

## Beispiele für Prüfungsfragen zur Vorlesung „Einführung in die Quantentheorie für Elektrotechniker“.

### Kapitel 1. Einführung in die Problematik

- (1) Äußerer Photoeffekt: Wie kommt man auf die Idee, Licht als Teilchenstrom zu interpretieren? Frequenzabhängigkeit? Intensitätsabhängigkeit? Energie der Lichtteilchen?
- (2) Monochromatische Elektronen (was ist das?) durchlaufen einen Kristall: Wie erklärt man das entstehende Auftrefffmuster? Geht's mit ungeladenen Teilchen? Zusammenhang Materiewellenlänge mit mechanischem Impuls?
- (3) Bahn des Elektrons im H-Atom ( $1 \text{ \AA}$  entspricht  $1,24 \text{ MeV}$ , Ionisierung  $13,6 \text{ eV}$ ). Es bleibt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung (s-Orbital). Wieso gibt wahrscheinlichsten Abstand vom Kern (einen Durchmesser für die „Bahn“)?
- (4) Klassische Teilchen und klassische Wellen am Doppelspalt. Beschreibung und Formalismus (wann sind die Teilchen als unabhängig zu betrachten?).
- (5) Elektronen am Doppelspalt. Ohne und mit WW-Detektion (mit Licht: wie ist die Abhängigkeit von Intensität oder Wellenlänge?). Beschreibung mit WA. Was macht WA bei Beobachtung (Phasenstörung)? Wann werden WA's addiert?
- (6) Gedankenexperiment bei verschieblicher Wand. Was erhält man bei präziser Orts- oder Impulseinstellung? Interpretation (Interferenz? Keine Interferenz?).
- (7) Wieso sind in der QT Observable nicht Produkt von Maßzahl und Einheit?
- (8) Die Unbestimmtheitsrelation (Messung zu gleichen Zeiten und gleichzeitige Messungen), Unterschied der Beziehungen. Was hat das mit Quantenrauschen zu tun?
- (9) Beugung am Spalt  $\alpha = \lambda/d$  aus  $\Delta x \Delta p \approx h$  berechnen ( $p = h/\lambda$ ).
- (10) Forderung an Formalismus: WA (WDA) definieren. Wie werden WA kombiniert (sowohl als auch, entweder oder); W aus WA berechnen.
- (11) Verträgliche und nicht verträgliche Messungen; was ist bei Kontrollmessung?
- (12) Mathematische Konstrukte für Observable (reelle Meßwerte; Meßwertspektrum eincodiert; Beziehung zwischen Observablen = verträglich? Nicht verträglich?). Systemdynamik?

### Kapitel 2. Entwicklung des Bracketformalismus

- (1) WA als Bracket. Bra? Ket? Was ist Orthogonalität und Vollständigkeit (alle Projektoren sind gegeben)?
- (2) Systemket (normierbar!) nach Basiskets entwickelt. Was sind die WA? WA zwischen Anfangs- und Endzustand (beide nach Basiskets entwickelt  $\langle \psi | \varphi \rangle = \sum (\psi_i)^* \varphi_i$ ). Beziehung zur Matrizenrechnung?
- (3) Wenn Möglichkeiten nicht abzählbar sind (Dirac-Ket, orthogonal und vollständig, kann er Systemket sein, wie macht man einen Systemket)?
- (4) Vereinigte Schreibweise für diskrete und kontinuierliche Werte, für Brackets  $\langle \psi | \varphi \rangle$ ?
- (5) Wie transformiert man zwischen zwei Basen? Eigenschaft des Transformationsoperators? Beziehung zur Fouriertransformation?
- (6) Lineare Operatoren, Drehstreckung, in Basissystem, Matrixelemente (im System der eigenen Eigenkets), inverser Operator (wann gibt es keinen?).
- (7) Definition von  $L_{op}$  in einer bestimmten Darstellung. Beziehung zu linearen Differential- und Integralgleichungen (wann gibt es keine Lösung?).
- (8) Hermitesche Operatoren (Eigenwerte, Matrixelemente im System der Eigenvektoren, Orthogonalität und Vollständigkeit, Entwicklung von Zustandskets). Differential/Integralgleichungen für Eigenfunktionen (Nebenbedingung?).
- (9) Observablenfunktionen. Spektraldarstellung von Observablenfunktionen. Inverse Operatoren.
- (10) Bei gegebenem Systemzustand: Wie berechnet man Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Meßwertes? Wie den Erwartungswert einer Observablenfunktion?
- (11) Verträgliche Messungen (Operatoren kommutieren, simultane Eigenkets), damit verbundene Vorstellung entkoppelter Universen. Rechenregeln für Brackets von Produktkets. Orthogonalität und Vollständigkeit, Entwicklung von Systemkets.
- (12) Was ist ein vollständiger Satz kommutierender Observabler? Wie findet man ihn?
- (13)  $L_{op}$  für zwei oder mehrere kommutierende Observable. Beziehung zu Differential/Integralgleichungen mit mehreren Variablen.
- (14) Nicht kommutierende Operatoren: warum  $[L, M] = jC$ ? Wie lautet die Unschärferelation? Was ist ein symmetrisierter Operator?
- (15) Projektionsoperator, Eigenschaft, Eigenwerte. Projektor auf den Eigenraum eines Meßwertes bei kommutierenden Operatoren.
- (16) Operatorenfunktionen, Ableitung nach Operatoren. Vorsicht bei Rechenregeln.
- (17) Spur eines Operators, Definition, Invarianz bei Basistransformationen, zyklischen Vertauschungen. Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte als Spur von Operatorenprodukten darstellbar. Spur eines Produktes Ket-Bra.
- (18) Gemisch, Definition des statistischen Operators und Eigenschaften; könnte man auch Zustandsket verwenden (zusätzliche stochastische Phasenwinkel).
- (19) Ignoranz zum Zustandsket. Wie ändert sich Ket (ein statistischer Operator), wenn man eine Messung durchgeführt hat. Wie sieht der statistische Operator für ein System im thermischen Gleichgewicht aus?

### Kapitel 3. Einfache Systeme und Systemdynamik

- (1) Doppelspalt: Formalismus mit und ohne WW-Detektion
- (2) WA bei der Polarisationsmessung. Parallel polarisierte (nicht verschränkte!) Photonen an unter dem Winkel  $\vartheta$  orientierten Analysatoren,  $\langle \vartheta, \vartheta | 0, 0 \rangle$  berechnen (4 Fälle).
- (3) WA für parallel orientierte Analysatoren bei verschränkten Photonen. Wieso „spukhafte“ Fernwirkung? Was sollen „verborgene Variable“ bringen?
- (4) Diskussion des Quantum-Eraser.
- (5) Orts- und Impulsdarstellung:  $x_{op}$  und  $p_{op} = -\hbar d/dx$ . WA für Ort und Impuls sind Fouriertransformierte.
- (6) Eigenwertgleichung des Energieoperators für einen Massenpunkt im Potential. Was ist die Schrödingergleichung (WA, ein Teilchen genau bekannter Energie an einem bestimmten Ort zu finden). Wie findet man die Eigenwerte? Nebenbedingung für Eigenfunktionen?
- (7) Harmonischer Oszillator: Energieniveaus, Nullpunktsenergie wieso, wie sieht die WA der Lokalisierung und des Impulses im Nullniveau aus?
- (8) Bilder der Dynamik. Was ist explizite Zeitabhängigkeit.
- (9) Klassische Bewegungsgleichungen im Hamiltonformalismus. Was sind Poissonklammern? Wie lautet speziell die Bewegungsgleichung  $dH/dt = ?$
- (10) Wie lauten die Bewegungsgleichungen im Heisenbergbild (Beziehung Poissonklammer – Kommutator)?  $w(\lambda, t) = ?$   $\langle f(L_H(t)) \rangle = ?$
- (11) Was ist der Operator der zeitlichen Änderung? Das Ehrenfestsche Theorem? Klassische Größe = Erwartungswert des quantenmechanischen Operators: Sind dann nicht klassische und quantenmechanische Bewegungsgleichungen identisch?
- (12) Energie-Zeit-„Unschärferelation“; was ist  $\tau_\lambda$ ?
- (13) „Bewegungsgleichungen“ im Schrödingerbild? Was ist zeitabhängig?  $w(\lambda, t) = ?$   $\langle f(L_S(t)) \rangle = ?$
- (14) Zeitabhängige Schrödingergleichung (WA, Meßwert  $\lambda$  zum Zeitpunkt  $t$  zu erhalten). Wie ist WA, System bei  $x$  zu  $t$  zu sehen, wenn Energie exakt bekannt ist (stationäre Schrödingerfunktion).

## Anhang B. Übungen und Anwendungen

- (1) Zweidimensionaler unitärer Raum, orthogonale und vollständige Basis, Berechnung des unitären Transformationsoperators.
- (2)  $|1\rangle, |2\rangle$  seien lineare Polarisierungen unter  $0^\circ, 90^\circ$ . Wie lauten damit lineare Polarisierungen unter  $45^\circ, 135^\circ$  und rechtszirkulare/linkszirkulare Polarisation?
- (3) Darstellung von vollständig polarisiertem Licht Poincarékugel. Wie sieht die Polarisationsellipse aus (was bedeuten  $\psi$  und  $\chi$ )?
- (4) Statistischer Operator der Polarisation. Wieviele reelle Parameter bestimmen ihn? Woran würde man unpolarisiertes Licht erkennen?
- (5) Der statistische Operator ist durch 3 Parameter  $s_i$  bestimmt; Messung bei  $0, 90; 45, 135; rz, lz$  gibt die Parameter  $s_1, s_2, s_3$ , Polarisationsgrad? Poincaré-Kugel?
- (6) Klassische Darstellung von Wellen durch Energie-Amplituden. Zusammenhang der komplexen Amplitude mit Kophasal- und Quadraturkomponente? Energie als Funktion von  $a, Q, P$ ?
- (7) Quantisierung von Wellen:  $Q, P$  (Kophasal- Quadraturkomponente), Erzeuger, Vernichter, Photonenzustände, Energieniveaus.
- (8) Was ist spontane Emission? Wieso „leben“ angeregte Atome in einem Energie-Eigenzustand unendlich lange, in Wirklichkeit aber nicht?
- (9) Temperaturstrahlung (mittlere Anzahl in einem Modus, Schwankungsquadrat, Quantenbereich und klassischer Bereich).
- (10) Eigenschaften des kohärenten Zustands, Erwartungswert des Operators der Energie-Amplitude.
- (11) SRV beim Photoempfang. Spezialisieren auf thermische Strahlung (viele, wenig Photonen) und Laserstrahlung.
- (12) Fermionenoperatoren. Großkanonisches Ensemble. Berechnung der Fermiverteilung.
- (13)  $w(x)$  beim klassischen und quantenmechanischen harmonischen Oszillator.
- (14) Der verlustlose, halbdurchlässige Spiegel (Phasenverschiebung  $0$  bei Reflexion,  $\pi/2$  bei Transmission). Eigenschaft der Streumatrix?
- (15) Licht im Mach-Zehnder-Interferometer (bei zusätzlicher Phasenverschiebung  $\varphi$  in einem Arm am Ausgang Intensitäten  $(1+\cos\varphi), (1-\cos\varphi)$ ).
- (16) Unterscheidbare und nicht unterscheidbare Teilchen (in symmetrischen oder antisymmetrischen Zuständen) am halbdurchlässigen verlustlosen Spiegel.
- (17) No-Cloning-Theorem.
- (18) Bellzustände für die Polarisation von Photonen (Basis, warum vorteilhaft, Verwandlung von Zuständen).
- (19) Verhalten von Bellzuständen am halbdurchlässigen Spiegel + Polarisationsweichen.
- (20) Teleportation mit antisymmetrischem Bellzustand (no cloning!).
- (21) Bellsche Ungleichung, Grundgedanke der Ableitung. Was sagt es aus, wenn die Ungleichung verletzt wird (es gibt keine lokale Theorie mit verborgenen Variablen, welche diesen Sachverhalt beschreiben könnte).
- (22) Bellsche Ungleichung erklärt mit identischen Zwillingen. Was bedeutet es, wenn sie verletzt wird (der lokale Realismus gilt nicht für die Quantentheorie).