer impliziten Differentiation von Gl.(F6-2) ableiten; [Petermann, E20] gab hierfür das äquivalente Profil an.

Setzt man für  $[g_{\ddot{a}q}^{-1}]^2$  die Fernfeldleistung  $P_{FO}$  bei gleichförmiger Modenleistungsverteilung  $P(\delta, \nu) = P_O$  ein, Gl.(F6-15a), so erhält man aus Gl.(F6-26a) mit der Raumfrequenz  $\kappa = \frac{\sin \gamma}{\lambda}$  von Gl.(F3-8b) das Ergebnis

$$t_{g\delta} = \frac{L}{c} \frac{n_g^2}{\sqrt{1-2\delta}} \left\{ 1 - 2\delta + \frac{2\lambda^2}{n_2^2} \int_0^{\infty} \frac{P_{FO}(\gamma)}{\cos \gamma} k d\kappa \left/ \frac{P_{FO}(\sin^{-1} A_N \sqrt{1-\frac{\delta}{\Delta}})}{\cos \sin^{-1} A_N \sqrt{1-\frac{\delta}{\Delta}}} \right. \right\}. \quad (F6-27)$$

Gl.(F6-26, 27) sind für  $P = P_n = 0$  und Potenzprofile mit Gl.(F6-23) identisch.

Zur Berechnung der effektiven Impulsbreite  $\sigma_t$  müssen die Moden  $\nu\mu$  und damit die Laufzeiten  $t_{g\nu\mu}$  mit physikalisch relevanten Gewichten versehen werden,

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{\nu=0}^{\nu_m} \sum_{\mu=1}^{\mu_m(\nu)} (t_{g\nu\mu} - \bar{t}_g)^2 P_{\nu\mu}}{\sum_{\nu=0}^{\nu_m} \sum_{\mu=1}^{\mu_m(\nu)} P_{\nu\mu}}, \quad \bar{t}_g = \frac{\sum_{\nu=0}^{\nu_m} \sum_{\mu=1}^{\mu_m(\nu)} t_{g\nu\mu} P_{\nu\mu}}{\sum_{\nu=0}^{\nu_m} \sum_{\mu=1}^{\mu_m(\nu)} P_{\nu\mu}}, \quad (F6-28a)$$

$$\sigma_{tm}^2 = \frac{\sum_{m=1}^M (t_{gm} - \bar{t}_g)^2 P_m}{\sum_{m=1}^M P_m}, \quad t_{gm} = \frac{\sum_{\nu\mu} t_{g\nu\mu}}{\sum_{\nu\mu} 1}. \quad (F6-28b)$$

Gl.(F6-28b) gilt bei intensivem Leistungsaustausch in Hauptmodengruppen  $m$ . Die Koeffizienten  $P_{\nu\mu}$  bzw.  $P_m$  indizieren den prozentualen Leistungsanteil pro (Haupt-)Modus. Gl.(F6-28) setzt voraus, daß die Impulse der Modenleistungen linear überlagert werden dürfen, vgl. Abschnitt F7, Gl.(F7-15) und letzter Absatz.

F7 Impulsverbreiterung

Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sowie Phasen- und Gruppenlaufzeit sind definiert als

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta}, \quad v_g = \frac{d\omega}{d\beta}, \quad t_{ph} = L \frac{\beta}{\omega}, \quad t_g = L \frac{d\beta}{d\omega} = -\frac{L\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta}{d\lambda} = L \frac{n_g}{c}, \quad n_g = \frac{d\beta}{dk_0}. \quad (F7-1)$$

$n_g$  ist die Gruppenbrechzahl,  $L$  die Länge der Ausbreitungsstrecke,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Im homogenen Medium mit der Ausbreitungskonstante  $\beta = k_0 n$  gilt

$$n_g = \frac{d(k_0 n)}{dk_0} = n \left( 1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega} \right) = n \left( 1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right), \quad \frac{dn_g}{d\lambda} = -\lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2}. \quad (F7-2)$$

Häufig werden Potenzreihenentwicklungen für  $\beta$  um eine Mittenfrequenz  $\omega_s$  benötigt ( $\lambda_s = c/f_s$  mit  $f_s = \omega_s/(2\pi)$  ist die zugehörige Vakuumwellenlänge),

$$\beta(\omega) = \beta_s + \dot{\beta}_s \cdot (\omega - \omega_s) + \frac{1}{2} \ddot{\beta}_s \cdot (\omega - \omega_s)^2 + \frac{1}{6} \dddot{\beta}_s \cdot (\omega - \omega_s)^3 + \dots,$$

$$t_g(\omega) = t_{gs} + \dot{t}_{gs} \cdot (\omega - \omega_s) + \frac{1}{2} \ddot{t}_{gs} \cdot (\omega - \omega_s)^2 + \dots, \quad (F7-3)$$

$$t_g(\omega) = L \left[ \dot{\beta}_s + \ddot{\beta}_s \cdot (\omega - \omega_s) + \frac{1}{2} \dddot{\beta}_s \cdot (\omega - \omega_s)^2 + \dots \right],$$

$$x_s = x \left( \begin{matrix} \omega = \omega_s \\ \lambda = \lambda_s \end{matrix} \right), \quad \dot{x}_s = \left. \frac{dx}{d\omega} \right|_{\omega_s}, \quad x'_s = \left. \frac{dx}{d\lambda} \right|_{\lambda_s}, \quad \frac{d}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda}.$$

Für die maximale Gruppenlaufzeitdifferenz  $\Delta t_g$  bei um maximal  $\Delta\omega$  bzw.  $\Delta\lambda$  verschiedenen Trägern erhält man

$$\begin{aligned} \Delta t_g &= \dot{t}_{gs} \Delta\omega + \frac{1}{2} \ddot{t}_{gs} (\Delta\omega)^2 = L \left[ G_f \Delta f + 4H_f (\Delta f)^2 \right], \\ \Delta t_g &= t'_{gs} \Delta\lambda + \frac{1}{2} t''_{gs} (\Delta\lambda)^2 = L \left[ G_\lambda \Delta\lambda + 4H_\lambda (\Delta\lambda)^2 \right]. \end{aligned} \quad (F7-4)$$

Die Koeffizienten

$$\begin{aligned} G_f &= \frac{2\pi}{L} \dot{t}_{gs} = -\frac{\lambda_s^2}{c} G_\lambda, \quad G_\lambda = \frac{1}{L} t'_{gs}, \quad G_f / \frac{ps}{kmTHz} = -3,34 (\lambda_s / \mu m)^2 \cdot G_\lambda / \frac{ps}{km nm}, \\ H_f &= \frac{(2\pi)^2}{8L} \ddot{t}_{gs} = \left( \frac{\lambda_s^2}{c} \right)^2 H_\lambda, \quad H_\lambda = \frac{1}{8L} t''_{gs}, \quad H_f / \frac{ps}{kmTHz^2} = 11,1 (\lambda_s / \mu m)^4 H_\lambda / \frac{ps}{km nm^2} \end{aligned} \quad (F7-5)$$

werden Farbdispersionsfaktoren 1. Ordnung (G) bzw. 2. Ordnung (H) genannt. Ein Superskript  $G^M$ ,  $G^P$ ,  $G^W$  und  $H^M$ ,  $H^P$  bzw.  $H^W$  weist darauf hin, daß nur der Material(M)-, der Profil(P)- bzw. der Wellenleiteranteil (W) der chromatischen Dispersion gemeint ist.

Bild F10 stellt den Brechzahl- und Gruppenindexverlauf von reinem Quarz dar; die sogenannte "Nullstelle der Materialdispersion"  $G^M = 0$  liegt bei  $\lambda_{min} = 1,27 \mu m$ . Bild F11 zeigt die Farbdispersionsfaktoren für reine Materialdispersion im homogenen Medium. Für  $G_f^W = 0$  bleibt  $H_f^W \neq 0$ , und der Dispersionsfaktor 2. Ordnung dominiert.

# F7 Impulsverbreiterung

$\lambda/\mu\text{m}$	0,6328	0,85	1,27	1,55
$n$	1,4570	1,4525	1,4473	1,4440
$n_g$	1,4754	1,4657	1,4616	1,4626
$G_\lambda^M/\text{ps km}^{-1}\text{nm}^{-1}$	-240	-84	-0,56	22

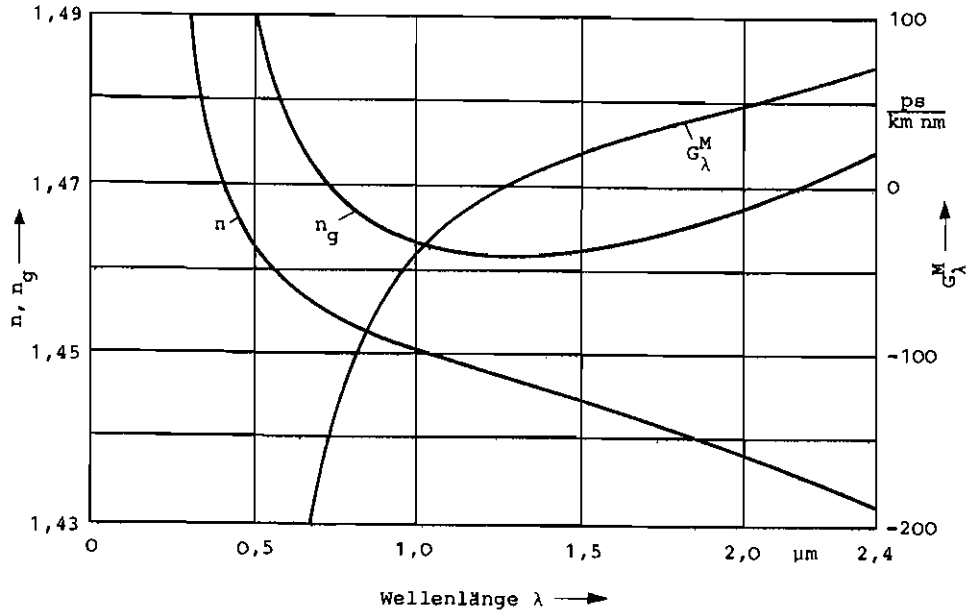


Bild F10. Brechzahl  $n$ , Gruppenindex  $n_g$  und Material-Farbdispersionsfaktor 1. Ordnung  $G_\lambda^M$  von undotiertem Quarzglas, Tabelle F12 (nach [Fleming, E251] und Gl. (F7-6a)).

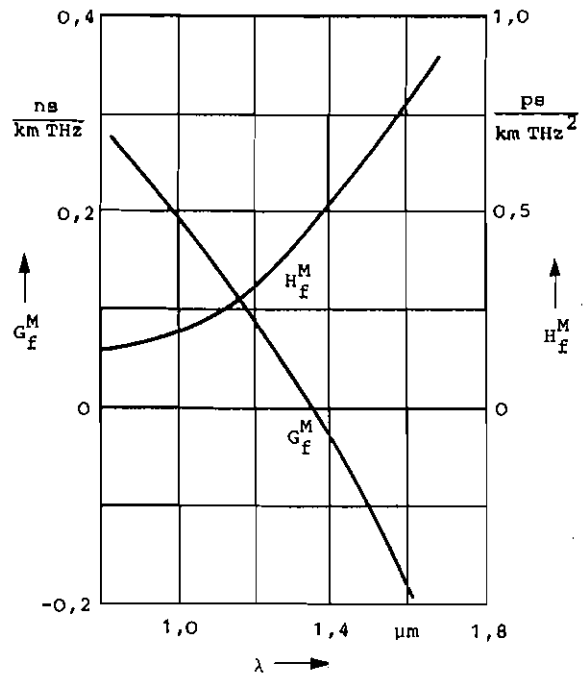


Bild F11. Farbdispersionsfaktor 1. Ordnung  $G_f^M$  und 2. Ordnung  $H_f^M$  für typisch dotiertes  $\text{GeO}_2$ -Quarzglas (nach [Timmermann, E16]).

## F7 Impulsverbreiterung

Aus der klassischen Theorie der Dispersion [Born, L1938] stammt die 3-Term-Sellmeier-Reihe mit Resonanznennern zur Approximation des Frequenzverhaltens der Brechzahl,

$$n^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 \frac{a_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \approx \sum_{i=-2}^2 b_i \lambda^{2i}, \quad (\text{F7-6a})$$

für die manchmal auch eine Polynomdarstellung zweckmäßig ist. Mit Gl.(F7-2) erhält man für die Gruppenbrechzahl im homogenen Medium

$$n_g = n \left[ 1 + \frac{\lambda^2}{n^2} \sum_{i=1}^3 \frac{a_i \lambda_i^2}{(\lambda^2 - \lambda_i^2)^2} \right] \approx n \left[ 1 - \frac{1}{n^2} \sum_{i=-2}^2 i b_i \lambda^{2i} \right]. \quad (\text{F7-6b})$$

Tabelle F12 listet nach [Kobayashi, L51] und [Fleming, E251] die Sellmeier-Koeffizienten für verschieden dotierte Quarzgläser; dabei ist zu beachten, daß [Fleming, E251] schockgekühltes Material verwendet hat. Die Absolutgenauigkeit der aus Tabelle F12 und Gl.(F7-6a) errechneten Brechzahlen ist bei beiden Autoren mit  $n_g = \pm 5 \cdot 10^{-5}$  gleich und entspricht der Meßunsicherheit. Die Daten geben reine Materialdispersion wieder ohne Wellenleitereinflüsse. Für  $\lambda_s = 0,85 \mu\text{m}$  resultiert bei reinem Quarzglas  $G_\lambda^M = -84 \text{ ps km}^{-1}$ ,  $G_f^M = 203 \text{ ps km}^{-1} \text{ THz}^{-1}$  [Fleming, E251] und für  $\lambda_s = \lambda_{\text{min}} = 1,273 \mu\text{m}$   $H_\lambda^M = 6,3 \text{ fs km}^{-1} \text{ nm}^{-2}$ ,  $H_f^M = 0,18 \text{ ps km}^{-1} \text{ THz}^{-2}$  [Kapron, E250], was in der Größenordnung mit den Zahlen des qualitativen Bildes F11 übereinstimmt. Weitere Dispersionsdaten verschieden dotierter Gläser findet man bei [Malitson, E269], [Shibata, L2468] und [Nassau, L2476].

Die Ausbreitungskonstante  $\beta$  wird nicht nur von den Material-, sondern auch von den Wellenleitereigenschaften des Mediums beeinflusst. Betrachtet werde irgend ein Modus  $\phi_{\nu\mu}(r, \varphi) = \phi_{\nu\mu}(r) \phi_{\nu\mu}(\varphi)$  einer schwach führenden rotations-symmetrischen Faser der Länge L in skalarer Näherung, Gl.(F2-2). Multipliziert man die Helmholtz-Gleichung Gl.(F2-3a) mit dem reellen Feld  $\phi_{\nu\mu}(r, \varphi)$  und integriert über den gesamten felderfüllten Querschnitt, so ergibt sich mit der Normierung Gl.(F2-8) und  $P_{\nu\mu} = 1$ ,  $\frac{1}{2} \int_0^\infty \phi^2(r) r dr = 1$ ,

$$\beta_{\nu\mu}^2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[ k_0^2 n^2(r) - \frac{\nu^2}{r^2} \right] \phi_{\nu\mu}^2(r) r dr - \overline{K_{\nu\mu}^2}, \quad \overline{K_{\nu\mu}^2} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[ \frac{d\phi_{\nu\mu}(r)}{dr} \right]^2 r dr. \quad (\text{F7-7a})$$

$$\beta_{0\mu}^2 \approx \frac{1}{2} \int_0^\infty k_0 n(r) \phi_{0\mu}^2(r) r dr - \frac{\overline{K_{0\mu}^2}}{2k_0 n_2}, \quad \overline{K_{0\mu}^2} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[ \frac{d\phi_{0\mu}(r)}{dr} \right]^2 r dr. \quad (\text{F7-7b})$$

Die Voraussetzung schwach führender Fasern und rotationssymmetrischer Felder  $\nu = 0$  vereinfacht Gl.(F7-7a) zu Gl.(F7-7b).

Für die Gruppenlaufzeit berechnet man mit Gl.(F7-1, 7a, F2-3a) oder nach [Brown, E478], [Case, E480], [Leminger, L3387], [Kuester, E479]

Dotierung Mol %		(nach [Kobayashi, E51])						
		3,1 GeO <sub>2</sub> $\lambda_{\min}=1,273\mu\text{m}$	3,5 GeO <sub>2</sub> $\lambda_{\min}=1,273\mu\text{m}$	5,8 GeO <sub>2</sub> $\lambda_{\min}=1,291\mu\text{m}$	7,9 GeO <sub>2</sub> $\lambda_{\min}=1,302\mu\text{m}$	3,0 B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> $\lambda_{\min}=1,308\mu\text{m}$		
undotiert		0,6961663	0,7028554	0,7042038	0,7088896	0,7136824	0,6938408	
Sellmeier-Koeffizienten		0,4079426	0,4146307	0,4160032	0,4206803	0,4254807	0,4052977	
a <sub>1</sub>		0,8974994	0,8974540	0,9074049	0,8956551	0,8964226	0,9111432	
a <sub>2</sub>		0,004679148	0,00529581	0,00264623	0,00370945	0,003808952	0,005141195	
a <sub>3</sub>		0,01351206	0,01306644	0,0166823	0,01573806	0,01614969	0,01578530	
Absolutfehler n <sub>e</sub> = ± 0,0005		97,934002	97,93400	97,93390	97,93402	97,93401	97,93387	

Dotierung Mol %		schockgekühlte Gläser (nach [Fleming, E251])			
		13,5 GeO <sub>2</sub> $\lambda_{\min}=1,276\mu\text{m}$	9,1 P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> $\lambda_{\min}=1,266\mu\text{m}$	1,0 F $\lambda_{\min}=1,277\mu\text{m}$	16,9 Na <sub>2</sub> O: 32,5 B <sub>2</sub> O <sub>3</sub> $\lambda_{\min}=1,276\mu\text{m}$
undotiert		0,696750	0,711040	0,695790	0,796468
Sellmeier-Koeffizienten		0,408218	0,451885	0,452497	0,497614
a <sub>1</sub>		0,890815	0,704048	0,712513	0,890423
a <sub>2</sub>		0,0047701	0,00413063	0,0037906	0,0089036
a <sub>3</sub>		0,0133777	0,0167464	0,0143810	0,0087209
Absolutfehler n <sub>e</sub> = ± 0,0005		98,02107	88,83964	74,93743	99,87418
					35,99582
					82,79107

Tabelle F12: Sellmeier-Koeffizienten verschieden dotierter Quarzgläser.



F7 Impulsverbreiterung

$$t_g = \frac{L}{c} \frac{k_0}{\beta_{0\mu}} \int_0^\infty n(r) n_g(r) \phi_{0\mu}^2(r) r dr \int_0^\infty \phi_{0\mu}^2(r) r dr \quad (F7-8)$$

Die Gl.(F7-7a, 8) gelten allgemein für separierbare Felder im Rahmen der skalaren Optik (Gl.(F2-2)).

$\overline{K_{0\mu}^2}$  hat eine anschauliche Bedeutung. Verwendet man die Beziehung Gl.(F3-6c, d) für das Fernfeld  $\phi_F(\gamma) = \Psi(\gamma, \phi)$  mit  $\Psi_0(r', z_0) = \phi_{0\mu}(r')$ , vgl. Bild F2, löst mit Gl.(F3-7a) nach  $\phi_{0\mu}(r)$  auf und berechnet die Ableitung und das Integral über  $r$ , so erhält man mit der Raumfrequenz  $\kappa$  von Gl.(F3-8b) und der Fernfeld-Leistung  $P_F(\gamma)$

$$\begin{aligned} K_{0\mu}^e &= \sqrt{\overline{K_{0\mu}^2}} = 2\pi\sqrt{\overline{\kappa^2}}, \quad \kappa = \frac{\sin \gamma}{\lambda}, \quad P_F(\gamma) = \frac{1}{2} |\phi_F(\gamma)|^2 \\ \overline{\kappa^2} &= \int_0^\infty \kappa^2 \frac{P_F(\gamma)}{\cos^2 \gamma} \kappa d\kappa \int_0^\infty \frac{P_F(\gamma)}{\cos^2 \gamma} \kappa d\kappa. \end{aligned} \quad (F7-9)$$

$K_{0\mu}^e$  ist also die effektive Raum-Kreisfrequenz-Bandbreite des Fernfeldes. Auf diesen Zusammenhang wies kürzlich auch [Pask, L4099] hin. Vernachlässigt man Materialdispersion, so erhält man aus der rotationssymmetrischen Fernfeld-Leistung eines Modus der Ausbreitungskonstante  $\beta_{0\mu}$  die zu Gl.(F7-8) äquivalente Beziehung [Pask, L4099]

$$t_g = \frac{L}{c} \frac{k_0}{\beta_{0\mu}} \left( \frac{\beta_{0\mu}^2}{k_0^2} + \frac{K_{0\mu}^2}{k_0^2} \right), \quad (F7-10)$$

deren geometrisch-optische Entsprechung in Gl.(6-26, 27) formuliert wurde. Aus Gl.(F7-8, 7b) folgt der Farbdispersionsfaktor  $G_\lambda = \frac{1}{L} dt_g/d\lambda$ ,

$$G_\lambda = G_\lambda^M + G_\lambda^P + G_\lambda^W, \quad (F7-11a)$$

$$G_\lambda^M = \frac{k_0 n_2}{\beta c} \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\partial n_g}{\partial \lambda} \phi_{0\mu}^2 r dr \approx \frac{1}{c} \frac{\partial n_g}{\partial \lambda}, \quad (F7-11b)$$

$$G_\lambda^P = -\frac{k_0 n_2}{\beta c} \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty \frac{\partial n}{\partial \lambda} \frac{\partial \phi_{0\mu}^2}{\partial \lambda} r dr, \quad (F7-11c)$$

$$G_\lambda^W = \frac{\lambda}{4\pi^2 n_2 c} \frac{d(\lambda K_{0\mu}^2)}{d\lambda} = \frac{\lambda (K_{0\mu}^e)^2}{2\pi^2 n_2 c} \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{K_{0\mu}^e} \frac{dK_{0\mu}^e}{d\lambda} \right) \quad (F7-11d)$$

$$G_\lambda^W = \frac{\lambda/w_0^2}{\pi^2 n_2 c} \left( \frac{1}{2} - \frac{\lambda}{w_0} \frac{dw_0}{d\lambda} \right), \quad \text{Fehler} \begin{cases} < 20 \% \text{ für } 1,5 \leq V \leq 2 \\ < 7 \% \text{ für } 2 \leq V \leq V_{11G} \end{cases} \quad (F7-11e)$$

$G_\lambda^M$ ,  $G_\lambda^P$  und  $G_\lambda^W$  sind die Farbdispersionsfaktoren für Material-, Profil- und Wellenleiterdispersion. Gl.(F7-11e) erhält man, wenn  $\phi_{01}(r)$  durch ein Gauß-

## F7 Impulsverbreiterung

Profil mit dem Strahlradius  $w_0$  approximiert wird,  $K_{01}^e = 2/w_0$ , vgl. Gl. (F3-15b). Die Fehlergrenzen wurden berechnet für den Fall, daß das tatsächliche Brechzahlprofil ein Potenzprofil mit  $\alpha \rightarrow \infty$ ,  $\alpha = 4$  ist [Sansonetti, L3022]. Gl. (F7-11a - b, d) wurde von [Freude, Sharma, E473] angegeben und ebenfalls von [Petermann, L3577], [Pask, L4099] unter Einschluß von Gl. (F7-11c) kürzlich publiziert. Mit dem Profildispersionsparameter  $P$  von Gl. (F6-21) schreibt man [Petermann, L3577]

$$G_\lambda = G_\lambda^M + \frac{\lambda(2-2P)/(2-P)}{8\pi^2 n_2 c 2/(2-P)} \frac{d}{d\lambda} \left[ \lambda^{2/(2-P)} \overline{K_{0\mu}^2} \right]. \quad (F7-12)$$

$P$  kann nach einem Verfahren von [Sladen, E267] an Rohlingen einwelliger Lichtleiter gemessen werden.

Nach Gl. (F2-2) ist für einen ungedämpften LWL-Modus  $m = (\nu, \mu)$  die Übertragungsfunktion  $e^{j\beta_m L}$ , wobei  $L$  die LWL-Länge ist und  $m$  ein allgemeiner Modenindex. Jede Eigenwelle wird mit der Modendämpfungskonstante  $\alpha_m$  abgeschwächt; diese sei im Frequenzbereich um  $\omega_s$  herum konstant [Stewart, E103]. Wird z. B. in der Entwicklung Gl. (F7-3)  $\dot{\beta}_{ms} = 5$  ns/m und beträgt die Dämpfungsänderung  $1 \text{ dB km}^{-1} \text{ nm}^{-1}$ , so ist  $\dot{\alpha}_{ms} = 4 \cdot 10^{-8}$  ns/m [Kapron, E138] und wird zu Recht vernachlässigt. Man erhält also für die einseitige Übertragungsfunktion  $\tilde{g}_m$  im Modus  $m$  bzw. für die Impulsantwort  $\tilde{g}_m$

$$\tilde{g}_m(f) = e^{-\alpha_m L} e^{-j\beta_m(\omega)L}, \quad \tilde{g}_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(f) e^{j2\pi ft} df. \quad (F7-13)$$

Die Subskript-Schlange indiziert die Fourier-Transformierte in der Vorzeichenkonvention für Zeitfunktionen Gl. (F3-18), vgl. die Notierung Gl. (F3-2) für die Ortsfunktionen.

Die Superskript-Schlange erinnert daran, daß  $\tilde{g}_m(f)$  die Fourier-Transformierte des analytischen Signals  $\tilde{g}_m(t)$  ist, vgl. Gl. (F4-1); dessen spektrale Breite sei wesentlich kleiner als die Lichtfrequenz  $f_s$ .

Zur Berechnung der Leistungs-Übertragungsfunktion können die Ergebnisse des Abschnitts F4 verwendet werden. Die spektral reine Lichtquelle Gl. (F4-1a) werde in der Leistung langsam gegenüber  $\cos \omega_s t$  moduliert und strahle das analytische Feld

$$\tilde{\Psi}_s(\vec{r}, t) = \sqrt{M_0 + m(t)} A_s(t) B_s(\vec{r}) e^{j\omega_s t}, \quad \langle m(t_0) \rangle_{t_0} = 0 \quad (F7-14)$$

in den verlustarmen Lichtleiter der Länge  $L$  mit den Querschnittskoordinaten  $\vec{r} = (r, \varphi)$ . Wie in Gl. (F4-1, 3) kople die Quelle die Leistung  $P_s$  ein. Die Intensität  $I_G$  in einem Punkt  $\vec{r}_G$  der Lichtaustrittsfläche berechnet man analog Gl. (F4-4b); die gesamte übertragene Ausgangsleistung  $P_L$  erhält man durch Integration über den felderfüllten Querschnitt,  $P_L = \int I_G d^2 \vec{r}_G$ . Dabei ergeben in

F7 Impulsverbreiterung

Gl. (F4-4b) die Ausdrücke  $\frac{1}{2} \int |\phi_m(\vec{r}_G)|^2 d^2\vec{r}_G = 1$ ,  $\frac{1}{2} \int \phi_m(\vec{r}_G) \phi_n^*(\vec{r}_G) d^2\vec{r}_G = 0$ , da ein orthonormiertes Eigenwellensystem  $\phi_m$  wie in Gl. (F2-8) vorausgesetzt wurde (schwache Dämpfung).

Folglich wird

$$P_L(t) = P_S \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \sqrt{M_0 + m(t-t_1)} \sqrt{M_0 + m(t-t_2)} \tilde{\gamma}_{AA}(t_2 - t_1) \cdot e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2. \quad (F7-15)$$

$\tilde{\gamma}_{AA}(t)$  ist nach Gl. (F4-4c) die Basisband-Autokorrelation der Quelle.

Gl. (F7-15) zeigt, daß die Leistungen der einzelnen Moden linear überlagert werden. Alternative Näherungen vereinfachen das Integral. Entweder gelte  $m(t) \ll M_0$  (Kleinsignalmodulation), oder die Impulsantwort  $\tilde{g}_m(t)$  sei derartig schmal, daß unabhängig von der Modulationsamplitude bei Zeitunterschieden  $t_1 - t_2$ , für die noch  $m(t_1) \approx m(t_2)$  gilt, das Produkt  $\tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2)$  so klein geworden ist, daß der Integrand keinen Beitrag mehr liefert [Etten, L2128]. In beiden Fällen kann das Wurzelprodukt linear genähert werden, und man erhält

$$P_L(t) \approx P_S \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \left[ M_0 + \frac{m(t-t_1)}{2} + \frac{m(t-t_2)}{2} \right] \tilde{\gamma}_{AA}(t_2 - t_1) \cdot e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2. \quad (F7-16)$$

Daraus folgt

$$P_L(t) = \left[ h_0 + \int_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) m(t-t_1) dt_1 \right] P_S, \quad (F7-17a)$$

$$h_0 = M_0 \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t_1) \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2 - t_1) e^{j\omega_s(t_2-t_1)} dt_1 dt_2, \quad (F7-17b)$$

$$h(t) = \text{Re} \sum_{m=1}^M |c_m|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_m(t) \tilde{g}_m^*(t_2) \tilde{\gamma}_{AA}(t_2 - t) e^{j\omega_s(t_2-t)} dt_2. \quad (F7-17c)$$

Die Leistungs-Impulsantwort  $h(t)$  hängt im Gegensatz zur Impulsantwort von der zeitlichen Kohärenz  $\tilde{\gamma}_{AA}(t)$  der Quelle bzw. deren spektraler Breite  $\Delta f_s$  ab. Aus Gl. (F7-17c) kann man die Leistungs-Übertragungsfunktion  $\underline{h}(f)$  als Fourier-Transformierte von  $h(t)$  berechnen. Mit Gl. (F3-18) erhält man

$$|\underline{h}(f)|^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} h(t_1) h(t_2) \cos \omega(t_1 - t_2) dt_1 dt_2. \quad (F7-18)$$

Dieses Integral vereinfacht sich, wenn man für die Bandbreite  $\Delta f_h$ ,  $\Delta f_g$  der Leistungs- bzw. Feld-Übertragungsfunktionen  $|\underline{h}(f)|$ ,  $|\underline{\tilde{g}}_m(f)|$  die Größenordnungsbeziehung  $\Delta f_s \ll (\Delta f_h, \Delta f_g) \ll f_s$  annimmt, und wenn sehr viele Moden propagieren,  $M \gg 1$ ; die Impulsantwort  $\tilde{g}_m(t)$  sei auf die Gruppenlaufzeit  $t_{gm}$  zentriert. Man erhält

F7 Impulsverbreiterung

$$|h(f)|^2 = 2 \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} |c_m c_n^*|^2 |\tilde{g}_m(f_s)|^2 |\tilde{g}_n^*(f_s)|^2 \gamma_{AA}^2(0) \cos \omega(t_{gm} - t_{gn}). \quad (F7-19)$$

In der angegebenen Näherung ist  $\tilde{\gamma}_{AA}(t) \approx \tilde{\gamma}_{AA}(0) = 1$ .

Verwendet man eine kubische Näherung der Ausbreitungskonstante Gl. (F7-3) bei der Übertragungsfunktion  $\tilde{g}_m(f)$  von Gl. (F7-13) und setzt ein gaußförmiges Lichtquellen-Leistungsspektrum der Halbwertsbreite  $\Delta f_s \ll f_s$  und der Gesamtleistung 1 ein, so erhält man nach längerer Rechnung aus Gl. (F7-17c)

$$\tilde{h}(f) = e^{-\sigma_h^2 \omega^2} \frac{e^{j(\sigma_h^2 \sigma_k \omega^3 - \frac{1}{2} \tan^{-1} \omega \sigma_k)}}{[1 + (\omega \sigma_k)^2]^{1/4}} \sum_{m=1}^M |c_m|^2 e^{-2\alpha_m L} e^{-j\omega t_{gm}} \quad (F7-20a)$$

$$\sigma_h^2 = \frac{\sigma_\omega^2 \dot{t}_g^2 / 2}{1 + (\omega \dot{t}_g \sigma_\omega^2)^2}, \quad \sigma_k = \sigma_\omega^2 \ddot{t}_g, \quad \sigma_\omega = \frac{\pi}{\sqrt{\ln 4}} \Delta f_s.$$

Die Unterschiede der  $\dot{t}_{gm}$ ,  $\ddot{t}_{gm}$  in verschiedenen Moden werden vernachlässigt. Der Ausdruck vor dem Summenzeichen beschreibt das Tiefpaß-Verhalten des Wellenleiters auf Grund chromatischer Dispersion. Für  $M \gg 1$  erhält man weiter

$$|h(f)|^2 = 2 \sum_{m=2}^M \sum_{n=1}^{m-1} |c_m c_n^*|^2 \left\{ \frac{e^{-(\alpha_m + \alpha_n)L} e^{-\sigma_h^2 \omega^2}}{[1 + (\omega \sigma_k)^2]^{1/4}} \right\}^2 \cos \omega(t_{gm} - t_{gn}). \quad (F7-20b)$$

Die Gl. (F7-19, 20b) werden identisch, wenn man mit den Voraussetzungen der Gl. (F7-19) chromatische Dispersion vernachlässigt,  $\dot{t}_{gm}$ ,  $\ddot{t}_{gm} = 0$ .

Überlagern sich zwei aufeinander folgende, im selben Modus propagierende Lichtimpulse, so kann durch Interferenz der in Ausbreitungsrichtung überlappenden Felder ein örtlich oszillierender Leistungsanteil entstehen [Jürgensen, L2213], der wegen der dann schlechteren Impulsdefinition die Übertragungsbandbreite begrenzt. Bei entsprechend schneller Analogmodulation der Lichtleistung entstünden Oberwellen [Kapron, E138]. Diese Störungen entfallen, wenn die Impulsschwerpunkte zeitlich wesentlich entfernter sind als der Kohärenzzeit der Quelle entspricht.

## Anhang L1 Literaturverzeichnis

### L1 Uebersicht

- 
- Born, M., Wolf, E., Principles of optics. (L1938)  
Pergamon Press, 6th edition, 1980
- Grau, G.K., Optische Nachrichtentechnik. (ONT )  
Springer-Verlag, Berlin 1981
- Snyder, A.W., Love, J.D., Optical waveguide theory. (E 484)  
Chapman and Hall, London 1983
- Unger, H.-G., Planar optical waveguides and fibres. (L 31)  
Oxford University Press, Oxford 1977

### L2 Einwellige Lichtleiter

- 
- Abramowitz, M., Stegun, I.A., Handbook of mathematical (L 270)  
functions. Dover Publications, Inc., New York 1970
- Anderson, W.T., Philen, D.L., Spot size measurement (E 477)  
for single-mode fibers - A comparison of four  
techniques. IEEE J. LT-1(1983),20-26
- Boucouvalas, A.C., Use of far-field radiation pattern (L3302)  
to characterise single-mode symmetric slab waveguides.  
Electron. Lett. 19(1983),120-121
- Coppa, G., Di Vita, P., Rossi, U., Characterisation of (L4005)  
single-mode fibres by near-field measurement.  
Electron. Lett. 19(1983),293-294
- Francois, P.-L., Dispersion free single-mode doubly (L3137)  
clad fibres with small pure bend losses.  
Electron. Lett. 18(1982),818-819
- Francois, P.-L., Vassallo, C., Finite cladding effects (L3307)  
in W-fibres: A new interpretation of leakage losses.  
Electron. Lett. 19(1983),173-174
- Francois, P.-L., Propagation mechanism in quadruple (L4003)  
clad fibres: Mode coupling, dispersion and pure bend  
losses. Electron. Lett. 19(1983),885-886
- Francois, P.-L., Zero dispersion in attenuation- (L4047)  
optimized doubly clad fibres. IEEE LT-1(1983),26-37
- Francois, P.-L., Alard, F., Bayon, J.F., Rose, B., (L4081)  
Multimode nature of quadruple-clad fibres.  
Electron. Lett. 20(1984),37-38
- Freude, W., Sharma, A., Refractive index profile and (E 473)  
modal dispersion prediction for a single-mode optical  
waveguide from its far-field radiation pattern.  
Symp. Opt. Fiber Meas. Boulder, Oct.2-3(1984).
- Ghatak, A.K., Srivastava, R., Paria, I.F., Thyagarajan (L4007)  
K., Tiwari, R., Accurate method for characterising  
single-mode fibres: Theory and experiment.  
Electron. Lett. 19(1983),97-99
- Hosain, S.I., Sharma, A., Ghatak, A.K., Splice-loss (L3036)  
evaluation for single-mode graded-index fibers.  
Appl. Optics 21(1982),2716-2720
- Hotate, K., Okoshi, T., Measurement of refractive-index (L 688)  
profile and transmission characteristics of a  
single-mode optical fiber from its exit-radiation  
pattern. Appl. Optics 18(1979),3265-3271

### Anhang L3 Literaturverzeichnis

- Irving, D.H., Near-field scanning technique for profiling single-mode fibres. (L4023)  
Electron. Lett. 19(1983),190-191
- Sansonetti, P., Modal dispersion in single-mode fibres: Simple approximation issued from mode spot size spectral behaviour. Electron. Lett. 18(1982),647-648 (L3022)
- Sharma, A., Ghatak, A.K., A variational analysis of single mode graded-index fibers. (E 447)  
Opt. Commun. 36(1981),22-24
- Sladen, F.M.E., Payne, D.N., Adams, M.J., Measurement of profile dispersion in optical fibres: A direct technique. Electron. Lett. 13(1977),212-213 (E 267)
- Tewari, R., Thyagarajan, K., Pal, B.P., Ghatak, A.K., Estimation of the modal field profile of single mode graded-index fibers from the far-field pattern. (L3269)  
Optics Commun. 44(1982),94-99

### L3 Vielwellige Lichtleiter

- Abramowitz, M., Stegun, I.A., Handbook of mathematical functions. Dover Publications, Inc., New York 1970 (L 270)
- Arnaud, J., Desage, A.M., Optimisation of a graded-index fibre over a wavelength range. (L1721)  
Electron. Lett. 17(1981),339-341
- Chu, P.L., Whitbread, T., Measurement of refractive-index profile of optical-fibre preform. (L 519)  
Electron. Lett. 15(1979),295-296
- Cohen, L.G., Kaminow, I.P., Astle, H.W., Stulz, L.W., Profile dispersion effects on transmission bandwidth in graded index optical fibers. IEEE J. QE-14(1978),37-41 (L 517)
- Cohen, L.G., Jang, S.J., Interrelationship between water absorption loss and dispersion in multimode fiber. Appl. Optics 20(1981),1635-1639 (L1725)
- Crone, G.A.E., Arnold, J.M., Anomalous group delay in optical fibres. Opt. Quant. Elect. 12(1980),511-517 (L1232)
- Da(e)ndliker, R., Bertholds, A., Maystre, F., How modal noise in multimode fibres depends on source spectrum and fibre dispersion. 9th ECOC Geneva, Oct. 23-26(1983), 251-154 (E 483)
- Dainty, J.C., Goodman, J.W., Parry, G., McKechnie, T.S., Francon, M., Ennos, A.E., Laser speckle and related phenomena. Springer Verlag, New York 1975 (L1152)
- Fisz, M., Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971 (L2193)
- Freude, W., Far-field profiling of multimode optical fibres. Electron. Lett. 17(1981),385-387 (L1743)
- Freude, W., Grau, G.K., Estimation of modal noise for arbitrary connectors, fibres and sources. (L2358)  
AEU 36(1982),91-93
- Freude, W., Fritzsche, C., Grau, G.K., Bandwidth estimation for multimode optical fibers using speckle patterns. Appl. Optics 22(1983),3319-3320 (L3391)

### Anhang L3 Literaturverzeichnis

- Freude, W., Leminger, O.G., Gemessene Bandbreite einer Gradientenfaser im Vergleich zu Prognosen aus dem Nah- und Fernfeldprofil. Vortrag beim 6. Kolloquium der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Braunschweig, 21.-22.4.1982 (E 22)
- Freude, W., Fritzsche, C., Lu Shanda, Speckle interferometry for spectral analysis of laser sources and multimode optical waveguides. 10th ECOC Stuttgart, Sept. 3-6(1984),216-217 (E 482)
- Geckeler, S., Pulse broadening in optical fibers with mode mixing. Appl. Optics 18(1979),2192-2198 (L 685)
- Georg, O., Use of the orthogonal system of Laguerre-Gaussian functions in the theory of circularly symmetric optical waveguides. Appl. Optics 21(1982),141-146 (L2241)
- Grau, G.K., Leminger, O.G., Relations between near-field and far-field intensities, radiance, and modal power distribution of multimode graded-index fibers. Appl. Optics 20(1981),457-459 (L 933)
- Grau, G.K., Optische Nachrichtentechnik. Springer-Verlag, Berlin 1981 (ONT )
- Irving, D.H., Karbowski, A.E., Method of calculating the modal delay for optical fibres with arbitrary refractive-index profiles. Electron. Lett. 15(1979),160-162 (L 268)
- Irving, D.H., Donaghy, F.A., Sabine, P.V.H., Fibre light acceptance for modified near field technique. Electron. Lett. 17(1981),250-252 (L1647)
- Irving, D.H., Karbowski, A.E., Power coupling between core and cladding of an optical fibre and its effect on measurements. Opt. Quant. Elect. 13(1981),385-392 (L1972)
- Irving, D.H., Sabine, P.H.V., Donaghy, F.A., A tunneling correction factor for the modified near-field technique. Opt. Quant. Elect. 14(1982),17-24 (L2513)
- Irving, D.H., Near-field scanning technique for profiling single-mode fibers. Electron. Lett. 19(1983),190-191 (L3341)
- Jacobsen, G., Ramskov Hansen, J.J., Propagation constants and group delays of guided modes in graded-index fibers: a comparison of three theories. Appl. Optics 18(1979),2837-2842 (L 686)
- Jacobsen, G., Ramskov Hansen, J.J., Modified evanescent wave theory for evaluation of propagation constants and group delays of graded index fibers. Appl. Optics 18(1979),3719-3720 (L 687)
- Jacobsen, G., Ramskov Hansen, J.J., Detailed error estimates for first order WKB calculation method. Electron. Lett. 19(1980),540-541 (L1036)
- Kitayama, K.-I., Tateda, M., Seikai, S., Uchida, N., Determination of mode power distribution in a parabolic index optical fibers: Theory and application. IEEE J. QE-15(1979),1161-1165 (L 559)

### Anhang L3 Literaturverzeichnis

- Leminger, O.G., Glasfasertheorie, gegenwaertiger Stand (L 345)  
und zukuenftige Entwicklung. Seminarvortrag am Institut  
fuer HF-Technik u. Quantenelektronik, Universitaet  
Karlsruhe, 5.7.1979
- Leminger, O.G., Genaues Variationsverfahren zur (L3387)  
Berechnung der Ausbreitungseigenschaften vielwelliger  
Gradientenfasern mit unregelmassigen Brechzahl-  
profilen. Techn. Bericht Deutsche Bundespost  
Dez.1982, 452 TBr 53
- Marcuse, D., Calculation of bandwidth from index (L 522)  
profiles of optical fibers 1.: Theory.  
Appl. Optics 18(1979),2073-2080. Erratum:  
Appl. Optics 19(1980), 188-189
- Marcuse, D., Presby, H.M., Effects of profile (L 693)  
deformations on fiber bandwidth. Appl. Optics 18(1979),  
3758-3763. Erratum: Appl. Optics 19(1980),188-189
- Marcuse, D., Calculation of bandwidth from index (L 934)  
profiles of optical fibers: Correction.  
Appl. Optics 19(1980),188-189
- Marcuse, D., Principles of optical fiber measurements. (L1942)  
Academic Press, New York 1981
- Marcuse, D., Multimode delay compensation in fibers (L1986)  
with profile distortions.  
Appl. Optics 18(1979),4003-4005
- Marcuse, D., Presby, H.M., Fiber bandwidth-spectrum (L1987)  
studies. Appl. Optics 18(1979),3242-3248
- Marcuse, D., Presby, H.M., Calculation of bandwidth (E 107)  
from fiber index profiles. 5th European Conference on  
Integrated Optics and Optical Fiber Communication,  
Amsterdam, 1979,17.3-1 - 17.3-4
- Meunier, J.P., Pigeon, J., Massot, J.N., A general (L1508)  
approach to the numerical determination of modal  
propagation constants and field distributions of  
optical fibres. Opt. Quant. Elect. 13(1981),71-83
- Moslehi, B., Goodman, J.W., Rawson, E.G., Bandwidth (L3357)  
estimation for multimode optical fibers using the  
frequency correlation function of speckle patterns.  
Appl. Optics 22(1983),995-999
- Okamoto, K., Edahiro, T., Nakahara, M., Transmission (L1886)  
characteristics of VAD multimode optical fibers.  
Appl. Optics 20(1981),2314-2318
- Okamoto, K., Okoshi, T., Computer-aided synthesis of (E 24)  
the optimum refractive-index profile for a multimode  
fiber. IEEE T. MTT-25(1977),213-221
- Olshansky, R., Effect of the cladding on pulse (L 47)  
broadening in graded-index optical waveguides.  
Appl. Optics 16(1977),2171-2174
- Olshansky, R., Keck, D.B., Pulse broadening in graded- (L 908)  
index optical fibers. Appl. Optics 15(1976),483-491
- Olshansky, R., Propagation in glass optical waveguides. (L 929)  
Rev. Mod. Phys. 51(1979),341-367
- Olshansky, R., Multiple-alpha index profiles. (L1538)  
Appl. Optics 18(1979),683-689



## Anhang L4 Literaturverzeichnis

- Petermann, K., Uncertainties of the leaky mode correction for near-square-law optical fibres. (L1550)  
Electron. Lett. 13(1977),513-514
- Presby, H.M., Marcuse, D., Cohen, L.G., Calculation of bandwidth from index profiles of optical fibers 2: Experiment. Appl. Optics 18(1979),3249-3255 (L 523)
- Presby, H.M., Profile characterization of optical fibers - a comparative study. (L2080)  
Bell Syst. Techn. J. 60(1981),1335-1362
- Ramskov Hansen, J.J., Nicolaisen, E., Propagation in graded-index fibers.: A comparison between experiment and three theories. Appl. Optics 17(1978),2831-2835 (E 91)
- Rawson, E.G., Norton, R.E., Goodman, J.W., Temporal frequency dependence of modal noise in fibres. (L 949)  
Electron. Lett. 16(1980),301-303
- Rawson, E.G., Goodman, J.W., Norton, R.E., Frequency dependence of modal noise in multimode optical fibers. (L1058)  
J. Opt. Soc. Am. 70(1980),968-976
- Sabine, P.V.H., Donaghy, F., Irving, D., Fibre refractive-index profiling by modified near-field scanning. Electron. Lett. 16(1980),882-883 (L1219)
- Schiffner, G., Die Granulation im diffus gestreuten Laser-Licht. Dissertation, Technische Hochschule, Wien 1966 (E 21)
- Schmid, P., Stephan, W., Characterization of laser diodes by measuring the speckle contrast of the end of a multimode fiber. J. Opt. Comm. 5(1984),32-36 (L4150)
- Snyder, A.W., Love, J.D., Optical waveguide theory. (E 484)  
Chapman and Hall, London 1983
- Takai, N., Iwai, T., Asakura, T., Correlation distance of dynamic speckles. Appl. Optics 22(1983),170-177 (L3263)
- Unger, H.-G., Planar optical waveguides and fibres. (L 31)  
Oxford University Press, Oxford 1977
- Weierholt, A., Modal dispersion of optical fibres with a composite alpha-profile graded-index core. (L1519)  
Electron. Lett. 15(1979),733-734
- Winkler, C., Love, J.D., Ghatak, A.K., Loss calculations in bent multimode optical waveguides. (L1616)  
Opt. Quant. Elect. 11(1979),173-183
- Zwick, U., Auer, W., Riegl, I., Haupt, H., Heitmann, W. (L 267)  
Low-loss fibres for wavelengths beyond 1 micron.  
Electron. Lett. 15(1979),159-160
- Zwick, U., Kimmich, K., Modifizierte Anwendung der Nahfeldmethode zur Messung des Brechungsindexprofils einer Glasfaser. Vortrag beim 3. Kolloquium der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Muenchen, 23.-24.4.1979 (E 321)

### L4 Modenanalyse

- Bartelt, H.O., Freude, W., Grau, G.K., Lohmann, A.W., (L3318)  
Mode analysis of optical fibres using computer-generated matched filters.  
Electron. Lett. 19(1983),247-249. Printer's correction:  
19(1983),560

## Anhang LF2 Literaturverzeichnis

- Calzavara, M., Di Vita, P., Rossi, U., Reliability of (L1862)  
a new method for measurements of modal power  
distribution in optical fibres with application to  
mode scrambler testing.  
Electron. Lett. 17(1981),543-545
- Daido, Y., Miyauchi, E., Iwama, T., Otsuka, T., Deter- (L 460)  
mination of modal power distribution in graded-index  
optical waveguides from near-field patterns and its  
application to differential mode attenuation  
measurement. Appl. Optics 18(1979),2207-2213
- Geckeler, S., Pulse broadening in optical fibers with (L 685)  
mode mixing. Appl. Optics 18(1979),2192-2198
- Kapany, N.S., Burke, J.J., Sawatari, T., (L2200)  
Fiber optics. XIII. Mode detection and discrimination  
in optical waveguides and resonators.  
J. Opt. Soc. Am. 60(1970),1350-1358
- Kitayama, K.-I., Tateda, M., Seikai, S., Uchida, N., (L 559)  
Determination of mode power distribution in a parabo-  
lic index optical fibers: Theory and application.  
IEEE J. QE-15(1979),1161-1165
- Kitayama, K.-I., Ohashi, M., Seikai, S., Mode (L1197)  
conversion at splices in multimode graded-index fibers.  
IEEE J. QE-16(1980),971-978
- vander Lugt, A., A review of optical data-processing (E 256)  
techniques. Optica Acta 15(1968),1-33
- vander Lugt, A., Operational notation for the analysis (E 442)  
and synthesis of optical data-processing systems.  
Proc. IEEE 54(1966),1055-1063
- Ohashi, M., Kitayama, K.-I., Seikai, S., Mode coupling (L1890)  
effects in a graded-index fiber cable.  
Appl. Optics 20(1981),2433-2438
- Petermann, K., A generalized condition for the delay (E 20)  
equalization in multimode optical fibers. 4th ECOC,  
Genova, 1978, 281-287
- Piazzola, S., De Marchis, G., Analytical relations (L 524)  
between modal power distribution and near-field  
intensity in graded-index fibres.  
Electron. Lett. 15(1979),721-722
- Pocholle, J.-P., D'Auria, L., Muller, B., Combemale, (L2384)  
Y., Fleury, B., Chevalier, G., Caracterisation des  
fibres optiques multimodes fondee sur l'excitation ou  
l'analyse selective de modes.  
Rev. Techn. Thomson-CSF 13(1981),915-942
- Shigesawa, H., Matsuo, T., Takiyama, K., Measurements (L2406)  
of excitation condition and quantitative mode analysis  
in optical fibers. IEEE T. MTT-26(1978),992-997

### LF2 Skalare Optik

- Abramowitz, M., Stegun, I.A., Handbook of mathematical (L 270)  
functions. Dover Publications, Inc., New York 1970

## Anhang LF3 Literaturverzeichnis

- Bartelt, H.O., Freude, W., Grau, G.K., Lohmann, A.W., (L3318)  
 Mode analysis of optical fibres using computer-generated matched filters.  
 Electron. Lett. 19(1983),247-249. Printer's correction:  
 19(1983),560
- Cohen, L.G., Mammel, W.L., Lin, C., French, W.G., (E 445)  
 Propagation characteristics of double-mode fibers.  
 Bell Syst. Tech. J. 59(1980),1061-1072
- Gloge, D., Weakly guiding fibers. (L1067)  
 Appl. Optics 10(1971),2252-2258
- Grau, G.K., Quantenelektronik. (L 5)  
 Vieweg-Verlag, Braunschweig 1978.
- Grau, G.K., Leminger, O.G., Sauter, E.G., Mode (L 572)  
 excitation in parabolic index fibres by Gaussian beams.  
 AEU 34(1980),259-265
- Grau, G.K., Optische Nachrichtentechnik. (ONT )  
 Springer-Verlag, Berlin 1981
- Hosain, S.I., Sharma, E.K., Sharma, A., Ghatak, A.K., (L3268)  
 Analytical approximations for the propagation characteristics of dual-mode fibers.  
 IEEE J. QE-19(1983),15-21
- Katsuyama, Y., Ishida, Y., Ishihara, K., Miyashita, T., (E 247)  
 Suitable parameters of single-mode optical fibre.  
 Electron. Lett. 15(1979),94-95
- Kitayama, K.-I., Kato, Y., Seikai, S., Uchida, N., (E 446)  
 Structural optimization for two-mode fiber: Theory and experiment. IEEE J. QE-17(1981),1057-1063
- Kunc, J.A., Exponential approximation of the modified (L3281)  
 Bessel function. Appl. Optics 22(1983),382
- Okamoto, K., Okoshi, T., Analysis of wave propagation (E 444)  
 in optical fibers having core with alpha-power refractive-index distribution and uniform cladding.  
 IEEE T. MTT-24(1976),416-421
- Okoshi, T., Optical fibers. (E 451)  
 Academic Press, New York 1982  
 Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1979
- Oyamada, K., Okoshi, T., High-accuracy numerical data (L1258)  
 on propagation characteristics of alpha-power graded-core fibers. IEEE T. MTT-28(1980),1113-1118
- Snyder, A.W., Understanding monomode optical fibers. (L1478)  
 Proc. IEEE 69(1981),6-13
- Snyder, A.W., Asymptotic expressions for eigenfunctions (E 443)  
 and eigenvalues of a dielectric or optical waveguide.  
 IEEE T. MTT-17(1969),1130-1138
- Snyder, A.W., Love, J.D., Optical waveguide theory. (E 484)  
 Chapman and Hall, London 1983
- Unger, H.-G., Planar optical waveguides and fibres. (L 31)  
 Oxford University Press, Oxford 1977

### LF3 Beugung

- Born, M., Wolf, E., Principles of optics. (L1938)  
 Pergamon Press, 6th edition, 1980

## Anhang LF4 Literaturverzeichnis

- Castleman, K.R., Digital image processing. (L3343)  
 Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1979
- Grau, G.K., Quantenelektronik. (L 5)  
 Vieweg-Verlag, Braunschweig 1978.
- Korn, G.A., Korn, T.M., Mathematical Handbook for (E 440)  
 scientists and engineers. McGraw-Hill Book Co.,  
 New York 1961
- Lohmann, A.W., Optical information processing. (L1670)  
 Lecture manuscript, University Erlangen, 1978
- Stark, H. (Ed.), Application of optical Fourier (E 469)  
 transforms. Academic Press, New York, 1982
- Wencker, G., Ein Beitrag zur Theorie Gaussscher (E 441)  
 Strahlen. Dissertation,  
 Technische Hochschule Aachen, 1968

### LF4 Kohärenz

- Alford, W.P., Gold, A., Laboratory measurements of the (L1246)  
 velocity of light. Am. J. Phys. 26(1958),481-484
- Born, M., Wolf, E., Principles of optics. (L1938)  
 Pergamon Press, 6th edition, 1980
- Crosignani, B., Di Porto, P., Coherence of an electro- (L2187)  
 magnetic field propagating in a weakly guiding fiber.  
 J. Appl. Phys. 44(1973), 4616-4617
- Grau, G.K., Quantenelektronik. (L 5)  
 Vieweg-Verlag, Braunschweig 1978.
- Grau, G.K., Optische Nachrichtentechnik. (ONT )  
 Springer-Verlag, Berlin 1981
- Mandel, L., Concept of cross-spectral purity in (L1247)  
 coherence theory. J. Opt. Soc. Am. 51(1961),1342-1350
- Mandel, L., Interference and the Alford and Gold (L1248)  
 effect. J. Opt. Soc. Am. 52(1962),1335-1340
- Mandel, L., Wolf, E., Correlation in the fluctuating (L3271)  
 outputs from two square-law detectors illuminated by  
 light of any state of coherence and polarization.  
 Phys. Rev. 124(1961),1696-1702
- Rice, S.O., Envelopes of narrow-band signals. (L3014)  
 Proc. IEEE 70(1982),692-699

### LF5 Holographie

- Allebach, J.P., Representation-related errors in (L1510)  
 binary digital holograms: a unified analysis.  
 Appl. Optics 20(1981),290-299
- Bartelt, H., Erweiterung des Orts- Bandbreite- (E 471)  
 Produkt von digitalen Filtern. Diplomarbeit am  
 physikalischen Institut der Universitaet Erlangen-  
 Nuernberg, 1976
- Brown, B.R., Lohmann, A.W., Complex spatial filtering (E 317)  
 with binary masks. Appl. Optics 5(1966),967-969
- Brown, B.R., Lohmann, A.W., Computer-generated binary (E 319)  
 holograms. IBM J. Res. Develop. 13(1969),160-168

## Anhang LF6 Literaturverzeichnis

- Burckhard, C.B., A simplification of Lee's method of generating holograms by computer. (E 475)  
 Appl. Optics 9(1970),1949
- Friesem, A.A., Zelenka, J.S., Effects of film nonlinearities in holography. (E 468)  
 Appl. Optics 6(1967),1755-1759
- Gabor, D., A new microscopic principle. (E 453)  
 Nature (Lond.) 161(1948),777-778
- Gabor, D., Microscopy by reconstructed wave-fronts. (E 454)  
 Proc. R. Soc. A 197(1949),454-487
- Hsueh, C.K., Sawchuk, A.A., Computer-generated double-phase holograms. Appl. Optics 17(1978),3874-3883 (E 476)
- Lee, W.H., Sampled Fourier transform hologram generated by computer. Appl. Optics 9(1970),639-643 (E 474)
- Leith, E.N., Upatnieks, J., Reconstructed wavefronts and communication theory. (E 455)  
 J. Opt. Soc. Am. 52(1962),1123-1130
- Leith, E.N., Upatnieks, J., Wavefront reconstruction with continuous-tone objects. (E 456)  
 J. Opt. Soc. Am. 53(1963),1377-1381
- Leith, E.N., Upatnieks, J., Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects. J. Opt. Soc. Am. 54(1964),1295-1301 (E 457)
- Lohmann, A.W., Paris, D.P., Binary Fraunhofer holograms, generated by computer. (E 318)  
 Appl. Optics 6(1967),1739-1748
- Lohmann, A.W., The space-bandwidth product, applied to spatial filtering and to holography. (E 472)  
 IBM Research Paper RJ-438(1967)
- Meier, R.W., Magnification and third-order aberrations in holography. J. Opt. Soc. Am. 55(1965),987-992 (E 458)
- Meier, R.W., Holographic-image types and their aberrations. J. Opt. Soc. Am. 56(1966),1448 (E 459)

### LF6 Geometrische Optik

- Daido, Y., Miyauchi, E., Iwama, T., Otsuka, T., Determination of modal power distribution in graded-index optical waveguides from near-field patterns and its application to differential mode attenuation measurement. Appl. Optics 18(1979),2207-2213 (L 460)
- Di Vita, P., Rossi, U., Realistic evaluation of coupling loss between different optical fibres. (E 276)  
 J. Opt. Commun. 1(1980),26-32
- Fienup, J.R., Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform. (L2135)  
 Opt. Lett. 3(1978),27-29
- Fienup, J.R., Phase retrieval algorithms: a comparison. (L3032)  
 Appl. Optics 21(1982),2758-2769
- Freude, W., Far-field profiling of multimode optical fibres. Electron. Lett. 17(1981),385-387 (L1743)
- Geckeler, S., Compensation of profile dispersion in graded-index optical fibres. (L 633)  
 Electron. Lett. 15(1979),682-683

## Anhang LF6 Literaturverzeichnis

- Geckeler, S., Dispersion in optical fibers: new aspects. *Appl. Optics* 17(1978),1023-1029 (L 952)
- Geckeler, S., Das Phasenraumdiagramm, ein vielseitiges Hilfsmittel zur Beschreibung der Lichtausbreitung in Lichtwellenleitern. *Siemens Forsch.- u. Entw.-Ber.* 10(1981),162-171 (L1749)
- Geckeler, S., Gruppenlaufzeitdifferenzen in Lichtwellenleitern mit Gradientenprofil. *Frequenz* 32(1978),68-75 (L2024)
- Geckeler, S., Nonlinear profile dispersion aids optimisation of graded-index fibres. *Electron. Lett.* 13(1977),440-442 (L2025)
- Gloge, D., Marcatili, E.A.J., Multimode theory of graded-core fibers. *Bell Syst. Techn. J.* 52(1973),1563-1578 (L 847)
- Grau, G.K., Leminger, O.G., Relations between near-field and far-field intensities, radiance, and modal power distribution of multimode graded-index fibers. *Appl. Optics* 20(1981),457-459 (L 933)
- Grau, G.K., *Optische Nachrichtentechnik.* Springer-Verlag, Berlin 1981 (ONT )
- Leminger, O.G., Grau, G.K., Near-field intensity and modal power distribution in multimode graded-index fibres. *Electron. Lett.* 16(1980),678-679 (L1082)
- Leminger, O.G., Freude, W., *Unveroeffentlichte Arbeiten,* 1981 (E 18)
- Lohmann, A.W., Weigelt, G.P., Wirnitzer, B., Speckle masking in astronomy: triple correlation theory and applications. *Appl. Optics* 22(1983),4028-4037 (E 481)
- Marcatili, E.A.J., Modal dispersion in optical fibers with arbitrary numerical aperture and profile dispersion. *Bell Syst. Techn. J.* 56(1977),49-63 (L2347)
- Marcuse, D., *Light transmission optics.* Van Nostrand Reinhold Company, New York 1972 (L 748)
- Marcuse, D., *Principles of optical fiber measurements.* Academic Press, New York 1981 (L1942)
- Morse, P.M., Feshbach, H., *Methods of theoretical physics.* McGraw-Hill, New York 1953 (E 17)
- Okoshi, T., *Optical fibers.* Academic Press, New York 1982 (E 451)
- Olshansky, R., Keck, D.B., Pulse broadening in graded-index optical fibers. *Appl. Optics* 15(1976),483-491 (L 908)
- Olshansky, R., Multiple-alpha index profiles. *Appl. Optics* 18(1979),683-689 (L1538)
- Petermann, K., A generalized condition for the delay equalization in multimode optical fibers. 4th ECOC, Genova, 1978, 281-287 (E 20)
- Piazzola, S., De Marchis, G., Analytical relations between modal power distribution and near-field intensity in graded-index fibres. *Electron. Lett.* 15(1979),721-722 (L 524)
- Walker, J.G., The phase retrieval problem. A solution based on zero location by exponential apodization. *Opt. Acta* 28(1981),735-738 (L1936)

Anhang LF7 Literaturverzeichnis

- Weierholt, A., Modal dispersion of optical fibres with a composite alpha-profile graded-index core. (L1519)  
Electron. Lett. 15(1979),733-734

LF7 Impulsverbreiterung  
-----

- Born, M., Wolf, E., Principles of optics. (L1938)  
Pergamon Press, 6th edition, 1980
- Brown, J., Electromagnetic momentum associated with waveguide modes. Proc. IEE 113(1966),27-34 (E 478)
- Case, K.M., On wave propagation in inhomogeneous media. J. Math. Phys. 13(1972),360 (E 480)
- van Etten, W., The ergodicity of laser light in connection with optical fibre transmission. (L2128)  
Opt. Quant. Elect. 13(1981),519-521
- Fleming, J.W., Material Dispersion in lightguide glasses. Electron. Lett. 14(1978),326-328 (E 251)
- Freude, W., Sharma, A., Refractive index profile and modal dispersion prediction for a single-mode optical waveguide from its far-field radiation pattern. (E 473)  
Symp. Opt. Fiber Meas. Boulder, Oct.2-3(1984).
- Ju(e)rgensen, K., Transmission of Gaussian pulses through monomode dielectric optical waveguides. (L2213)  
Appl. Optics 16(1977),22-23
- Kapron, F.P., Source and modulation effects in monomode fibres. 6th ECOC, York, 1980 (E 138)
- Kapron, F.P., Maximum information capacity of fibre-optic waveguides. Electron. Lett. 13(1977),96-97 (E 250)
- Kobayashi, S., Shibata, N., Shibata, S., Izawa, T., Refractive-index dispersion of doped fused silica. (L 51)  
IOOC 1977, Session B8-3
- Kuester, E.F., Generalisation of partial-power law (Brown's identity) to waveguides with lossy media. (E 479)  
Electron. Lett. 20(1984), 456-457
- Leminger, O.G., Genaues Variationsverfahren zur Berechnung der Ausbreitungseigenschaften vielwelliger Gradientenfasern mit unregelmässigen Brechzahlprofilen. Techn. Bericht Deutsche Bundespost (L3387)  
Dez. 1982, 452 TBr 53
- Malitson, I.H., Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. (E 269)  
J. Opt. Soc. Am. 55(1965),1205-1209
- Nassau, K., Wemple, S.H., Material dispersion slope in optical-fibre waveguides. (L2476)  
Electron. Lett. 18(1982),450-451
- Pask, C., Physical interpretation of Petermann's strange spot size for single-mode fibres. (L4099)  
Electron. Lett. 20(1984),144-145
- Petermann, K., Constraints for fundamental-mode spot size for broadband dispersion-compensated single-mode fibres. Electron. Lett. 19(1983),712-714 (L3577)
- Sansonetti, P., Modal dispersion in single-mode fibres: Simple approximation issued from mode spot size spectral behaviour. Electron. Lett. 18(1982),647-648 (L3022)

Anhang LF7 Literaturverzeichnis

- Shibata, N., Edahiro, T., Refractive-index dispersion (L2468)  
for GeO(2)-, P(2)O(5)- and B(2)O(3)-doped silica  
glasses in optical fibers.  
Jap. Trans. IECE 65(1982),166-172
- Sladen, F.M.E., Payne, D.N., Adams, M.J., Measurement (E 267)  
of profile dispersion in optical fibres: a direct  
technique. Electron. Lett. 13(1977),212-213
- Stewart, W.J., Wavelength filtering effects in (E 103)  
multimode fibres. 5th European Conference on Integrated  
Optics and Optical Fiber Communication, Amsterdam, 1979
- Timmermann, C.-C., Lichtwellenleiter. (E 16)  
Vieweg-Verlag, Braunschweig 1981



Anhang S Symbole und Abkürzungen

Anhang S

Symbole und Abkürzungen

Gleichungsnummern in Klammern; Abschnitte (1, F2, ...), Bilder (B2.5, BF7, ...) und Tabellen (T3.7, TF12, ...) ohne Klammern.

$\nabla$	Nabla-Operator	(F2-1)
*	Faltungsoperator	(F5-8)
$\otimes$	Korrelationsoperator	(F5-8)
$\tilde{X}$	zeitliche Fourier-Transformierte	(F3-18)
$\underline{X}$	räumliche Fourier-Transformierte	(F3-2)
$\underset{\vee}{X}$	räumliche Fresnel-Transformierte	(F3-11)
$\dot{x}$	= $\frac{dx}{d\omega}$ Ableitung nach der Kreisfrequenz	
$x'$	= $\frac{dx}{d\lambda}$ Ableitung nach der Wellenlänge; allgemeine Ableitung	
$\bar{x}$	Mittelwert	
$(\dots)_t$	Mittelwert bezüglich der Variablen t	
$\{X_i\}$	Spaltenvektor mit Elementen $X_i$	(2-6c)
$[S_{lm}]$	Matrix mit den Elementen $S_{lm}$	(2-6c)
$[S_{lm}]^{-1}$	Inverse der Matrix $[S_{lm}]$	(2-6c)
$[a]$	ganzzahliger Anteil der Zahl a	
$X^M$	Anteil der Materialdispersion	(F7-11)
$X^P$	Anteil der Profildispersion	(F7-11)
$X^W$	Anteil der Wellenleiterdispersion	(F7-11)
$X^{WG}$	Anteil der Wellenleiterdispersion für Gauß-Näherung des Grundmodus	(F7-11e)
$X_{\max}$	maximale Größe X	
$X_{\min}$	minimale Größe X	
A	relative Leistungsgenauigkeit	(2-16)
A(t)	langsam veränderliche Zeitfunktion	(F4-1a)
$A_B$	= B/F numerische Apertur einer Linse	(F3-17)
ÄFFP	äquivalentes Fernfeldprofil	(3-3)
$A_N$	maximale numerische Apertur	(F1-2)
$A_N(r)$	lokale numerische Apertur	(F1-2)

Anhang S Symbole und Abkürzungen A - Z

B	= $1 - \delta/\Delta$ normierte Ausbreitungskonstante $\beta$ ; Blendenradius	(F2-4); (F2-15b) (F3-16c)
B(r)	langsam veränderliche Ortsfunktion	(F4-1a)
B(x,y,z)	Beleuchtungsfunktion	F5
C	Kontrast eines Flecks in einer Polarisierung; globaler, örtlich gemittelter Kontrast	(3-8) (3-13a)
C <sub>AB</sub>	Kontrast, wenn M <sub>A</sub> Flecken M <sub>B</sub> ausgewählt	(3-7a)
C <sub>G</sub>	lokaler Kontrast eines Flecks im Punkt $\vec{r}_G$	3.3
C <sub>μ</sub>	Entwicklungskoeffizienten des Fernfelds	(2-4b)
D	Leistungsdynamik	(2-16)
D(λ)	Dispersionsparameter	(F6-23)
F	Filterebene; Linsenbrennweite	
F <sub>k</sub>	Kohärenzfläche	(F4-6)
F(β,ω)	Dispersionsrelation	(F6-1)
G <sub>F</sub>	Farbdispersionsfaktor 1. Ordnung	(F7-5)
G <sub>λ</sub>	Farbdispersionsfaktor 1. Ordnung	(F7-5)
H <sub>F</sub>	Farbdispersionsfaktor 2. Ordnung	(F7-5)
H <sub>λ</sub>	Farbdispersionsfaktor 2. Ordnung	(F7-5)
I	Summe der Modenintensitäten an der Stelle $\vec{r}_G$	(F4-4b)
I <sub>F</sub> ( $\vec{r}_F$ )	Intensität in der Hologrammebene F	(F5-2)
I <sub>G</sub>	Intensität an der Stelle $\vec{r}_G$	(F6-12)
Im(z)	Imaginärteil der komplexen Zahl z	
I <sub>N</sub> (r)	Nahfeldintensität (W/m <sup>2</sup> )	(F6-12)
I <sub>Nm</sub>	maximale Nahfeldintensität für gleichförmige MLV	(F6-14)
I <sub>NO</sub> (r)	Nahfeldintensität für gleichförmige MLV	(F6-14)
J <sub>v</sub> (x)	Besselfunktion v-ter Ordnung	(F2-16)

Anhang S Symbole und Abkürzungen A - Z

K	= $k_0 \sin \gamma$ Raum-Kreisfrequenz; Korrelationsebene	(2-6a)
$K_\nu(z)$	modifizierte Hankel-Funktion $\nu$ -ter Ordnung	(F2-16)
$K_{\nu\mu}^e$	effektive Raum-Kreisfrequenz-Bandbreite	(F7-9)
L	Länge des Wellenleiters; Linse; Strahldichte	(F6-10)
$L_c$	Moden-Kopplungslänge	(4-9)
$L_m$	Kopplungslänge innerhalb von Hauptmoden m	(4-9)
LP-Moden	Linear polarisierte Näherungslösungen	F2; BF1
LWL	Lichtwellenleiter	
$L_{\mu-1}^{(\nu)}$	Laguerre-Polynome	(F2-9)
M	Anzahl transversaler geführter Fasermode; Spiegel; Zahl der transversalen und longitudinalen Moden; Anzahl von Entwicklungskoeffizienten	(F4-5) (2-3a)
$M_A$	Anzahl transversaler Flecken	(3-7b)
$M_c$	maximale Hauptmodenzahl bei differentieller Modendämpfung	(3-4)
$M_g$	Anzahl geführter Moden	(F6-3)
$M_L$	Anzahl longitudinaler Flecken; Anzahl longitudinaler Freiraum-Moden	(3-7c) (F4-5)
MLV	Modenleistungsverteilung	(F6-11)
$M_T$	Anzahl transversaler Freiraum-Moden	(F4-5)
$M_\alpha$	maximale Hauptmodenzahl für $\alpha$ -Profile	(F6-3)
$M_\beta$	Modenzahl mit Ausbreitungskonstanten bis $\beta$	(F6-2)
$M_O$	zeitunabhängiges Modulationssignal	(F7-14)
$M_2$	maximale Hauptmodenzahl m für das ideale Parabelprofil	(F2-11); (F6-3)
N	Anzahl von Meßwerten	(2-4c)
NFP	Nahfeldprofil der Brechzahl	(3-1)

Anhang S Symbole und Abkürzungen A - Z

O	Objektebene	
$O(x,y,z)$	Objektfunktion	F5
P	Parameter der linearen Profildispersion	(F6-21)
$P_B$	Leistung in einer Blende mit Radius B	(F3-16)
$P_F(\gamma)$	Fernfeldleistung (W/sr)	(F6-13)
$P_{FL}(\gamma)$	Fernfeldleistung des Lambert-Strahlers	(F6-10)
$P_{Fm}$	maximale Fernfeldleistung für gleichförmige MLV	(F6-15)
$P_F(\delta)$	Fernfeldleistung eines Modus der normierten Ausbreitungskonstante $\delta$	(F6-25)
$P_{FO}(\gamma)$	Fernfeldleistung für gleichförmige MLV	(F6-15)
$P_G(f_s)$	Leistung in einem Fleck $\vec{r}_G$ bei der Frequenz $f_s$	(3-12)
$P_L(t)$	globale zeitvariable Ausgangsleistung eines Lichtwellenleiters der Länge L	(F7-16); (3-14a)
$P_n$	Parameter der nichtlinearen Profildispersion	(F6-22)
$P_s$	Quellenleistung	(F4-1b)
$P(\delta)$	{= $P_\delta[g(\rho)]$ für monotone Profile} Modenleistungsverteilung	F6; (F6-17)
$P(\delta, \nu)$	Modenleistungsverteilung	(F6-11)
$P_{\nu\mu}$	Leistung des Modus $\nu\mu$	(F2-7)
$Q_{\nu\mu}(r)$	Gauß-Laguerre-Moden des idealen Parabelprofils	(F2-7)
$R(x,x,z)$	Referenzfunktion	F5
$Re(z)$	Realteil der komplexen Zahl z	
$S(r)$	Eikonale	F6
T	= $1/\Delta f_k$ maximale Laufzeitdifferenz	(3-9)
V	= $ak_0 A_N$ normierte Frequenz	(F1-6)
$V_{\nu\mu G}$	normierte Grenzfrequenz des Modus $\nu\mu$	(F2-12)
W	Phasenraum-, Modenvolumen	(F4-7)
$W_n$	Gewichte	(2-4c)

Anhang S Symbole und Abkürzungen a - z

a	Kernradius	(F1-1)
b	konfokaler Parameter	(F3-15b)
c	$= 2,997924562 \cdot 10^8$ m/s Lichtgeschwindigkeit	(F1-6)
circ(x)	$= 1$ , wenn $x \leq 1$ ; $= 0$ , sonst	(F3-16a)
$\cos^{-1}$	arc cos	
$\cot^{-1}$	arc cot	
$c_{vu}$	Moden-Kopplungskoeffizienten	(F2-23)
d	Abstand des Aufpunkts vom Fasermittelpunkt	BF2
e	$= 2,718281828 \dots$	
f	Frequenz	(F1-6)
$f_s$	mittlere Frequenz einer Lichtquelle	
g(x)	Profilfunktion	(F1-1)
$g^{-1}$	Umkehrfunktion zur Funktion g	
$g_{\text{äq}}(x)$	äquivalentes monotoneres Brechzahlprofil	(F6-16)
$\underline{g}_m(f)$	Übertragungsfunktion des allgemeinen Modus m	(F7-13)
$g_m(t)$	Impulsantwort des allgemeinen Modus m	(F7-13)
h(t)	Leistungs-Impulsantwort eines LWL	(F7-17)
$\underline{h}(f)$	Leistungs-Übertragungsfunktion eines LWL	(F7-17)
$h_0$	zeitunabhängiger Anteil der Leistungs-Impulsantwort	(F7-17)
$j_{v,k}$	k-te Nullstelle von $J_v(x)$	(F2-17)
k	$= k_0 n$ Ausbreitungskonstante im homogenen Medium	
$k_i$	$= k_0 n_i = n_i \omega / c$ Medium-Ausbreitungskonstante	(F1-6)
$k_r$	radiale Ausbreitungskonstante	(F2-3b)
$k_T$	transversale Ausbreitungskonstante	(F2-3b)

Anhang S Symbole und Abkürzungen a - z

$k_{\varphi}$	azimutale Ausbreitungskonstante	(F2-3b)
$k_0$	= $2\pi/\lambda$ Vakuum-Ausbreitungskonstante	(F1-6)
$l$	Abstand des Aufpunkts	BF2
$m$	= $v + 2\mu - 1$ Hauptmodenzahl	(F2-11)
$m(t)$	zeitveränderliches Modulationssignal	(F7-14)
$m(\delta)$	Modendichte	(F6-4)
$m(\delta, v)$	Modendichte	(F6-4)
$n(r)$	Brechzahlprofil	(F1-1)
$n_g$	Gruppenbrechzahl	(F7-2)
$n_1$	maximale Kernbrechzahl	(F1-1)
$n_2$	Mantelbrechzahl	(F1-1)
$p$	Parameter	(F3-4)
$p_m$	Hauptmoden-Leistungskopplungskoeffizienten	(F2-27)
$p_{v\mu}$	Leistungs-Kopplungskoeffizienten	(F2-24)
$q$	komplexer Strahlparameter	(F3-15b)
$r$	Radius in Zylinderkoordinaten	BF8
$\vec{r}$	Ortsvektor	
$\vec{r}_F$	Ortsvektor in der Hologrammebene F	F5
$\vec{r}_G$	Ortsvektor in der Faserendfläche	F4
$r_i$	Kaustikradien	(F2-6)
$r_M$	maximale Radius-Koordinate	(F1-1); (F3-6e)
$s$	normierter Sinus des Einfallswinkels	(F2-25)
$\sin^{-1}$	arc sin	
$\text{sinc}(x)$	= $\sin(\pi x)/(\pi x)$	(F5-11)

Anhang S Symbole und Abkürzungen a - z

$t$	Zeitvariable	
$\tan^{-1}$	arc tan	
$t_g$	Gruppenlaufzeit	(F7-1)
$\bar{t}_g$	mittlere Gruppenlaufzeit aller Moden	(F6-28)
$t_{gm}$	mittlere Gruppenlaufzeit in Hauptmoden m; Gruppenlaufzeit des allgemeinen Modus m	(F6-28b) F7
$t_{g\delta}$	Gruppenlaufzeit eines Modus mit normierter Ausbreitungskonstante $\delta$	F6
$\bar{t}_{g\delta}$	mittlere Gruppenlaufzeit aller Moden	(3-5b)
$t_{g\nu\mu}$	Gruppenlaufzeit des Modus $\nu\mu$	(F6-19)
$t_{ph}$	Phasenlaufzeit	(F7-1)
$u$	Phasenparameter im Kern	(F2-15b)
$v_{ph}$	Phasengeschwindigkeit	(F7-1)
$w$	Phasenparameter im Mantel	(F2-15b)
$w_O$	1/e-Strahlradius des gaußschen Grundmodus	(F2-7)
$w_{OG}$	1/e-Strahlradius eines Gauß-Strahls	(F3-15b)
$x$	kartesische Transversal-Koordinate	
$x_M$	maximale kartesische Koordinate	(F3-6e)
$x'$	andere, von $x$ unterschiedene Variable	
$y$	kartesische Transversal-Koordinate	
$y_M$	maximale kartesische Koordinate	(F3-6e)
$y'$	andere, von $y$ unterschiedene Variable	
$z$	Längenkoordinate parallel zur Lichtausbreitung	BF8
$z'$	Parameter	(F3-2a)
$z_O$	Anfangswert, Objekt-Koordinate	

Anhang S Symbole und Abkürzungen  $\Gamma - \Omega$

$\Delta$	relative Brechzahldifferenz; vor anderen Symbolen: kleine Größe	(F1-3)
$\Delta C$	Absolutfehler des Kontrasts C	(3-24b)
$\Delta f_g$	spektrale Halbwertsbreite der Übertragungsfunktion $\underline{g}_m(f)$ eines Modus m	
$\Delta f_h$	spektrale Halbwertsbreite der Leistungsübertragungsfunktion $\underline{h}(f)$	
$\Delta f_I$	Frequenz-Halbwertsbreite einer Spektrallinie $\theta_{II}(f)$	T3.7
$\Delta f_k$	Korrelationsbandbreite	(3-7d)
$\Delta f_M$	Frequenzabstand von Spektrallinien	T3.7
$\Delta f_s$	Bandbreite einer Lichtquelle der Frequenz $f_s$	
$\Delta x$	Schrittweite in x-Richtung	F5
$\frac{\Delta x}{x}$	relativer Fehler der Größe x	
$\Delta y$	Schrittweite in y-Richtung	
$\Delta \beta$	$\beta = k_0 n_2 + \Delta \beta$ Abweichung der Ausbreitungskonstante von der des Mantels; maximale $\beta$ -Differenz aller Moden	(4-9); 3.2
$\Delta \beta_m$	maximale $\beta$ -Differenz in Hauptmodengruppe m	(4-9); 3.2
$\Delta \kappa$	Schrittweite in $\kappa$ -Richtung	F5
$\Phi$	Azimutwinkel der Strahlprojektion	BF8
$\phi$	skalares Feld	(F2-1)
$\Psi$	optisches Feld	
$\Psi_F$	optisches Fernfeld; Feld in der Hologrammebene	(2-1a) (F5-1a)
$\hat{\Psi}_F$	normiertes optisches Fernfeld	(2-4a)
$\Psi_G(r, z)$	Gauß-Strahl	(F3-15b)
$\Omega$	Raumwinkel	
$\Omega_k$	Kohärenzraumwinkel	(F4-6)
$\alpha$	Profilexponent	(F1-4)
$\alpha_m$	Amplituden-Dämpfungskonstante eines Modus m	(F7-13)
$\alpha_{opt}$	optimaler Profilexponent	(F6-24)



Anhang S Symbole und Abkürzungen  $\alpha - \omega$

$\beta$	Ausbreitungskonstante in z-Richtung	(F2-2)
$\beta_s$	Ausbreitungskonstante in z-Richtung für die Kreisfrequenz $\omega_s$	(F7-3)
$\gamma$	Fernfeldwinkel	BF2; BF8
$\gamma_{AA}$	normierte Basisband-Autokorrelation	(F4-4c); (3-12)
$\gamma_{ij}$	Kohärenztensor	(F4-2)
$\gamma_N$	$= \sin^{-1} A_N$	(F1-2)
$\gamma_x$	Fernfeldwinkel in der yz-Ebene	BF2
$\gamma_y$	Fernfeldwinkel in der xz-Ebene	BF2
$\gamma_{OG}$	asymptotischer Öffnungswinkel	(F3-15b)
$\delta$	normierte Ausbreitungskonstante $\beta$	(F2-4)
$\delta_B$	beugungsbegrenzte Auflösung	(F3-17)
$\delta_g$	normiertes $\beta$ geführter Wellen	(F2-5)
$\delta_{k\ell}$	Kronecker-Delta	(F2-2)
$\delta_\ell$	normiertes $\beta$ von Leckwellen	(F2-5)
$\delta_s$	normiertes $\beta$ von Strahlungsmoden	(F2-5)
$\delta x$	$= x - \bar{x}$ Schwankungsgröße	
$\overline{\delta x^2}$	$= \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \sigma^2$ mittleres Schwankungsquadrat, Streuung	
$\delta_{zB}$	Schärfentiefe	(F3-17)
$\delta(x)$	diracsche Deltafunktion	
$\epsilon$	Winkel	BF2
$\epsilon_0$	$= 8,85418 \cdot 10^{-12}$ As/Vm Dielektrizitätskonstante des Vakuums	F1
$\zeta$	normierter Blendenradius	(F2-31)
$\zeta_0$	$= 1,121\dots$	(F2-31)
$\eta$	kartesische Transversal-Koordinate	

Anhang S Symbole und Abkürzungen  $\alpha - \omega$

$\theta_{AA}(f)$	Basisband-Leistungsspektrum einer Lichtquelle	3.3.1; T3.7
$\theta_{II}(f)$	Basisband-Leistungsspektrum der Einzellinie einer Viellinien-Lichtquelle	3.3.1; T3.7
$\theta_{ij}(f)$	Fourier-Transformierte von $\gamma_{ij}$	(F4-2)
$\vartheta$	Temperatur	B3.11
$\kappa$	$= \frac{\sin \gamma}{\lambda}$ Raumfrequenz	(F3-8b)
$\lambda$	Vakuum-Wellenlänge	
$\lambda_i$	Wellenlänge im homogenen Medium der Brechzahl $n_i$	(F1-6)
$\lambda_n$	Wellenlänge im homogenen Medium der Brechzahl $n$	F1
$\lambda_s$	Vakuumwellenlänge einer Lichtquelle der mittleren Frequenz $f_s$	
$\mu$	radiale Modenzahl	F2
$\mu_0$	$= 1,25664 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am Permeabilitätskonstante des Vakuums	F1
$\nu$	azimutale Modenzahl	F2
$\xi$	kartesische Transversal-Koordinate	
$\pi$	$= 3,141592654\dots$	
$\rho$	$= r/a$ auf den Kernradius $a$ normierter Radius $r$	
$\rho_M$	normierter Radius der maximalen Kernbrechzahl	(F1-1)
$\rho_w$	normierter Auftreffpunkt	(F2-25)
$\rho(f)$	globale Frequenzkorrelationsfunktion	(3-13b)
$\sigma$	normierter Strahlradius	(F2-25)
$\sigma_t$	effektive Impulsbreite	(F6-28)
$\sigma_{tm}$	effektive Impulsbreite für Hauptmoden $m$	(F6-28)
$\sigma_{t\delta}$	effektive Impulsbreite für Hauptmoden $\delta$	(3-5b)
$\sigma^2$	$= \overline{\delta x^2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ Streuung, mittleres Schwankungsquadrat	

Anhang S Symbole und Abkürzungen  $\alpha - \omega$

$\tau$	Beobachtungszeit	(F4-5)
$\tau_k$	Kohärenzzeit	(F4-6)
$\varphi$	Winkel in Zylinderkoordinaten	BF8
$\chi$	$= \sqrt{2}/w_0$ Parameter der Gauß-Laguerre-Moden	(2-3b)
$\psi$	Azimutwinkel der Strahlprojektion	BF8
$\omega$	$= 2\pi f$ Kreisfrequenz	(F1-6)